

轴流风机中雷诺应力与变形率滞后涡黏模型的 PIV 实验研究

贾永霞² 姜楠^{1,2,3}

1. 中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室, 北京 100080

2. 天津大学机械工程学院力学系, 天津 300072

3. 天津市现代工程力学重点实验室, 天津 300072

摘要: 采用 PIV 技术, 对低速轴流风机内部流场进行实验研究, 精细测量叶片压力面与吸力面的轴向速度和切向速度, 应用周期相位平均技术分析雷诺剪切应力与速度剪切变形率的时空演化过程及两者之间的相位关系。结果表明雷诺剪切应力与平均速度剪切变形率的极值发生在不同时空相位, 存在相位滞后。这一现象广泛存在于三维非平衡复杂湍流中, 显然, 工业领域广泛应用的线性 $k-\varepsilon$ 模型具有一定的缺陷, 在对三维非平衡湍流进行数值模拟计算时, 应考虑雷诺应力张量与速度变形率张量之间的时空滞后现象, 得到符合物理规律的计算结果。因此, 雷诺应力张量与速度变形率张量滞后的涡黏模型将成为一个很有发展前景的封闭模型, 来更加精准地预测工业领域中广泛存在的非平衡复杂湍流。

关键词: 轴流风机, 叶片, 雷诺应力, 速度变形率, 滞后涡黏模型

PIV experimental investigation of Reynolds stress-strain lag eddy viscosity model in axial fan

Jia Yong-xia², Jiang Nan^{1,2,3}

¹State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Science, Beijing 100080, China

²Dept. of Mechanics, School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China

³Tianjin Key Laboratory of Modern Engineering Mechanics, Tianjin 300072, China

Abstract: A experimental study is carried out which investigates the predictive performance of a Reynolds stress-strain lag eddy viscosity model (EVM) for Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes (URANS) equation closure in simulating the flow physics pertinent to a low-speed forward-swept axial fan. Time-resolved particle image velocimetry (TRPIV) is used to investigate the flow at suction and pressure sides of 60% span of blades in a low-speed axial fan with three blades at a Reynolds number of 370,000 based on the tip speed and the blade chord. The data is processed to yield the time evolution of velocity, Reynolds stresses, and strain rates using the phase-averaged method. The phase lag between Reynolds stresses and strain rates is found, so the studied Reynolds stress-strain lag EVM will be considered as a promising closure for improving the state-of-the-art of industrial CFD by accounting for non-equilibrium effects in comparison with a classical linear $k-\varepsilon$ model which is widely applied in the industry.

Keywords: axial fan, blade, Reynolds stress, strain, lag eddy viscosity model

1、引言

湍流模式理论是解决工程实际问题的有效手段, 而涡黏模型是湍流模型中最重要的模型之一, 它是通过涡黏系数将雷诺应力张量与平均速度变形率张量联系起来, 从而使雷诺平均方程^[1]封闭来解决工程中的实际问题。目前的涡黏模型由于简单实用, 在工程中得到广泛的应用。但是涡黏模型一般只适用于平衡湍流, 而对于旋转叶轮机械流场中的非平衡湍流是不适用的。尽管目前已经提出很多复杂先进的模型, 但是工业领域中的非平衡湍流的数值计算仍然采用平衡状态下的涡黏模型在非非常的雷诺平均方程的框架下进行求解。而目前所使用的涡黏模型都没有考虑雷诺应力张量与平均速度变形率张量之间的时空相位关系问题。为了研究三维非平衡

复杂湍流，应该对传统的涡黏模型进行修正，考虑雷诺应力张量与平均速度变形率张量之间的相位关系。这对传统的涡黏模型提出了新的研究方向，深入研究这一问题具有重要的理论和实际意义。

早在 1877 年 Boussinesq^[2]针对近似平衡态的定常湍流提出涡黏模型，通过引入正的标量涡黏系数将雷诺应力张量 $\langle u'_i u'_j \rangle$ 与平均速度变形率张量 $\langle S_{ij} \rangle$ 直接联系起来，从而解决雷诺平均方程的封闭问题。

$$\langle u'_i u'_j \rangle = -\frac{2}{3} k \delta_{ij} = -2\nu_t \langle S_{ij} \rangle \quad (1)$$

其中，平均速度变形率 $\langle S_{ij} \rangle = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right)$ ， ν_t 是涡黏系数， k 是湍动能。

