

# 轻质金属点阵夹层板热屈曲临界温度分析\*

袁 武 王 曦\*\* 宋宏伟 黄晨光

(中国科学院力学研究所, 流固耦合系统力学重点实验室, 北京, 100190)

**摘 要** 论文针对均匀温度场下四边简支和四边固支金属点阵夹层板的临界热屈曲温度进行了求解和参数影响分析. 将点阵夹芯等效为均匀连续体, 并且将夹层板的剪切刚度近似为点阵夹芯的抗剪切刚度, 忽略夹芯的抗弯刚度且认为夹层板主要由面板来提供抗弯刚度. 对于无法获得解析解的四边固支条件, 通过对未知变量进行双傅里叶展开的方法求解了 Rössner 夹层板模型的临界屈曲温度, 理论分析结果与有限元计算结果吻合良好. 进一步分析了不同边界条件、点阵胞元构型、点阵材料相对密度、面板厚度等对临界屈曲温度的影响规律.

**关键词** 点阵材料, 夹层板, Rössner 模型, 热屈曲, 临界温度

## 0 引言

多孔材料夹层结构具有轻质、高强、隔热、隔震等多功能性的特点, 在航天工程结构轻量化与热防护设计中得到了越来越多的关注与应用. 其中, 点阵夹层板一般具有比其他多孔材料夹层板更高的比强度和比刚度, 因而应用前景更为广阔. 当应用于高速飞行器热结构时, 在非均匀的极端热环境下夹层板经受巨大的温度变化, 同时因热膨胀受到边界约束而产生内力, 可能出现热屈曲现象. 因此, 对点阵夹层板开展热屈曲分析、获得临界屈曲温度是进行热结构设计所必须面临的问题.

对于板壳结构的热屈曲行为研究, Mossavarali 等<sup>[1]</sup>利用 Reddy 高阶剪切理论求解了具有初始缺陷的板的后屈曲行为, 并且与低阶剪切理论进行了对比. Zakeri 等<sup>[2]</sup>通过大变形一阶剪切理论推导了复合材料夹层板的临界失稳温度与后屈曲路径. Kant 等<sup>[3]</sup>利用一阶和高阶剪切理论对斜交复合材料夹层板进行了分析, 指出随着板厚的增加高阶和一阶剪切理论的差别也越来越明显. 付宝连<sup>[4]</sup>利用功的互等原理求解了在各种复杂边界条件下的板的临界失稳问题. 由于过去的半解析解对于固支或者其他复杂边界条件的求解一般无法选出本征函数, 计算精度大受影响, 通行的办法是增加级数的项数, 或者进行迭代, 这两种方法都会增大计算量, 于是钟

万颢<sup>[5]</sup>将控制理论中的辛方法引入弹性力学当中. 徐新生等<sup>[6]</sup>利用辛方法求解了弹性圆板的热屈曲问题, 他们将哈密顿体系引入了圆板类结构的屈曲问题当中, 克服和弥补了依赖阵型函数展开出现的缺陷, 借助哈密顿体系的正交和完备性给出了一个完备的屈曲模态空间. 苏先樾<sup>[7]</sup>等对四边简支点阵夹层板的屈曲问题进行了求解. 对于点阵夹层板的热屈曲分析尤其是四边固支矩形点阵夹层板的热屈曲方面的工作还鲜有报道.

目前对于夹层板的理论工作中, 已经提出了不少模型<sup>[8]</sup>. 对于线性理论来分析, 常见的理论主要包括 Rössner 型理论、Hoff 型理论和杜庆华理论. 其中, Rössner 型理论忽略了面板本身具有的刚度, Hoff 型理论则考虑了面板自身的刚度. 杜庆华理论考虑了面板自身刚度的同时也考虑了夹芯的横向弹性变形的作用. 由于对于本文所研究的轻质金属点阵夹层板结构来说, 点阵夹芯的相对密度一般小于 0.15, 其横向弹性变形的作用可以忽略不计; 通常夹层板的面板很薄, 考虑表层抗弯刚度与不考虑表层抗弯刚度的结果相差很小. 因此本文采用一阶剪切变形理论, 将点阵夹芯等效为均匀连续体且将夹芯的剪切刚度视为夹层板的剪切刚度, 利用 Rössner 模型, 通过对未知量采取满足边界条件的双傅里叶展开的方法进行了热屈曲临界温度求解, 并分析了不同边界条件及结构参数对临界屈曲温度的影响规律.

