

文章编号: 1000-7598 (2014) 10-2807-09

考虑饱和黏土初始各向异性的 循环边界面塑性模型

胡存¹, 刘海笑²

(1. 中国科学院力学研究所, 北京 100190; 2. 天津大学 建筑工程学院, 天津 300072)

摘要:天然土体的初始各向异性通常可对其后继循环特性产生显著影响。现有考虑循环载荷作用的土体弹塑性模型, 往往采用类似修正剑桥模型的椭圆形屈服面, 已有研究表明, 该椭圆形屈服面因其拉伸弹性区域偏大, 针对天然 K_0 固结状态的土体, 其计算精度较差。基于新近提出的广义各向同性硬化准则, 在边界面方程中引入初始各向异性张量, 并采用空间滑动面破坏准则 (SMP) 的变换应力法, 建立了能考虑饱和黏土初始各向异性的循环边界面塑性模型。分别针对等压和偏压固结的饱和黏土静、动三轴试验进行模拟, 结果表明, 该模型能合理反映土体的初始各向异性及其后继循环动力特性。

关键词: 边界面塑性模型; 初始各向异性; 变换应力法; 循环载荷; 饱和黏土

中图分类号: TU 435

文献标识码: A

A cyclic bounding surface plasticity model for saturated clay with initial anisotropy

HU Cun¹, LIU Hai-xiao²

(1. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China; 2. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: The initial anisotropy of natural soft clay tends to have a significant influence on its subsequent cyclic behaviors. The current elastoplastic constitutive models for cyclic behaviors of saturated clay always adopt an elliptic yield surface similar to the one in the modified Cam-clay model. However, studies have demonstrated that these kinds of models which adopt an elliptic yield surface are not suitable for predicting the characteristics of K_0 -consolidated soils under the extension state, due to its over-predicted elastic region. In this paper, within the framework of the generalized isotropic hardening rule, by introducing the initial anisotropic tensor to the formation of the bounding surface and combining with the transformed stress tensors which are based on the spatially mobilized plane (SMP) yield criterion, a new bounding surface plasticity model for saturated clay with initial anisotropy is proposed. The predicted results by the model for the monotonic and cyclic triaxial tests on both isotropically and anisotropically consolidated clays demonstrate that the bounding surface model can reasonably describe the initial anisotropy and the subsequent cyclic behaviors of saturated clay.

Key words: bounding surface plasticity model; initial anisotropy; transformed stress method; cyclic loading; saturated clay

1 引言

复杂海洋环境下, 嵌入式海洋工程结构 (如重力式海洋平台基础、桩锚、吸力锚和桩靴等) 及其周围的海洋土体将会受到由风、浪、流产生的循环载荷作用。因而, 海洋土的循环动力特性将决定了嵌入式海洋工程结构的循环承载性能。Anderson 等^[1]指出, 循环载荷下重力式海洋平台基础的破坏模式受到土体初始各向异性的影响, 而循环拉伸破坏是

基底破坏面上土单元的典型破坏模式。Byrne 等^[2-3]认为, 吸力锚的循环承载性能则由土体在循环载荷下产生的拉伸变形决定。另外, 针对土单元的试验^[4-6]则表明饱和黏土的初始固结各向异性对循环载荷下土体的刚度和强度等特性的演变有巨大的影响。然而, 现有考虑土体在循环载荷作用下动力特性的弹塑性模型^[7-10], 往往采用类似剑桥模型的椭圆形屈服面, 该类模型对于 K_0 固结各向异性的土体, 当偏应力 q 自 K_0 状态增加时, 计算结果比较准

收稿日期: 2013-07-01

基金项目: 国家自然科学基金(No. 51309213); 国家自然科学基金(No. 51179124)。

第一作者简介: 胡存, 女, 1986年生, 博士, 助理研究员, 主要从事海洋土动力特性及其本构关系的研究工作。E-mail: hucun@imech.ac.cn

确；而对于偏应力 q 自 K_0 状态减小的土体单元，则因弹性区域偏大，其计算结果精度较差，不能合理地反映处于拉伸状态的土体特性^[11-15]。

为此，针对土体单调加载特性，Sekiguchi 等^[16]提出了考虑土体初始各向异性的关口-太田模型，但该模型屈服面上存在奇点。Matsuoka 等^[11]、孙德安等^[12-13]、韩国城等^[14]、王乃东等^[15]、邹博等^[17]采用空间准滑面 (SMP) 准则代替剑桥模型的广义 Mises 准则，通过变换应力法对剑桥模型进行了修正，但上述模型却无法反映循环载荷作用下的土体动力特性。针对超固结土，Yao 等^[18]提出了可以考虑循环动力特性的三维统一硬化模型。胡存等^[10, 19]建立了适用于饱和黏土循环动力特性的新型单面模型，该模型提出的广义各向同性硬化准则较为简单，但因采用了类似剑桥模型的椭圆界面，不能反映土体初始各向异性的影响。

鉴于上述问题，本文基于广义各向同性硬化准则框架，通过引入初始各向异性张量实现界面在应力空间的初始旋转，并结合变换应力法，建立了能考虑饱和黏土初始各向异性的循环加载界面模型。

2 基于 SMP 准则的变换应力张量

研究表明^[17-18, 20-21]，SMP 准则比广义 Mises 准则更适合描述土体的破坏。然而，后者在应力空间中表现为规则的圆锥曲面，在本构模型的推导和应用时具有简单性，因此，众多基于临界状态理论的弹塑性模型常采用该准则。为了使得 SMP 准则在考虑应力罗德角（包括三轴拉伸状态）对土体破坏影响的同时，又具备广义 Mises 准则形式上的简单性，Matsuoka 等^[11]通过数学变换，把原应力空间 σ_{ij} 中的 SMP 准则（不规则曲面）转换为变换应力空间 $\tilde{\sigma}_{ij}$ 中规则的广义 Mises 准则（圆锥曲面），提出了基于 SMP 准则的变换应力法，推导了变换应力张量 $\tilde{\sigma}_{ij}$ 与原真实应力张量 σ_{ij} 间的关系为