方程(1)是仿照牛顿流体本构方程中应力与应变之间的各向同性本构关系做出的，即：

$$-(\tau_{ij} + P\delta_{ij}) = -2\nu\mu S_{ij} \quad (2)$$

但是对于三维非平衡复杂湍流，仍然采用方程(1)这一模型，即在相位上直接将雷诺应力张量与平均速度变形率张量联系起来，两者具有相同的相位，这是错误的。Hanjalic et al.^[3]研究发现在施加周期应变的流场中，雷诺应力会出现滞后现象，并且受局部流动条件的影响。Hadzic et al.^[4]对频率较高的周期压缩膨胀应变流场进行数值模拟研究，结果表明雷诺应力与应变之间的相位滞后需要考虑，否则就会连续不断地产生过量的湍动能。Cambon^[5]应用快速畸变理论对施加连续平面变形的各向同性湍流进行了研究，结果发现应力张量与局部应变张量的主轴方向不一致，但是与累积的应变张量的主轴方向比较接近。Chow^[6]通过PIV实验研究了涡轮机流场中转子尾流的结构，也发现在转子后缘附近以及热斑周围，雷诺剪切应力出现极大值时，平均速度剪切变形率却消失。Revell^[7]提出 $k-\varepsilon-C_{\alpha}$ 模型，并分别将这一模型， $k-\varepsilon$ 模型应用于非定常湍流中进行数值计算，也发现 $k-\varepsilon$ 模型会产生很高的湍动能，并将非定常湍流中特有的大尺度非定常涡结构耗散，而采用包括滞后效应的模型得到衰减的湍动能，这是由于标准的 $k-\varepsilon$ 模型将湍流应力与应变隔离开。但是，到目前为止，三维非平衡复杂湍流的数值模拟计算还没有普遍准确的湍流模型，需要积累广泛的实验和数值模拟数据，从而提出一个准确预测非平衡湍流的模型。

本文的主要目的是通过 PIV 实验定量分析低速轴流风机内部湍流场中雷诺剪切应力 $\langle u'_1 u'_2 \rangle$ 与平均速度剪切变形率 $\langle S_{12} \rangle$ 极值的时空相位关系，为进一步建立合理的雷诺应力与速度应变滞后的涡黏模型提供实验依据，从而改进工业中普遍应用的湍流模型，更加精准地预测三维复杂的非平衡湍流。

2、实验设备和技术

实验在天津大学流体力学实验室进行，采用 Dantec 公司的二维高时间分辨率 PIV 系统 (TRPIV) 测量空调室外机内部叶片 60% 跨度处压力面和吸力面的流场分布。轴流风机叶片为大弦长、小展弦比的前掠叶片，叶片数为 3，叶轮外径 450mm，轮毂比 0.37，叶片弦长为 380mm。测试中风机转速为 840rpm，风量为 48.5cfm。测量轴流风机内部流场时，风机出口未安装导流罩和格栅。TRPIV 的照明系统为高功率高频双腔脉冲激光器 (diode-pumped Nd:YLF laser)，激光器的输出能量为 10mJ/pulse，光束直径为 1.8mm，脉冲宽度为 180ns。流场中播散的示踪粒子是直径为 $10\mu\text{m}$ 的烟油粒子。高速相机 (NanoSense cameras) 的分辨率为 $1280 \times 1024 \text{ pixels}^2$ 。拍摄过程中采用双帧模式，测量时通过同步控制器保持数字相机与脉冲激光器的完全同步性。在数据处理过程中，对拍摄的每一对图像进行图像增强，去掉叶片的痕迹，然后做互相关计算，查询窗口大小为 $32 \times 32 \text{ pixels}^2$ ，重叠率为 75%，最终获得的每一张速度场矢量图中包括 77×61 个速度矢量，实际测量窗口大小为 $130 \times 110 \text{ mm}^2$ 。图 1 给出轴流风机内部流场测量示意图。