\* 国家自然科学基金重大研究计划(91016025)资助  
2012-12-26 收到第 1 稿, 2013-03-12 收到修改稿.

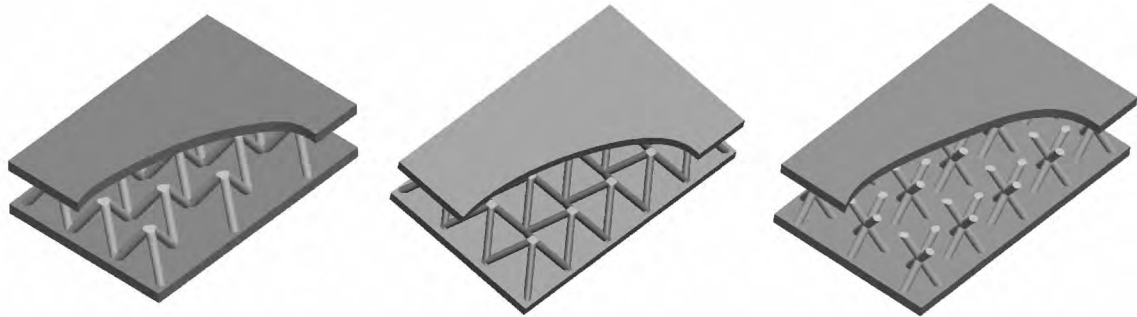
\*\* 通讯作者. Tel: 15201310976, E-mail: xiwang@imech. ac. cn.

# 1 理论分析

## 1.1 模型假设

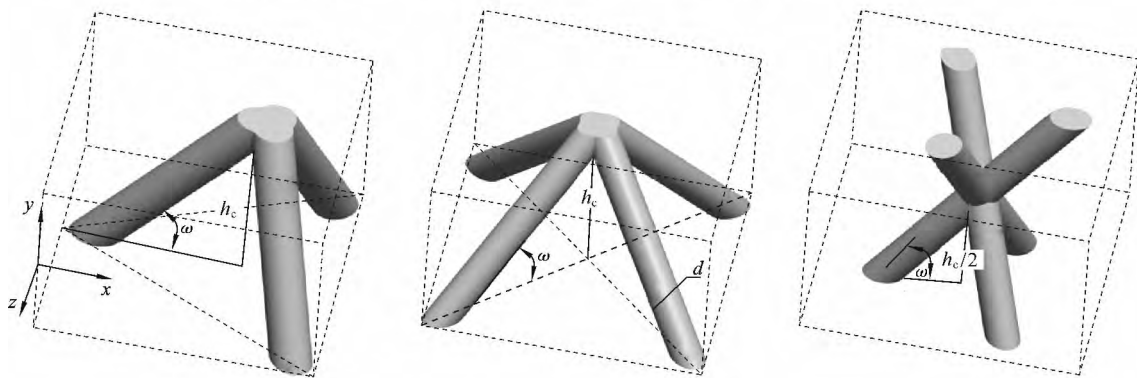
本文主要研究对象是轻质金属点阵夹层板,按照胞元构型主要分为四面体、金字塔和 Kagome 结

构,如图 1 所示.目前国内外学者已对点阵材料的等效力学性能进行了较详细的研究,例如 Deshpande 和 Fleck<sup>[9]</sup>最早给出了三维金属点阵材料的等效弹性本构关系,不同胞元构型的点阵材料刚度可以通过几何关系得到.