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\sigma}_{ij} &= p\delta_{ij} + \frac{q_c}{q}(\sigma_{ij} - p\delta_{ij}) \\ \sigma_{ij} &= \tilde{p}\delta_{ij} + \frac{q}{\tilde{q}}(\tilde{\sigma}_{ij} - \tilde{p}\delta_{ij}) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中：

$$\tilde{q} = q_c = \frac{2I_1}{3\sqrt{(I_1I_2 - I_3)/(I_1I_2 - 9I_3)} - 1} \quad (2)$$

式中： I_1 、 I_2 、 I_3 分别为第 1、2、3 应力不变量， p 、 q 分别为原应力空间中的球应力和偏应力； δ_{ij}

为 Kronecker 符号。且变换应力空间 $\tilde{\sigma}_{ij}$ 中的球应力 \tilde{p} 、偏应力 \tilde{q} 与原应力空间中的形式相同：

$$\left. \begin{aligned} \tilde{p} &= \frac{1}{3}(\tilde{\sigma}_1 + \tilde{\sigma}_2 + \tilde{\sigma}_3) \\ \tilde{q} &= \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\tilde{\sigma}_1 - \tilde{\sigma}_2)^2 + (\tilde{\sigma}_2 - \tilde{\sigma}_3)^2 + (\tilde{\sigma}_1 - \tilde{\sigma}_3)^2} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

该变换应力张量可用于以 p 和 q 为应力参数的界面塑性模型。

3 考虑初始各向异性的界面模型

本文模型的建立基于以下 3 个基本假设：

(1) 界面表征土体的固结程度，应力的任何改变都将产生塑性变形。界面可在应力空间中运动、膨胀和收缩^[10]。

(2) 界面的尺寸由塑性体积变形 ε_v^p 和损伤变量 ω 共同决定^[19]。

(3) 分离土体初始固结各向异性和后继应力诱发各向异性在本构模型中的描述：前者由界面的初始旋转给予考虑，但随着加载的继续，界面在应力空间不再发生旋转；后者由界面的运动硬化予以描述。

下文中，上标“~”表示与变换应力空间的变量；“-”表示与界面有关的变量。

3.1 界面方程

类似修正剑桥模型的椭圆屈服面被广泛用作界面方程^[22-24]，见下式：

$$F = \left[\bar{p} - \frac{p_c}{2} \right]^2 + \frac{[\bar{q} - \alpha \bar{p}]^2}{M^2 - \alpha^2} - \left[\frac{p_c}{2} \right]^2 = 0 \quad (4)$$

式中： p_c 和 α 分别决定界面和其旋转角度的大小，由土体初始固结状态决定（见 3.2 节），且当 $\alpha = 0$ 时，式（4）则退化为修正剑桥模型的椭圆屈服面； (\bar{p}, \bar{q}) 为对应于当前应力点 (p, q) 的像应力点，由映射准则确定（见 3.2 节）； M 是临界状态线 CSL 的斜率（压缩和拉伸区分别为 M_c 、 M_e ）：

$$M = \begin{cases} M_c = \frac{6\sin\varphi}{3 - \sin\varphi} & \text{当 } (\bar{q} - \alpha\bar{p}) \geq 0 \\ M_e = \frac{6\sin\varphi}{3 + \sin\varphi} & \text{当 } (\bar{q} - \alpha\bar{p}) < 0 \end{cases} \quad (5)$$

以变换应力张量 $\tilde{\sigma}_{ij}$ 代替原应力张量 σ_{ij} ，得到变换应力空间中的界面形式为

$$\tilde{F} = \left[\bar{\tilde{p}} - \frac{p_c}{2} \right]^2 + \frac{[\bar{\tilde{q}} - \alpha \bar{\tilde{p}}]^2}{M^2 - \alpha^2} - \left[\frac{p_c}{2} \right]^2 = 0 \quad (6)$$

式中： $(\bar{\tilde{p}}, \bar{\tilde{q}})$ 为变换应力空间中当前应力点 (\tilde{p}, \tilde{q})

对应的像应力点。

对于常规三轴应力条件，变换应力空间中的 (\bar{p}, \bar{q}) 与原应力空间中 (p, q) 的关系为 $(\bar{p} = p)$ ：

$$\left. \begin{aligned} \bar{q} &= q && \text{当 } q \geq 0 \\ \bar{q} &= \frac{3pq}{3p+q} && \text{当 } q < 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

将式 (7) 代入式 (6) 即可得到真实应力空间中边界的解析表达式。

为了简单、直观地理解边界面形状在变换应力空间和原真实应力空间中的区别，此处结合图 1 并基于二维 p - q 空间予以演示。可以看出，采用变换应力法前后：(1) 边界面形式一致，在变换应力空间中边界面为一倾斜椭圆；(2) 当偏应力 q 自 K_0 状态增加时，变换前、后边界面区域不变（对比图 1(a)、(b) 中点 A 或点 C ）；而对于偏应力 q 自 K_0 状态减小时，真实应力空间内边界面区域降低（对比图 1(a)、(b) 中点 B ）。可见，该方法考虑了应力罗德角的影响，提高了模型对 K_0 固结后三轴拉伸状态下土体响应的真实描述能力。

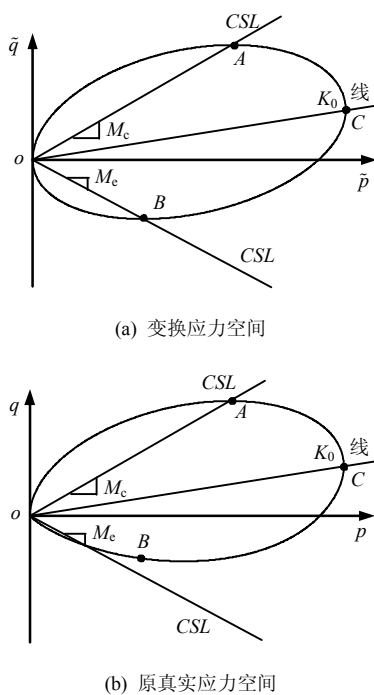


图 1 边界面示意图
Fig.1 Bounding surface

3.2 硬化准则

由前可知，变换应力法使得本构模型在变换应力空间中可以简单的形式（椭圆）进行演化，该部分的讨论针对变换应力空间。由模型的假设 (1) 知，在土体固结后的加载过程中，边界面将在应力空间