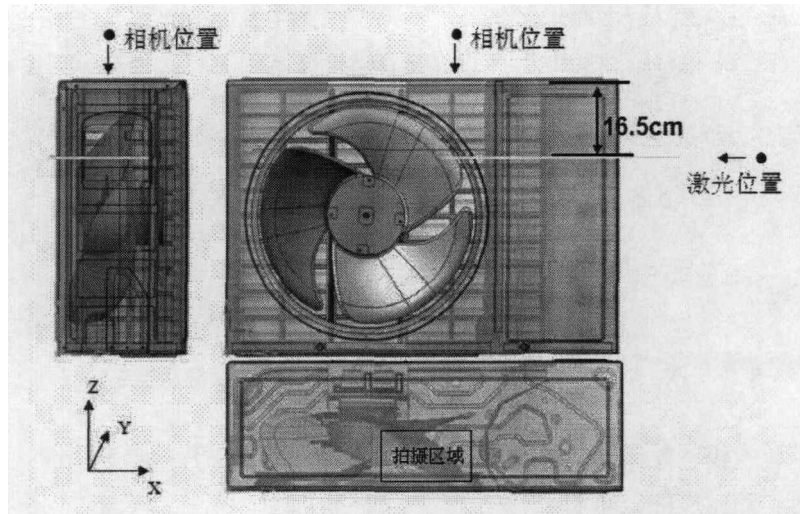


图 1 轴流风机内部流场测量示意图

3、实验结果分析与讨论

采用周期相位平均技术从瞬时速度信号中获取周期成分，从而得到周期相位平均的二维速度分量，雷诺应力张量和速度变形率张量，其表达式如下：

$$\langle u_i \rangle(x, y, \phi) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (u_i)_k \quad (3)$$

$$\langle u'_i u'_j \rangle(x, y, \phi) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [(u_i)_k - \langle u_i \rangle][(u_j)_k - \langle u_j \rangle] \quad (4)$$

$$\langle S_{ij} \rangle(x, y, \phi) = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right] \quad (5)$$

其中，“ $\langle \dots \rangle$ ”表示在叶片同一相位上的系综平均， $N=14$ 是叶片同一相位处所拍摄的瞬时速度矢量场的个数， x 和 y 分别代表切向和轴向坐标， ϕ 是相位角，下标 i 和 j 分别取 1 和 2，代表切向速度($u_1 = u$)和轴向速度($u_2 = v$)分量。

图2给出叶片60%跨度处不同空间相位的周期相位平均切向速度 $\langle \vec{u} \rangle / U_{ip}$ 的等值线图。图中白色圆点表示涡团中心，当叶片不同相位经过测量平面内时，叶片吸力面附近均出现一涡团，而且随着叶片的旋转，涡团逐渐扩大。这一现象的可能原因是，在叶片旋转引起的逆压力梯度场中，起初形成的叶尖涡结构快速拉伸，沿着螺旋线运动，并与尾迹涡相互作用，最终这种螺旋形的叶尖涡结构破碎而形成集中的涡团。在三角翼以及燃烧室内旋流式喷嘴的前缘涡结构中也能观察到这种普遍的涡结构破碎现象(见文献Sarpkaya^[8], Hall^[9], Leibovich^[10], Brucker^{[11][12]})。带箭头的黑色实线表示流体速度的轨迹，流体质点从吸力面运动到压力面。从图中也可以看到，叶片吸力面切向速度的幅值大于压力面的幅值。

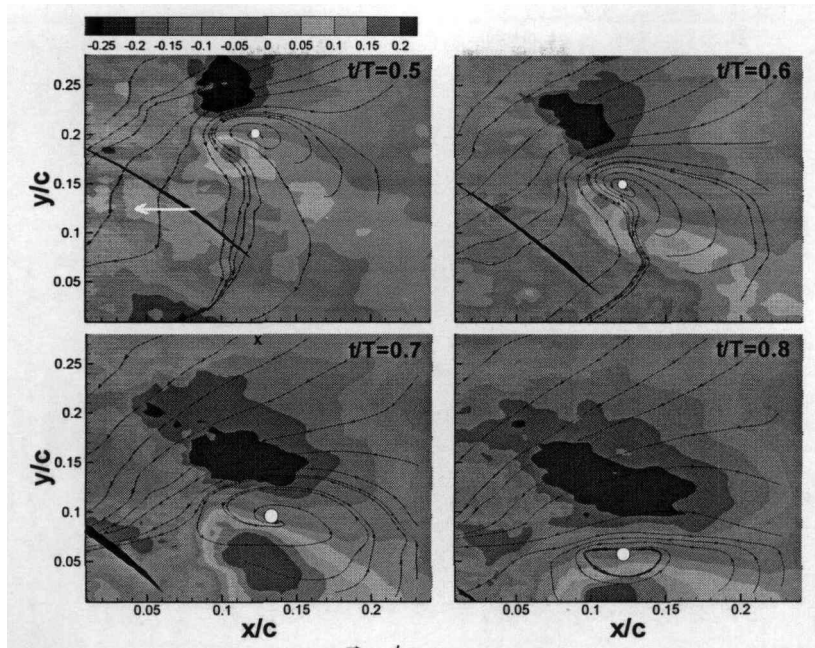


图2 叶片60%跨度处周期相位平均切向速度 $\langle \bar{u} \rangle / U_{tip}$ 的等值线图，气流方向从上向下，白色箭头表示叶片的旋转方向，白色圆点表示涡团中心，带箭头的黑色实线是速度轨迹，叶片转速为 840rpm, U_{tip} 是叶片的周缘速度 (20.06m/s), c 是叶片弦长 (380mm)