(a) 金属点阵夹层板:四面体、金字塔和Kagome

(a) Sandwich panels with lattice-framed truss: tetrahedral, pyramidal and Kagome



(b) 代表性胞元示意图:四面体、金字塔和Kagome

(b) Representative cells of lattice-framed truss cores: tetrahedral, pyramidal and Kagome

图 1 点阵夹层板几何构型及其单胞示意图

Fig. 1 Schematic illustration of sandwich panels and cell configurations of truss cores

点阵夹层板的等效分析模型如图 2 所示,中性面在夹层板的中心处,取  $xy$  平面为中性面, $z$  轴垂直于中性面.图中  $h_c$  为夹芯高度, $h_p$  为整个夹层板的高度, $a$  和  $b$  为夹层板的长和宽.由于夹层板面板

很薄,并且夹芯很软,为此做出以下几条假设:

- (1) 胞元与夹层板整体尺寸相比足够小,数量足够多,将点阵夹芯等效为均匀各向同性材料;
- (2) 夹芯杆件为铰支结构,对抗弯刚度没有贡献,面板的抗弯刚度即为夹层板整体抗弯刚度;
- (3) 与面板相比夹芯的剪切刚度很小,因此认为夹芯剪切刚度即为夹层板整体的剪切刚度;
- (4) 采用小变形假设,夹层板中面法线变形后仍然保持直线.

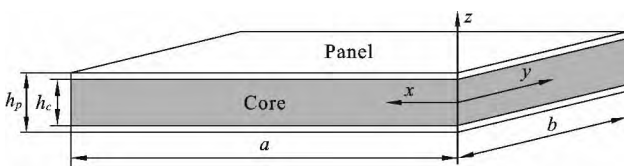


图 2 等效分析模型

Fig. 2 Equivalent analytical model

## 1.2 控制方程

点阵夹层板的位移场为:

$$u = -z\phi_x, \quad v = -z\phi_y, \quad w = \omega_0 \quad (1)$$

其中  $u, v, w$  分别为  $x, y, z$  方向上的位移,  $\phi_x, \phi_y$  分别为垂直于中性面绕  $y$  轴和  $x$  轴的转角,  $\omega_0$  为中性面的法向位移。

设  $u^+, v^+, u^-, v^-$  分别为上下两个面板各点在  $x$  和  $y$  方向上的位移, 根据胡克定理可以得到:

$$\begin{cases} \sigma_x^\pm = \frac{E}{1-\mu^2} \left( \frac{\partial u^\pm}{\partial x} + \mu \frac{\partial v^\pm}{\partial y} \right) \\ \sigma_y^\pm = \frac{E}{1-\mu^2} \left( \mu \frac{\partial u^\pm}{\partial x} + \frac{\partial v^\pm}{\partial y} \right) \\ \tau_{xy}^\pm = \frac{E}{2(1+\mu)} \left( \frac{\partial u^\pm}{\partial y} + \frac{\partial v^\pm}{\partial x} \right) \end{cases} \quad (2)$$

其中  $E$  为面板的弹性模量,  $\mu$  为泊松比。

根据假设(2)将应力分别沿面板厚度和夹芯厚度进行积分得到点阵夹层板的内力方程为:

$$\begin{cases} M_x = -D \left( \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \mu \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \right) \\ M_y = -D \left( \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + \mu \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right) \\ M_{xy} = -\frac{D}{2}(1-\mu) \left( \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right) \\ Q_x = C \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \phi_x \right) \\ Q_y = C \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \phi_y \right) \end{cases} \quad (3)$$

其中:

$$\begin{cases} C = Gh_c \\ D = \frac{E(h_p^3 - h_c^3)}{12(1-\mu^2)} \end{cases} \quad (4)$$

$C$  为点阵夹层板的抗剪切刚度,  $G$  为点阵夹芯的等效剪切模量, 通过均匀等效的方法计算获得,  $D$  为夹层板的抗弯刚度。

点阵夹层板的平衡方程跟普通板的平衡方程相同, 即为:

$$\begin{cases} \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = 0 \\ \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - Q_y = 0 \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

由于点阵夹层板受到的均匀热载荷, 所以:

$$\begin{cases} N_x = N_y = -\frac{E\alpha}{1-\mu}(h_p - h_c)\Delta T = N \\ N_{xy} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

其中  $\alpha$  为材料的热膨胀系数,  $\Delta T$  为温升。

将内力方程代入平衡方程可以得到点阵夹层板的平衡方程如下:

$$\begin{cases} D \left( \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial y^2} + \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x \partial y} \right) + C \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \phi_x \right) = 0 \\ D \left( \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial y^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x^2} + \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x \partial y} \right) + C \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \phi_y \right) = 0 \\ D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial \phi_x}{\partial x} - \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \right) + N \nabla^2 w = 0 \end{cases} \quad (7)$$