中运动，则运动的边界面可表示为

$$\begin{aligned} \tilde{F}_m &= \left[\bar{p} - \tilde{\xi}_p^{(m)} \right]^2 + \frac{\left[\bar{q} - \tilde{\xi}_q^{(m)} - \alpha \left(\bar{p} - \tilde{\xi}_p^{(m)} \right) \right]^2}{M^2 - \alpha^2} - \left[\frac{p_c^{(m)}}{2} \right]^2 = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

式中： $(\tilde{\xi}_p^{(m)}, \tilde{\xi}_q^{(m)})$ 为第 m 次加载事件边界面 \tilde{F}_m 的准中心坐标（见图 2）； m 为单一加载事件（应力路径不改变方向）编号。

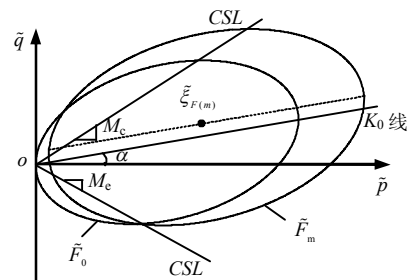


图 2 边界面在 \bar{p} - \bar{q} 应力空间的演化形式
Fig.2 Evolution of the bounding surface in the \bar{p} - \bar{q} space

模型采用胡存等^[10, 19]提出的广义各向同性硬化准则。该准则实际上是黏弹性理论中 Masing 思想在边界面塑性理论中的推广。Masing 准则认为，当把应力反向点看作新的初始加载原点时，卸载曲线可以通过二倍放大初始加载的应力-应变曲线获得；基于该思想，广义各向同性硬化准则认为，当把应力反向点作为新的初始加载原点时，卸载事件可类似于初始加载事件，从而在弹塑性理论中，可以各向同性硬化准则予以描述，即边界面以应力反向点作为同源中心等向膨胀或收缩。此外，值得一提的是，应力反向点在连续有加、卸载过程中将会发生变化，从而边界面在应力空间中等向硬化的同时，可实现运动硬化。

需要说明的是，根据本文的假设 (3)，为了考虑土体由初始固结产生的各向异性，引入初始各向异性张量实现边界面在应力空间中的初始旋转（以标量 α 度量），但在后继加载过程中不再发生旋转。因此，如图 2 所示，本文的边界面在应力空间中涉及 3 种演化形式：(1) 等向硬化；(2) 运动硬化；(3) 旋转硬化。

等向硬化规定了边界面的尺寸，即由塑性体积变形 ε_v^p 和损伤变量 ω 共同决定^[19, 23]，如下式所示：

$$\left. \begin{aligned} d\bar{p}_c &= \bar{p}_c \frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} d\varepsilon_v^p (1-\omega) \\ \omega &= 1 - \exp(-\beta \varepsilon_\lambda) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中： e_0 和 ε_v^p 分别为土体初始固结后的孔隙比和塑性体积应变； λ 和 κ 分别为土体在 e - $\ln p$ 空间中的压缩与膨胀指数。 $\varepsilon_A = \int \sqrt{d\varepsilon_q^p d\varepsilon_p^p}$ 为累积塑性偏应变；长度 $\beta > 0$ 为模型参数，在循环加载过程中， ω 随着 ε_A 增大而增大，土体结构损伤累积。

运动硬化决定了边界面在应力空间中的位置，需考虑下列两种情况：

(1) 应力路径改变方向，即由第 m 次加载到第 $m+1$ 次单一加载事件，有：

$$\tilde{\xi}_{ij}^{(m+1)} = \tilde{\xi}_{ij}^{(m)} + (\tilde{\sigma}_{ij} - \tilde{\sigma}_{ij}^*) \quad (10)$$

(2) 应力路径不改变方向，即在第 $m+1$ 次的单一加载事件中，载荷步由第 i 增量步到第 $i+1$ 增量步，有：

$$\tilde{\xi}_{ij}^{(i+1)} = \tilde{\rho}_{ij}^{(m+1)} + p_{c(m+1)}^{(i+1)} / p_{c(m+1)}^{(i)} (\tilde{\xi}_{ij}^{(i)} - \tilde{\rho}_{ij}^{(m+1)}) \quad (11)$$

式中： $\tilde{\xi}_{ij}^{(m+1)}$ 、 $\tilde{\xi}_{ij}^{(i+1)}$ 、 $\tilde{\xi}_{ij}^{(i)}$ 分别为第 $m+1$ 次加载事件的第 0、 i 和 $i+1$ 次增量步对应的边界面中心； $p_{c(m+1)}^{(i)}$ 、 $p_{c(m+1)}^{(i+1)}$ 分别为第 $m+1$ 次加载事件的第 i 和 $i+1$ 次增量步对应的边界面尺寸； $\tilde{\rho}_{ij}^{(m+1)}$ 为第 $m+1$ 次加载事件的硬化中心。

表征边界面旋转角度的标量 α 采用 Ling 等^[24] 建议的公式确定：

$$\alpha = \sqrt{\frac{3}{2} \alpha_{ij}^0 \alpha_{ij}^0} \quad (12)$$

式中： α_{ij}^0 为初始各向异性张量，采用 Liang 等^[25]、Ling 等^[24] 建议的公式，由初始偏应力张量 s_{ij}^0 和初始平均固结应力 p_0 确定：

$$\alpha_{ij}^0 = \frac{s_{ij}^0}{p_0} \quad (13)$$

$$s_{ij}^0 = \sigma_{ij}^0 - p_0 \delta_{ij} \quad (14)$$

式中： $K_0 = \sigma_{33}^0 / \sigma_{11}^0$ ，故对于 K_0 固结土体，初始各向异性张量 α_{ij}^0 和标量 α 可由下式确定：

$$\alpha_{11}^0 = \frac{2(1-K_0)}{1+2K_0}, \alpha_{22}^0 = \alpha_{33}^0 = \frac{K_0-1}{1+2K_0}, \alpha = \frac{3(1-K_0)}{1+2K_0} \quad (15)$$