图3给出叶片跨度60%处不同相位周期相位平均的雷诺剪切应力分量 $\langle u'_1 u'_2 \rangle / U_{tip}^2$ (左列) 和速度剪切变形率分量 $\langle S_{12} \rangle / \Omega$ (右列) 的等值线图。从图中可以看出，在叶片跨度60%处的同一相位，雷诺剪切应力分量与平均速度剪切变形率的极大值出现的区域不同步，总体趋势是雷诺剪切应力滞后于平均速度剪切变形率。Chow^[6]发现在涡轮机转子后缘附近，雷诺剪切应力出现极大值时，平均速度剪切变形率却消失。这说明雷诺应力与应变之间的不同步性存在于整个流场中。雷诺应力与应变的不一致性是非平衡态湍流的一个普遍特性，在预测非平衡态湍流时应该包括雷诺应力的历史演变效应。而Boussinesq^[1]的线性涡黏模型是基于平衡态湍流提出的模型，未考虑雷诺应力与平均速度变形率的不同步性，不能充分解释涡轮机械内部流场中的三维非平衡现象，因此进行三维非平衡湍流计算时会产生错误的结果。图4给出叶片60%跨度处不同相位的雷诺剪切应力 $\langle u'_1 u'_2 \rangle / U_{tip}^2$ 与平均速度剪切变形率 $\langle S_{12} \rangle / \Omega$ 的互相关系数等值线图， T 表示一个叶片经过拍摄视野需要的时间。在叶片相位 $t/T=0.2$ 位置，互相关系数在空间位置 $[x/c, y/c]=[0.07, 0.25]$ 附近出现最大值，随之叶片的旋转，互相关系数的最大值沿着轴向向原点移动，切向变化相对较小。从图中可以看出，雷诺剪切应力分量与平均速度变形率分量在空间变化上具有不同步。因此，不能简单的将两者通过正的标量涡黏系数联系起来，需要考虑空间不同步性。由于这种空间不同步呈现出一定的周期性，有规律可循，从理论上分析，是可以引入雷诺应力与应变滞后的涡黏模型来解决这一问题，关键是如何对具有时空信息的涡黏系数建立模型，这还需要实验和数值模拟提供大量的数据来建立具有普遍意义的涡黏模型。

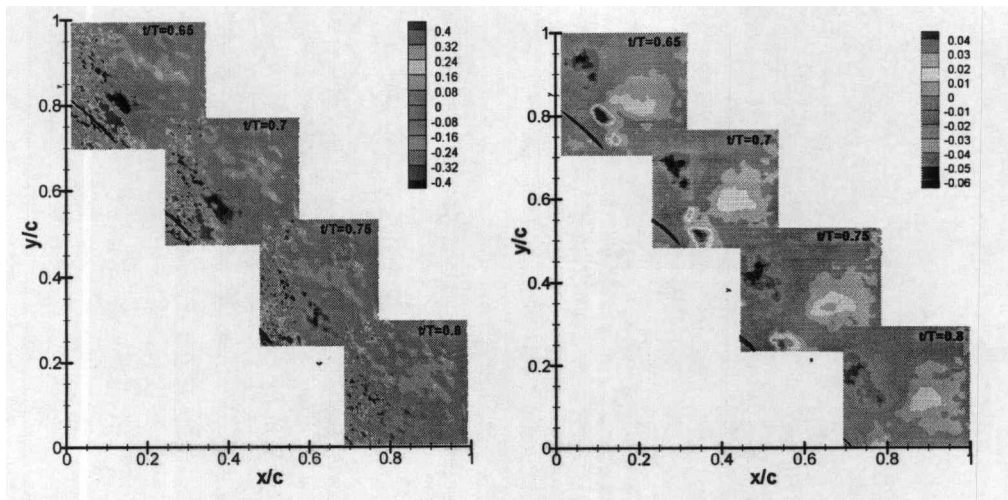


图3 叶片60%跨度处不同相位周期相位平均的雷诺剪切应力 $\langle u'_1 u'_2 \rangle / U_{tip}^2$ (左列)和速度剪切变形率 $\langle S_{12} \rangle / \Omega$ (右列)的等值线图, c是叶片弦长(380mm), Ω 是叶片转速(840rpm)。