### 1.3 四边简支分析

四边简支的边界条件为:

$$\begin{cases} x=0, & a: w = \phi_x = 0 \\ y=0, & b: w = \phi_y = 0 \end{cases} \quad (8)$$

根据四边简支的边界条件, 假设屈曲模态为:

$$\begin{cases} \phi_x = u_0 \cos(\alpha_k x) \sin(\beta_l y) \\ \phi_y = v_0 \cos(\beta_l y) \sin(\alpha_k x) \\ w = \omega_0 \sin(\alpha_k x) \sin(\beta_l y) \end{cases} \quad (9)$$

这里  $u_0, v_0, \omega_0$  为展开项系数,

$$\alpha_k = \frac{k\pi}{a}, \quad \beta_l = \frac{l\pi}{b} \quad (10)$$

将屈曲模态代入平衡方程可以得到:

$$(\mathbf{K} + \lambda \mathbf{K}_G) \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (11)$$

其中:

$$\mathbf{u} = [u_0, v_0, \omega_0]^T \quad (12)$$

其中  $\mathbf{K}$  为由结构模型构成的系数矩阵, 而  $\mathbf{K}_G$  为由于温度载荷引起的系数矩阵,  $\lambda$  为临界屈曲温度。

### 1.4 四边固支分析

四边固支的边界条件为

$$\begin{cases} x=0, & a: w = \phi_x = \phi_y = 0 \\ y=0, & b: w = \phi_x = \phi_y = 0 \end{cases} \quad (13)$$

由于四边固支条件直接求解比较困难, 因此将位移进行双傅里叶展开:

$$\begin{cases} w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \\ \phi_x = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_{mn} \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \\ \phi_y = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) \end{cases} \quad (14)$$

其中  $A_{mn}, B_{mn}$  和  $C_{mn}$  为展开项系数。

将式(14)代入平衡方程(7)可以得到:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\mu-1}{2} DB_{mn} \beta_n^2 - DB_{mn} \alpha_m^2 - CB_{mn} \right) \sin(\alpha_m x) \cdot \sin(\beta_n y) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} CA_{mn} \alpha_m \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) +$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\mu}{2} DC_{nm} \alpha_m \beta_n \cos(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) = 0$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\mu-1}{2} DC_{nm} \alpha_m^2 - DC_{nm} \beta_n^2 - CC_{nm} \right) \sin(\alpha_m x) \cdot \sin(\beta_n y) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} CA_{nm} \beta_n \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\mu}{2} DB_{nm} \alpha_m \beta_n \cos(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) = 0$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [-(C+N)(A_{nm} \alpha_m^2 + A_{nm} \beta_n^2)] \sin(\alpha_m x) \cdot \sin(\beta_n y) - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} CC_{nm} \beta_n \sin(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} CB_{nm} \alpha_m \cos(\alpha_m x) \sin(\beta_n y) = 0 \quad (15)$$

将展开式(15)中的  $\cos(\alpha_m x)$ ,  $\cos(\beta_n y)$ ,  $\cos(\alpha_m x) \cos(\beta_n y)$ , 按如下方式进行展开<sup>[10]</sup>:

$$\begin{cases} \cos(\alpha_m x) \cos(\beta_n y) = \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} h_{rm} h_{sn} \sin(\gamma_r x) \sin(\psi_s y) \\ (0 < x < a, \quad 0 < y < b) \\ \cos(\alpha_m x) = \sum_{r=1}^{\infty} h_{rm} \sin(\gamma_r x) \quad (0 < x < a) \\ \cos(\beta_n y) = \sum_{s=1}^{\infty} h_{sn} \sin(\psi_s y) \quad (0 < y < b) \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} h_{rm} = \frac{4m}{\pi(m^2 - r^2)}, \quad h_{sn} = \frac{4n}{\pi(n^2 - s^2)} \\ \alpha_m = \frac{m\pi}{a}, \quad \beta_n = \frac{n\pi}{b} \\ \gamma_r = \frac{r\pi}{a}, \quad \psi_s = \frac{s\pi}{b} \end{cases} \quad (17)$$