对于等压固结土体，则有 $K_0 = 1.0$ ， $\alpha = 0$ ，如前所述，此时边界面退化为修正剑桥模型的椭圆屈服面。

3.3 映射准则

本文模型采用 Dafalias^[22] 提出的径向映射准则，并规定对于第 $m+1$ 次单一加载事件，映射中心为相应边界面的硬化中心（即第 m 个应力反向点）。

故变换应力空间中边界面上的像应力点 $\tilde{\sigma}_{ij}$ 是映射中心 $\tilde{\rho}_{ij}^{(m+1)}$ 连向当前应力点 $\tilde{\sigma}_{ij}$ 时与边界面的交点。三者满足：

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \tilde{b}(\tilde{\sigma}_{ij} - \tilde{\rho}_{ij}^*) + \tilde{\rho}_{ij}^* \quad (16)$$

式中：比例因子 \tilde{b} 满足 $\tilde{b} \geq 1$ ，为变换应力空间中映射中心分别到当前应力点和像应力点距离的比值，可通过将式 (16) 代入式 (8) 求得。

3.4 弹塑性应力-应变增量关系

该部分与常规边界面塑性模型推导一致，在此仅给出主要公式，详细过程不再加以赘述，可见文献[10, 19]。

边界面塑性理论中，弹、塑性应变增量满足下式：

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_v^e &= \frac{dp}{B}, \quad d\varepsilon_q^e = \frac{dq}{3G} \\ d\varepsilon_v^p &= \langle L \rangle n_p, \quad d\varepsilon_q^p = \langle L \rangle n_q \\ n_p &= \frac{\partial F_m}{\partial p}, \quad n_q = \frac{\partial F_m}{\partial q} \\ L &= \frac{1}{\bar{K}_p} (n_p d\bar{p} + n_q d\bar{q}) = \frac{1}{K_p} (n_p^{(m)} dp + n_q^{(m)} dq) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

故应力与应变增量本构关系为

$$\begin{bmatrix} d\varepsilon_v \\ d\varepsilon_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(n_p)^2}{K_p} + \frac{1}{B} & \frac{n_p n_q}{K_p} \\ \frac{n_p n_q}{K_p} & \frac{(n_q)^2}{K_p} + \frac{1}{3G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp \\ dq \end{bmatrix} \quad (18)$$

其不排水加载应力路径和孔压可由下式求解：

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp}{dq} &= \frac{-B n_q n_p}{K_p + B(n_p)^2} \\ du &= \frac{1}{3} dq + B \langle L \rangle n_p \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

式中： G 为剪切模量， $B = (1 + e_0)p / \kappa$ 为弹性体积模量； L 为加载指数； $\langle \rangle$ 是 Macauley 运算符号，当 $L \leq 0$ 时 $\langle L \rangle = 0$ ，当 $L > 0$ 时， $\langle L \rangle = L$ ； n_p 和 n_q 分别为真实应力空间中边界面 F_m 的外法线矢量（因模型采用相关联流动法则，故又称为势函数梯度）沿 \bar{p} 和 \bar{q} 方向的分量； \bar{K}_p 和 K_p 分别为真实应力空间中像应力点和当前应力点对应的塑性模量。

可以看出，式 (17)~(19) 的求解需首先获得真实应力空间中 n_p 、 n_q 、 K_p 。原应力空间和变换应力空间中边界面的梯度矢量满足以下关系：

$$\begin{Bmatrix} n_p \\ n_q \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} \tilde{n}_p \\ \tilde{n}_q \end{Bmatrix} \quad (20)$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial p} & \frac{\partial \tilde{q}}{\partial p} \\ \frac{\partial \tilde{p}}{\partial q} & \frac{\partial \tilde{q}}{\partial q} \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中：[A] 为变换矩阵，当 $q < 0$ 时， $[A] =$

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{3q^2}{(3p+q)^2} \\ 0 & \frac{9p^2}{(3p+q)^2} \end{bmatrix}; \text{ 当 } q \geq 0 \text{ 时, } [A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; \tilde{n}_p \text{ 和 } \tilde{n}_q$$

分别为变换应力空间中势函数 \tilde{F}_m 梯度沿 \tilde{p} 和 \tilde{q} 方向的分量。

3.5 塑性模量

对真实应力空间中的边界面方程使用连续性条件 $dF_m = 0$ 得到：

$$\frac{\partial F_m}{\partial p} d\bar{p} + \frac{\partial F_m}{\partial q} d\bar{q} + \frac{\partial F_m}{\partial \varepsilon_v^p} d\varepsilon_v^p + \frac{\partial F_m}{\partial \omega} d\omega = 0 \quad (22)$$

需要说明的是，因边界面方程中标量 p_c 关系式在变换应力前后并不改变，故 F_m 的显式表达式不必求出（具体形式较为复杂），结合式（9）可得边界面像应力点对应的塑性模量 \bar{K}_p ：

$$\bar{K}_p = p_c n_p \bar{p} \left(\chi_0 - \frac{\beta e^{-\beta \varepsilon_\lambda}}{1 - \omega} \left| \frac{n_q}{n_p} \right| \right) \quad (23)$$

采用文献[10]提出的插值函数确定当前应力点对应的塑性模量 K_p ，即：

$$K_p = \bar{K}_p + H(\bar{p}, \bar{q}, \varepsilon_v^p, \omega)(b-1)^\gamma \quad (24)$$

其中，比例因子 b 满足 $b \geq 1$ ，为真实应力空间中映射中心分别到当前应力点和像应力点距离的比值；形状硬化函数 $H(\bar{p}, \bar{q}, \varepsilon_v^p, \omega)$ 由下式确定：

$$H(\bar{p}, \bar{q}, \varepsilon_v^p, \omega) = \begin{cases} |K_m - \bar{K}_p| & \text{初始加载} \\ |\zeta_u K_m - \bar{K}_p| & \text{卸载} \\ |\zeta_r K_m - \bar{K}_p| & \text{再加载} \end{cases} \quad (25)$$

$$\frac{\zeta_u}{\zeta_r} = \left(\frac{M_c}{M_e} \right)^2 \left(1 + \frac{\partial F}{\partial \bar{p}} / \eta \right) \quad (26)$$