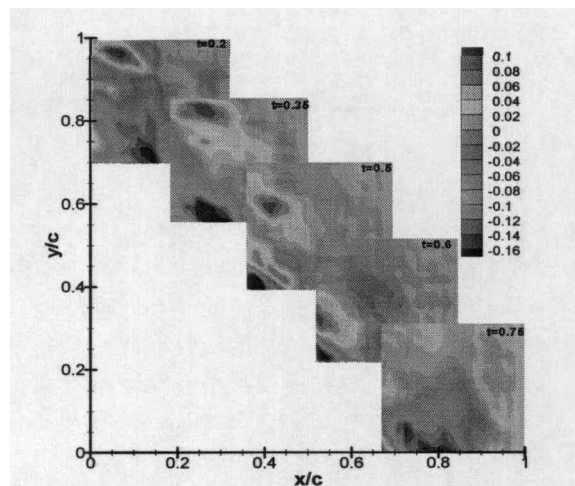


图4 叶片60%跨度处不同相位的雷诺剪切应力与平均速度剪切变形率的互相关系数等值线图, T是一个叶片经过拍摄视野需要的时间。

4、结论

采用TRPIV系统测量低速轴流风机内部叶片60%跨度处不同相位吸力面和压力面的速度场,研究了雷诺剪切应力与平均速度剪切变形率的时空相位滞后关系,主要结论如下:

- 4.1 当叶片60%跨度处不同相位经过测量平面内时,叶片吸力面附近均出现一涡团,而且随着叶片的旋转,涡团逐渐扩大,这是叶尖涡破碎过程与尾迹涡相互作用的结果,充分说明叶片测量位置流场是及其复杂的三维非平衡湍流场。
- 4.2 在叶片60%跨度不同相位处,雷诺剪切应力分量与平均速度剪切变形率的极大值出现的区域不同步,总体趋势是雷诺剪切应力滞后于平均速度剪切变形率,说明雷诺应力与局部速度变形率的累积效应有关。
- 4.3 对于涡轮机内部流场的三维非平衡现象,使用线性涡黏模型模拟雷诺应力时未考虑雷诺应力分量 $\langle u'_1 u'_2 \rangle$ 与平均速度变形率分量 $\langle S_{12} \rangle$ 之间的时空相位的不同步性。因此用 Boussinesq 的有效黏度的概念不能准确地描述涡轮机械内部流场中非平衡现象的物理机理。
- 4.4 应用线性涡黏模型求解涡轮机械内部流场的三维非平衡复杂湍流时,应充分考虑大尺度涡结构之间相互作用而引起动量传递的时空弛豫效应,来建立雷诺应力张量与平均速度变形

率滞后的涡黏模型,即使用带有时空相位变化的涡黏系数乘以平均速度变形率来模拟雷诺应力。这一模型有可能成为一个很有发展前景的封闭模型,从而更加精准地预测工业领域中广泛存在的非平衡复杂湍流。

参考文献

1. Reynolds O., On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Phil. Trans. Roy. Soc. A*, 1985, 186: 123~164.
2. Boussinesq J., *Theorie de l'écoulement tourbillant*. *Mém. Prés. par div. savant a l'acad. sci. Paris*, 1877, 23: 46~50.
3. Hanjalic K., Jakirlic S. and Hadzic I., Computation of oscillating turbulent flows at transitional Re-numbers. *Turbulent Shear Flows 9*(Springer, New York), 1995, 323~342.
4. Hadzic I., Hanjalic K., Laurence D., Modeling the response of turbulence subjected to cyclic irrotational strain. *Phys. Fluids*, 2001, 13 (6): 1740~1747.
5. Cambon C. and Scott J. F., Linear and nonlinear models of anisotropic turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 1999, 31: 1~53.
6. Uzol O., Chow Y. C., Katz J., Meneveau C., Experimental study of the structure of a rotor wake in a complex turbomachinery flow. *Proceedings of ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting Honolulu, Hawaii*, July 6-10, 2003.
7. Revell A. J., Benhamadouche S., Craft T. and Laurence D., A stress-strain lag eddy viscosity model for unsteady mean flow. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 2006, 27: 821~830.
8. Sarpkaya T., On stationary and traveling vortex breakdowns, *Journal of Fluid Mechanics*, 1971, 45: 545-559.
9. Hall, M.G., Vortex Breakdown, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1972, 4: 195~218.
10. Leibovich, S., The Structure of Vortex Breakdown. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1978, 10: 211-246.
11. Brucker C., Althaus W., Study of Vortex Breakdown by Particle Tracking Velocimetry (PTV) Part 1: Bubble-type vortex breakdown. *Experiments in Fluids*, 1992, 13: 339~349.
12. Brucker, C., Study of Vortex Breakdown by Particle Tracking Velocimetry (PTV) Part 2: Spiral-type vortex breakdown. *Experiments in Fluids*, 1993, 14: 133~139.