将式(16)代入式(15)消去  $\sin(\alpha_m x) \sin(\beta_n y)$  可以得到:

$$\begin{cases} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\mu-1}{2} D\beta_n^2 - D\alpha_m^2 - C \right) B_{nm} + \sum_{r=1}^{\infty} h_{rm} CA_m \gamma_r + \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} h_{rm} h_{sn} \frac{1+\mu}{2} DC_{rs} \gamma_r \psi_s = 0 \\ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( \frac{\mu-1}{2} D\alpha_m^2 - D\beta_n^2 - C \right) C_{nm} + \sum_{s=1}^{\infty} h_{sn} CA_{ns} \psi_s + \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} h_{rm} h_{sn} \frac{1+\mu}{2} DB_{rs} \gamma_r \psi_s \right] = 0 \\ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ -[C(A_{nm} \alpha_m^2 + A_{nm} \beta_n^2)] - \sum_{s=1}^{\infty} h_{sn} CC_{ns} \psi_s - \sum_{r=1}^{\infty} h_{rm} CB_m \gamma_r \right\} - N \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (A_{nm} \alpha_m^2 + A_{nm} \beta_n^2) = 0 \end{cases} \quad (18)$$

根据方程(18)我们得到类似式(12)的方程, 这里  $u$  为展开项系数  $A_{nm}, B_{nm}, C_{nm}$ .

## 2 计算结果分析

### 2.1 四边简支计算结果

令  $K$  的行列式的值为零, 就可以得到点阵夹层板的临界特征屈曲温度:

$$T_{cr} = \frac{(1-\mu)N}{E\alpha(h_p - h_c)} \quad (19)$$

其中:

$$\begin{cases} N = \frac{K_1}{K_2} \\ K_1 = DCa^2 l^2 \pi^4 + DCb^2 k^2 \pi^4 \\ K_2 = Ca^2 b^2 \pi^2 + Da^2 l^2 \pi^4 + Db^2 k^2 \pi^4 \end{cases} \quad (20)$$

### 2.2 四边固支迭代分析结果

对于四边固支条件, 方程展开项次数很大, 直接求解难以得到结果, 因此需要通过数值的方法求解该方程的特征值. 为了求解方程(18), 编写了名为 Thermal Buckling 的程序进行了求解, 程序中调用了 Fortran 程序库 IMSL 中用于求解矩阵特征值的子程序 GVCGR. 为了对结果的收敛性进行分析, 针对展开项数  $m=n$  情况下临界屈曲载荷随  $m, n$  增长进行了计算, 结果如图 3 所示, 计算中用到的结构与材料参数如表 1 所示. 通过图 3 可以看到, 随着  $m, n$  的增长, 临界屈曲载荷迅速减小, 当  $m=n=10$  以后临界屈曲载荷几乎没有变化, 表明在此时结果已经收敛, 此时求得温度即为四边固支点阵夹层板的临界屈曲温度.

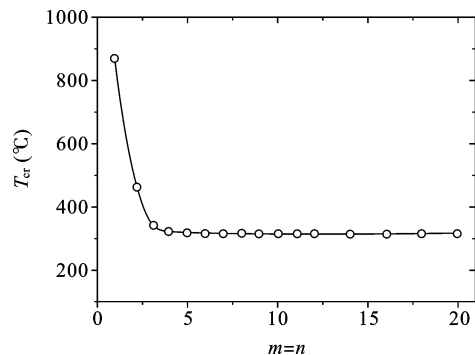


图 3 临界屈曲温度随  $m, n$  的增长变化

Fig. 3 Convergence behavior of critical temperature versus  $m$  and  $n$

表 1 理论分析与有限元模型所采用的结构与材料参数

Table 1 Material and structural parameters used in the theoretical model and finite element model

$h_c$ (mm)	$h_p$ (mm)	$E$ (GPa)	$\mu$	$\alpha(10^{-6})$	$a$ (mm)	$b$ (mm)
8	10	200	0.3	17	300	300