式中： K_m 为映射中心处的塑性模量； γ 、 ζ_r 、 η 为模型参数。

3.6 模型参数的确定

本文模型在数值计算中，共需要 8 个参数，可分为两类：一类为常规临界状态参数，即 λ 、 κ 、 M （或 φ' ）、 G （或 ν ）；另一类是为模拟饱和黏土循环动力特性引入的塑性硬化模量插值函数参数，即 γ 、 ζ_r 、 η 、 β 。前者与剑桥模型参数一致，故在此不加赘述。后者的确定方法可详见文献[23]，在此仅简单予以介绍。

参数 γ 可由土体单调加载试验确定，建议取值范围在 1.0~2.0 之间，对于应力-应变呈双曲线型的土体，如超固结土，可采用接近 1.0 的值；当对于应力-应变关系一般介于指数和双曲线之间的饱和软黏土， γ 偏向 2 取值。

参数 ζ_r 、 η 、 β 出现在塑性模量形状硬化函数 H 中，决定应力-应变滞回曲线的形状。故该 3 个参数的确定需进行至少一次加载、卸载、再加载循环事件。可与动剪切模量和阻尼比关联得到，详见文献[23]。

3.7 变换应力法在边界面塑性本构模型中的应用

与变换应力法在传统弹塑性模型中的应用不同^[15, 17]，当其用于边界面塑性本构模型时，需处理两次变换应力空间和原真实应力空间之间的应力变换。

第 1 次应力变换发生在初始计算时，需由给定的真实应力点 σ_y 按照式（1）或式（7）换算为变换应力空间中的应力张量 $\tilde{\sigma}_y$ ，进而由式（16）确定像点；

第 2 次应力变换发生在按照式（17）~（19）求解应变（或应力）增量时，因此时涉及到真实应力空间中的势函数梯度 n_y 。因此，需先按式（20）、（21）由变换应力空间中的 \tilde{n}_y 和变换矩阵 [A] 求得 n_y 。

需注意在第 2 次应力变换时，边界面塑性模型加载指数 L 的计算与传统弹塑性模型的不同，见式（17）~（19），其需先求得塑性模量 K_p ，而 K_p 的插值函数是基于真实应力空间中建立的。因此， K_p 的计算需要在真实应力空间中完成，即需将变换应力张量 $\tilde{\sigma}_y$ 按式（1）变换为真实应力张量 σ_y ，进而由式（24）求得 K_p 。

4 模型预测与试验结果的比较

4.1 K_0 固结饱和和高岭土静三轴弹塑性模拟

三轴压缩和拉伸是饱和黏土典型应力路径，因此本部分将针对 K_0 固结各向异性的高岭黏土三轴试验数据^[26]进行预测。试样首先分别在平均围压 $p_0 = 357 \text{ kPa}$ （ $K_0 = 1.0$ ）和 $p_0 = 204 \text{ kPa}$ （ $K_0 =$

0.67) 下固结, 然后进行不排水三轴压缩或拉伸试验加载直至试样破坏。土体参数见表 1。

由式 (12) ~ (15) 可知, 对于 $K_0 = 1.0$ 和 $K_0 = 0.67$ 试样, 本文模型中其初始各向异性标量分别为 $\alpha = 0$ 和 $\alpha = 0.43$ 。图 3 所示为各向同性固结试样 ($K_0 = 1.0$) 的三轴压缩和拉伸响应, 可以看出, 模型计算结果与试验数据吻合较好。图 4 所示为各向异性固结试样 ($K_0 = 0.67$) 的三轴压缩响应, 可以看出, 总体上模型计算的应力路径、应力-应变曲线和试验结果较为一致, 而计算的孔压稍高于试验所测。

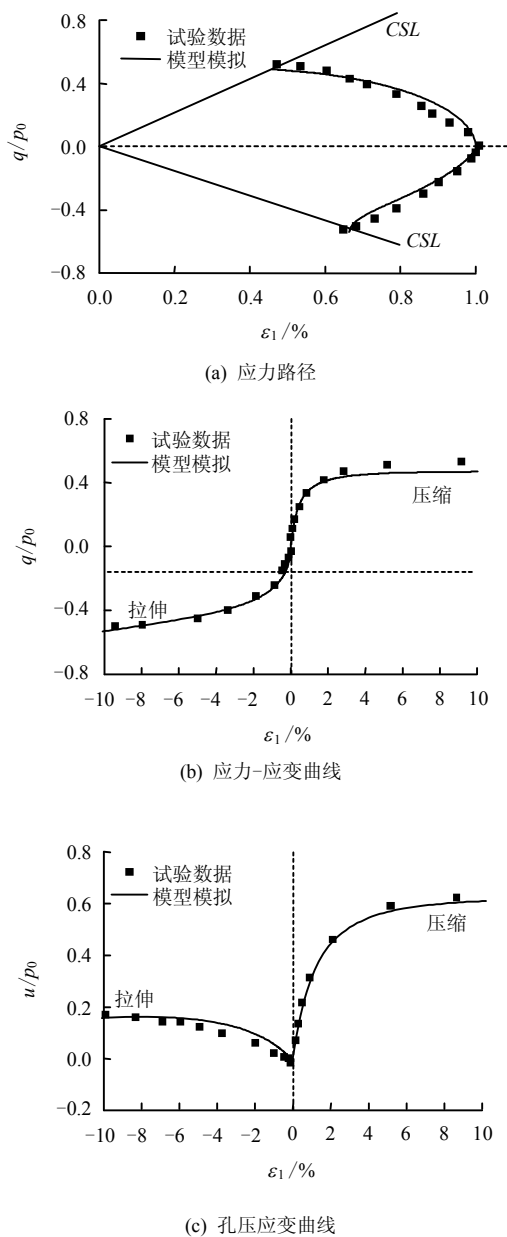


图 3 初始各向异性标量 $\alpha=0$ 时模拟结果和试验数据^[26]对比
Fig.3 Comparisons between the simulated and test results for initial anisotropy $\alpha=0$

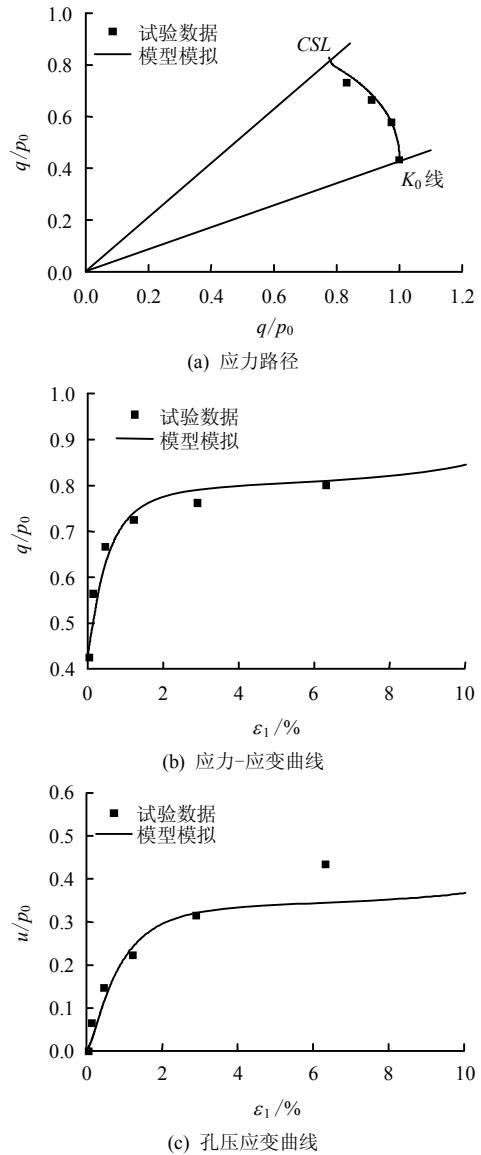


图 4 初始各向异性标量 $\alpha=0.43$ 时模拟结果和试验数据^[26]对比
Fig.4 Comparisons between the simulated and test results for initial anisotropy $\alpha=0.43$

本文通过引入初始各向异性张量 α , 结合 SMP 准则变换应力法对类似剑桥模型的椭圆形屈服面进行了改进, 建立了考虑初始各向异性的边界塑性模型。为了直观地对比改进前、后模型对饱和黏土特性尤其是拉伸特性的描述能力, 该部分针对 Stipho 等^[26]对各向异性固结土体 ($K_0 = 0.67$) 的三轴拉伸试验进行模拟。图 5 所示即为改进前、后边界塑性模型计算得到的应力路径、应力-应变曲线和孔压应变曲线与试验数据的对比。

4.2 Itsukaichi 海洋黏土不排水动三轴模拟

为了进一步评估本文模型对初始各向异性固结饱和黏土循环动力特性的描述能力, 该部分采用 Hyodo 等^[4]针对日本 Itsukaichi 高塑性海洋黏土开展的循环动三轴试验进行模拟。试样在平均围压 $p_0 =$

200 kPa 下固结，初始各向异性应力状态为： $K_0 = 0.75$ ， $\alpha = 0.5$ ，施加偏应力幅值为 99 kPa 的正弦载荷直至试样破坏。模型所需参数见表 1。

应力-应变滞回圈逐渐向应变轴倾斜，土体循环刚度退化，且土体破坏模式一致，均因单向累积塑性应变过大而破坏。验证了本模型对土体初始各向异性及其后继循环动力特性的描述能力。

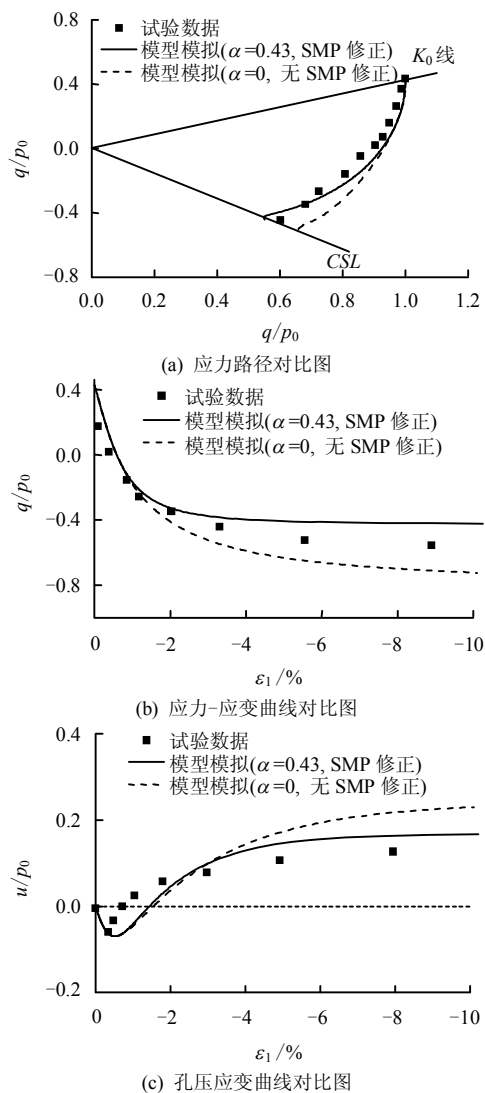


图 5 考虑初始各向异性前后模型预测结果和试验数据^[26]对比

Fig.5 Comparisons between the simulations with and without the initial anisotropy and the test results

表 1 模型计算所需参数

Table 1 The parameters needed in the model simulation

土名	泊松比 ν	孔隙比 e_0	临界状态参数 κ	λ	M_c	M_c	γ	ζ_r	η	β
高岭土	0.2	0.94	0.050	0.140	0.780	1.05	2			
日本海洋黏土	0.3	1.66	0.057	0.349	1.456	1.56	2	4	11	2.63

图 6、7 所示为初始各向异性固结海洋黏土的循环动力响应。由图 6 可以看出，随着加载的继续，有效应力逐渐降低，试验测得和模型计算出的应力路径均逐渐趋于临界状态线 CSL，土体在第 11 周左右发生破坏，两者吻合较好。由图 7 可以看出，无论是试验还是模型模拟结果，循环载荷下海洋黏土