2.3 理论分析与有限元分析结果比较

本文采用商业有限元程序 ABAQUS 的屈曲分析模块对相同的问题进行了数值计算,模型中面板和夹芯均采用不锈钢材料,其参数如表 1 所示.考虑到结构及边界条件的对称性,数值模拟中采用四分之一模型进行计算,其中面板采用壳单元,夹芯采用梁单元.在有限元计算过程中,对整个夹层板施加均匀温度场,然后通过求解刚度矩阵的特征值来得到夹层板的临界屈曲温度,特征向量为屈曲模态.图 4 给出了典型的点阵夹层板的热屈曲模态的计算结果.

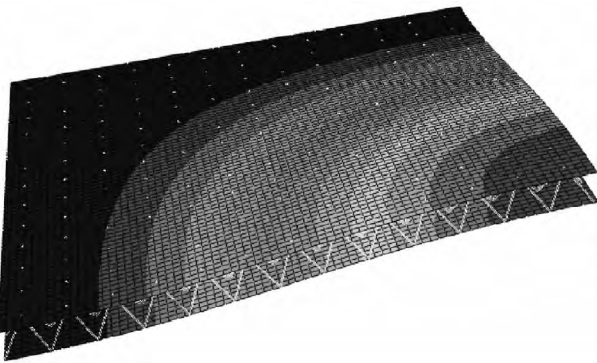


图 4 有限元计算屈曲模态结果

Fig. 4 Buckling mode of sandwich panel, FEA result

利用有限元模型分别对四边简支和四边固支进行了计算,有限元计算结果和理论分析得到的结果对比如图 5 所示.可以看到,通 Ressler 模型进行临界屈曲求解得到的临界温度与有限元计算的结果吻合较好,四边固支条件下点阵夹层板的临界屈曲温度要远大于四边简支条件.这是由于四边固支约束不仅限制了边界的面内和法向的平移,而且约束了边界的转角,因此这时结构的稳定性要好于简支条件.

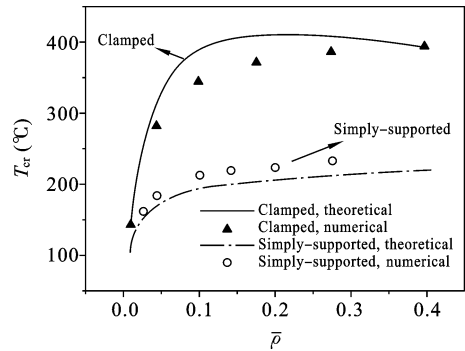


图 5 理论结果与有限元结果对比

Fig. 5 Comparison of theoretical and FEA results

3 结构参数对临界屈曲温度影响分析

点阵夹层板具有较强的结构可设计性,当胞元构型、相对密度、面板厚度等参数发生改变时,夹层板的力学性能均会发生较大的变化.因此,有必要进一步分析结构参数对临界屈曲温度的影响,从而为热结构设计提供参考.由于点阵夹层板在实际服役工况中的主要边界约束条件为四边固支,因此主要针对四边固支条件下的点阵夹层板进行了结构参数对临界屈曲温度影响规律的分析.

3.1 胞元构型的影响

对于图 1 中所示的三种典型胞元结构的芯体剪切刚度分别为:

$$\begin{cases} C_{\text{pyramid}} = G_{\text{pyramid}} h_c = \frac{1}{8} \bar{\rho} E h_c \\ C_{\text{tet}} = C_{\text{Kagome}} = G_{\text{tet}} h_c = \frac{1}{9} \bar{\rho} E h_c \end{cases} \quad (21)$$

其中  $\rho$  为胞元的相对密度.

根据公式(21),在相同的相对密度下,金字塔结构的剪切刚度要大于四面体结构和 Kagome 结构.剪切刚度直接影响了点阵夹层板的临界屈曲温度,如图 6 所示,在相同的相对密度下金字塔结构的临界屈曲温度要高于其他两种结构.