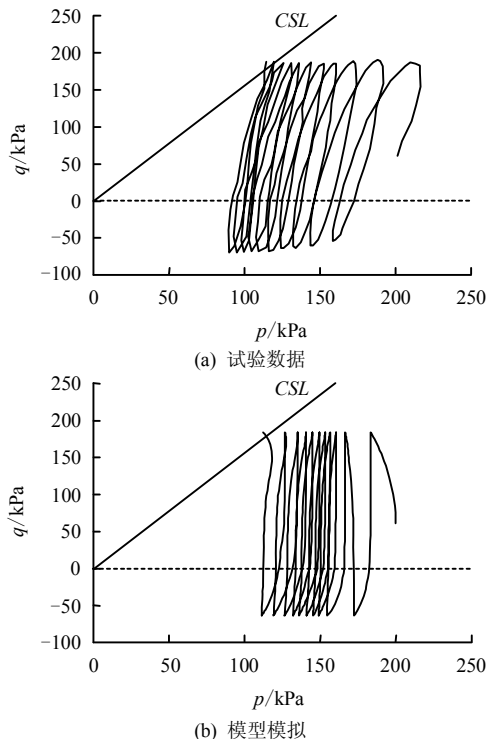


图 6 初始各向异性固结海洋黏土的实测^[4]和模拟应力路径
Fig.6 The tested and simulated stress paths for anisotropically consolidated marine clay

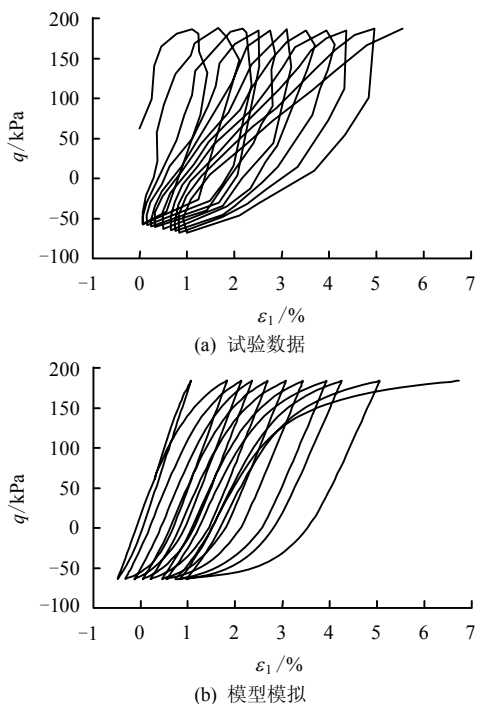


图 7 初始各向异性固结海洋黏土的实测^[4]和模拟应力-应变曲线
Fig.7 The tested and simulated stress-strain relations for anisotropically consolidated marine clay

5 结 论

(1) 通过分离土体初始各向异性和后继各向异性在本构模型中的描述, 即土体初始各向异性由界面的初始旋转模拟, 而后继应力诱发各向异性由广义各向同性硬化准则中的运动硬化部分确定, 实现了旋转硬化和运动硬化准则的结合。

(2) 针对初始各向异性固结饱和黏土的静、动三轴试验数据(均包括拉伸应力条件)进行预测, 结果表明, 本文建立的边界面塑性模型能合理描述饱和黏土的初始固结各向异性及其后继循环动力特性。

(3) 实现了基于 SMP 准则的变换应力法在边界面塑性模型中的应用, 并探讨了其用于边界面塑性模型和传统弹塑性模型的不同点, 提高了变换应力法在边界面塑性模型中的应用前景。

(4) 变换应力法是实现土体弹塑性模型三维化的实用方法, 为了能更好地反映饱和黏土在复杂应力路径下的动力特性, 以期运用该模型分析嵌入式海洋工程结构与海洋土体的耦合动力响应, 进一步工作还需推广该模型至三维应力状态。

参 考 文 献

- [1] ANDERSON K H, POOL J H, BROWN S F. Cyclic and static laboratory tests on Drammen clay[J]. **Journal of the Geotechnical Engineering Division**, 1980, 106(5): 499—529.
- [2] BYRNE B W, HOULSBY G T. Experimental investigations of response of suction caissons to transient vertical loading[J]. **Journal of Geotechnical and Environmental Engineering**, 2002, 128(11): 926—939.
- [3] BYRNE B W, HOULSBY G T. Experimental investigations of response of suction caissons to transient combine loading[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2004, 130(3): 240—253.
- [4] HYODO M, YAMAMOTO Y, SUGIYAMA M. Undrained cyclic shear behaviour of normally consolidated clay subjected to initial static shear stress[J]. **Soils and Foundations**, 1994, 34(4): 1—11.
- [5] MOSES G G, RAO S N. Behavior of marine clay subjected to cyclic loading with sustained shear stress[J]. **Marine Georesources Geotechnology**, 2007, 25: 81—96.
- [6] LI S, HUANG M S. Undrained long-term cyclic degradation characteristics of offshore soft clay[C]//Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2010, Jun 3-5; Shang Hai, China. New York: ASCE, 2010: 263—271.
- [7] CATER J P, BOOKER J R, WROTH C P. A critical state soil model for cyclic loading[C]//Soil Mechanics-Transient and Cyclic Loads. New York: John Wiley and Sons, 1982: 219—252.
- [8] LI T, MEISSNER H. Two-surface plasticity model for cyclic undrained behavior of clays[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2002, 128(7): 613—626.
- [9] YU H S, KHONG C, WANG J. A unified plasticity model for cyclic behavior of clay and sand[J]. **Mechanics Research Communications**, 2007, 34: 97—114.
- [10] 胡存, 刘海笑. 适用于饱和粘土循环动力分析的新型边界面塑性模型[J]. **水利学报**, 2011, 42(10): 1192—1200.
HU Cun, LIU Hai-xiao. A new type of bounding surface plasticity model for cyclic behavior of saturated clay[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2011, 42(10): 1192—1200.
- [11] MATSUOKA H, YAO Y P, SUN D A. The Cam-clay models revised by the SMP criterion[J]. **Soils and Foundations**, 1999, 39(1): 81—95.
- [12] 孙德安, 姚仰平, 殷宗泽. 基于 SMP 准则的双屈服面弹塑性模型的三维化[J]. **岩土工程学报**, 1999, 21(5): 631—634.
SUN De-an, YAO Yang-ping, YIN Zong-ze. Generalization of elastoplastic model with two yield surfaces based on SMP criterion[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1999, 21(5): 631—634.
- [13] 孙德安, 姚仰平, 殷宗泽. 初始应力各向异性土的弹塑性模型[J]. **岩土力学**, 2000, 21(3): 221—226.
SUN De-an, YAO Yang-ping, YIN Zong-ze. An elastoplastic model for soil with initially stress-induced anisotropy[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2000, 21(3): 221—226.
- [14] 韩国城, 连阵营, 姚仰平. 一个适用于深基坑开挖的三维各向异性模型[J]. **水利学报**, 2002, 33(11): 14—19.
HAN Guo-cheng, LIAN Zhen-ying, YAO Yang-ping. 3-D anisotropic model for simulation of soil in deep excavation pit[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2002, 33(11): 14—19.