3.2 相对密度的影响

从图 5 和图 6 中都可以看到,随着夹芯相对密度的增加,点阵夹层板的临界屈曲温度均呈增大的趋势,当相对密度大于 0.1 以后,临界屈曲温度不再显著增加.因此,在相对密度较小时,通过增加相对密度可以大幅度提高夹层板抵抗热屈曲的能力,但是当相对密度超过 0.1 以后,增加相对密度对热屈

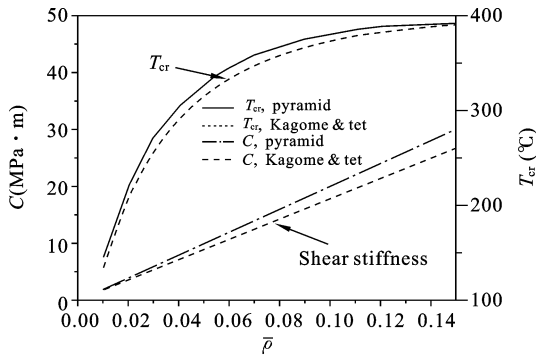


图 6 不同胞元构型点阵夹层板临界屈曲温度及剪切刚度比较

Fig. 6 Comparison of critical temperature and shear stiffness of different cell configurations

曲性能影响不大,反而会造成材料的浪费. 图 7 为四面体点阵夹层板在相同面板厚度条件下单位质量能够承载的临界屈曲温度(表征比刚度性能)随相对密度的变化. 可以看出,随着相对密度的增长,点阵夹层板的比刚度开始逐步增长,当相对密度达到 0.08 左右的时候,比刚度开始下降.

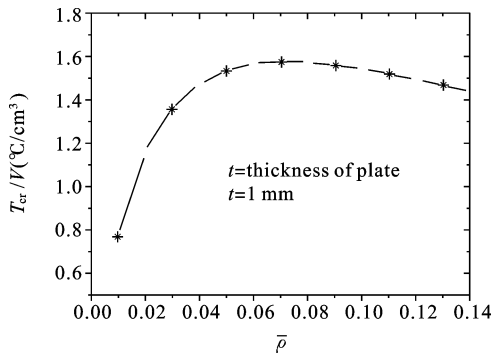


图 7 金字塔结构临界屈曲温度随相对密度的变化  
Fig. 7 Critical temperature versus relative density, sandwich panels with pyramidal cores

### 3.3 面板厚度的影响

由于夹芯很软,剪切刚度很小,因此如果增大面板厚度会增加结构的约束反力,从而会降低结构的稳定性. 相同的相对密度下不同面板厚度的临界屈曲温度计算结果如图 8 所示,临界屈曲温度随面板厚度增加不断下降. 图 9 为不同面板厚度的夹层板随相对密度改变临界屈曲温度的变化.

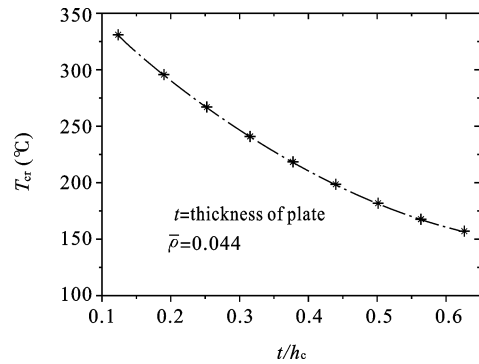


图 8 临界屈曲温度随面板厚度的变化

Fig. 8 Critical temperature versus thickness of facesheet

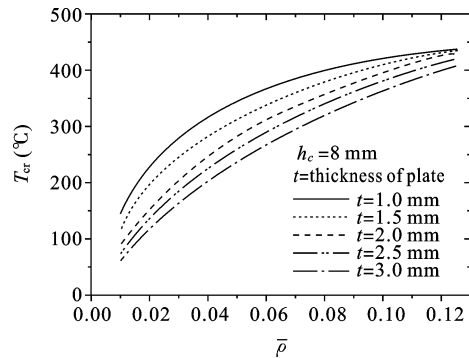


图 9 不同面板厚度临界屈曲温度随相对密度的变化  
Fig. 9 Critical temperature versus relative density of various facesheet thickness