- Experimental studies of coefficient of permeability of soil affected by water-soil interactions[J]. **Hydrogeology and Engineering Geology**, 2011, 38(6): 39—43.
- [20] 赵宇, 崔鹏, 胡良博. 黏土抗剪强度演化与酸雨引发滑坡的关系——以三峡库区滑坡为例[J]. **岩石力学与工程学报**, 2009, 28(3): 576—582.
ZHAO Yu, CUI Peng, HU Liang-bo. Relation between evolution of clay shear strength and landslide induced by acid rain—taking landslide in Three Gorges reservoir area for example[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2009, 28(3): 576—582.
- [21] 郭胜, 李崇明, 郭劲松, 等. 三峡水库蓄水后不同水位期干流氮、磷时空分异特征[J]. **环境科学**, 2011, 32(5): 1266—1272.
GUO Sheng, LI Chong-ming, GUO Jing-song, et al. Spatio-temporal variation of nitrogen, phosphorus in different period in Three Gorges reservoir after its impoundment[J]. **Environmental Science**, 2011, 32(5): 1266—1272.
- [22] 夏星辉, 周劲松, 杨志峰, 等. 黄河流域河水氮污染分析[J]. **环境科学学报**, 2001, 21(5): 563—568.
XIA Xing-hui, ZHOU Jing-song, YANG Zhi-feng, et al. An analysis of nitrogen pollution in river water of the Yellow River basin[J]. **Acta Scientiae Circumstantiae**, 2001, 21(5): 563—568.
- [23] 南京水利科学研究所. SL237-1999 水工试验规程[S]. 北京: 中国水利水电出版社, 1999.
- [24] 艾瑶, 高明, 戴水汉. 地下水与玄武岩反应趋势分析[J]. **高校地质学报**, 1998, 4(2): 220—228.
AI Yao, GAO Ming, DAI Shui-han. Tendency analysis of the interaction between groundwater and basalt[J]. **Geological Journal of China Universities**, 1998, 4(2): 220—228.
- [25] 窦顺梅, 陈繁荣, 杨永强, 等. 花岗岩地区水-岩反应次生矿物的沉淀饱和指数估算[J]. **地球化学**, 2010, 39(4): 326—336.
DOU Shun-mei, CHEN Fan-rong, YANG Yong-qiang, et al. Estimation of saturation index for the precipitation of secondary minerals during water-rock interaction in granite terrains[J]. **Geochimica**, 2010, 39(4): 326—336.
-
- 上接第 2814 页
- [15] 王乃东, 姚仰平. 基于变换应力方法的各向异性模型三维化[J]. **岩土工程学报**, 2011, 33(1): 50—56.
WANG Nai-dong, YAO Yang-ping. Generalization of anisotropic constitutive models using transformed stress method[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2011, 33(1): 50—56.
- [16] SEKIGUCHI H, OHTA H. Induced anisotropy and time dependency in clay[C]//Proceedings of Specialty session 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Tokyo: [s. n.], 1977: 229—238.
- [17] 皱博, 姚仰平, 路德春. 变换应力三维化方法在清华模型中的应用[J]. **岩石力学与工程学报**, 2005, 24(23): 4303—4307.
ZOU Bo, YAO Yang-ping, LU De-chun. Qinghua model revised by SMP criterion[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(23): 4303—4307.
- [18] YAO Y P, HOU W, ZHOU A N. UH model: Three dimensional unified hardening model for overconsolidated clays[J]. **Geotechnique**, 2007: 1—19.
- [19] 胡存, 刘海笑. 考虑循环荷载下饱和粘土软化的损伤边界模型研究[J]. **岩土力学**, 2012, 33(2): 459—466.
HU Cun, LIU Hai-xiao. Damage-dependent bounding surface model for cyclic degradation of saturated clay[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2012, 33(2): 459—466.
- [20] YAO Y P, SUN D A. Application of Lade's criterion to Cam-clay model[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 2000, 126(1): 112—119.
- [21] YAO Y P, SUN D A, MATSUOKA H. A unified constitutive model for both clay and sand with hardening parameter independent on stress path[J]. **Computers and Geotechnics**, 2008, 35: 210—222.
- [22] DAFALIAS Y F. An anisotropic critical state clay plasticity model[J]. **Mechanics Research Communications**, 1986, 13: 341—347.
- [23] HU C, LIU H X, HUANG W. Anisotropic bounding-surface plasticity model for the cyclic shakedown and degradation of saturated clay[J]. **Computers and Geotechnics**, 2012, 44: 34—47.
- [24] LING H I, YUE D Y, KALIAKIN V N, et al. Anisotropic elasto-plastic bounding surface model for cohesive soils[J]. **Journal of Engineering Mechanics, ASCE**, 2002, 129(7): 748—758.
- [25] LIANG R Y, MA F. Anisotropic plasticity model for undrained cyclic behavior of clays. I: Theory[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1992, 118(2): 229—245.
- [26] STIPHO A S A. Experimental and theoretical investigation of the behavior of anisotropically consolidated kaolin[D]. Cardiff: University of Cardiff, 1978.