## 4 结论

针对 Ressler 理论模型采用均匀等效的方法,理论上求解了均匀温度场下四边简支和四边固支点阵夹层板的临界屈曲温度,并与有限元分析结果进行了比较. 通过对位移模式进行双傅立叶展开和迭代数值求解,获得了四边固支条件下点阵夹层板的临界屈曲温度. 由于四边固支条件的约束要强于四边简支,因此固支条件下夹层板的临界屈曲温度要远高于四边简支条件下的临界屈曲温度. 在相同的相对密度下,金字塔结构的剪切刚度要大于四面体和 Kagome 结构,因此在相同的相对密度下金字塔结构的临界屈曲温度要高于其他两种结构. 随着相对密度的增加,单位体积材料的临界屈曲温度先增加后减小,在相对密度为 0.08 左右达到最优. 随着面板厚度的增加,四边固支条件下临界屈曲温度不

断下降,这是因为增加面板厚度会增大结构的内力但是剪切刚度没有变化.

### 参考文献

- [1] Mossavaral A, Eslami M R. Thermoelastic buckling of plates with imperfections based on a higher order displacement field[J]. *Journal of Thermal Stress*, 2002, 25:745-771.
- [2] Zakeri A A, Alinia M M. An analytical study on post-buckling behavior of imperfect sandwich panels subjected to uniform thermal stress [J]. *Thin-Walled Structures*, 2006, 44:344-353.
- [3] Kant T, Babu C S. Thermal buckling analysis of skew fibre-reinforced composite and sandwich plates using shear deformable finite element models[J]. *Composite Structures*, 2000, 49:77-85.
- [4] 付宝连. 弹性力学中的能量原理及其应用[M]. 科学出版社, 2004.
- [5] 钟万勰, 欧阳华江. 复合材料的哈密顿体系和辛几何方法[J]. *应用数学和力学*, 1992, 13:971-975. (Zhong W X, Ouyang H J. Hamiltonian system and symplectic geometry in mechanics of composite materials[J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 1992, 13:971-975. (in Chinese))
- [6] 徐新生, 邱文彪, 周震震, 褚洪杰. 哈密顿体系下的弹性圆板热屈曲问题[J]. *大连理工大学学报*, 2008, 48:1-4. (Xu X S, Qiu W B, Zhou Z H, Chu H J. Thermal buckling problem of elastic circular plates in Hamiltonian system[J]. *Journal of Dalian University of Technology*, 2008, 48:1-4. (in Chinese))
- [7] Chen J W, Liu W, Su X Y. Vibration and buckling of truss core sandwich plates on an elastic foundation subjected to biaxial in plane loads[J]. *CMC-Computers Materials & Continua*, 2011, 24:163-181.
- [8] 中科院力学研究所. 夹层板壳的弯曲稳定和振动[M]. 北京:科学出版社, 1977.
- [9] Deshpande V S, Fleck N A, Ashby M F. Effective properties of the octet-truss lattice material[J]. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 2001, 49:1747-1769.
- [10] Kabir H R H, Chaudhuri R A. Free vibration of clamped moderately thick arbitrarily laminated plates using a generalized naviers approach[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1994, 171:397-410

## THERMAL BUCKLING AND ITS CRITICAL TEMPERATURE ANALYSIS OF SANDWICH PANELS WITH METAL-TRUSS CORE

Wu Yuan Xi Wang Hongwei Song Chenguang Huang

(Key Laboratory for Mechanics in Fluid Solid Coupling Systems, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100190)

**Abstract** Using Rössner model and assuming the truss core as a continuous material, a theoretical analysis and parametric discussion about the thermal buckling of sandwich panels with metal truss core under clamped/simply-supported boundary conditions and uniform thermal loading are presented. For simplicity, the flexural rigidity and bending stiffness of the core are ignored, and the shear stiffness of the core is assumed to be the same as the shear stiffness of the sandwich panel. By using the double Fourier expansion of the virtual deformation mode, the critical temperature of sandwich panels under clamped boundary is obtained, which shows good agreement with those of the finite element analysis. Then, the influences of the cell configuration of lattice-framed truss cores, the relative density of truss cores, and panel thickness on the critical buckling temperature are analyzed carefully.

**Key words** lattice-framed truss, sandwich panel, Rössner model, thermal buckling, critical temperature