

文章编号: CSTAM2014-P19-0012

# 关键参数对三维双楔面激波干扰的影响

项高翔, 王 春, 姜宗林

(中国科学院力学研究所高温气体动力学重点实验室, 北京 100190)

**摘 要:** 采用‘降维’的三维激波\激波相互作用的分析方法, 将三维双楔面的定常激波干扰问题转换为特征面内的二维非定常激波干扰问题, 对高超声速三维压缩进气道无粘激波干扰流动进行理论分析。考虑了三维双楔定常高超声速流动的一些重要参数对波系结构和各个区域的流场特性的影响, 这些重要参数包括马赫数、掠角、楔角和二角。数值模拟求解三维无粘 Euler 方程, 对理论分析得到的激波干扰结构和结果进行了对比验证。通过理论分析和数值模拟, 得出了这些重要参数对三维双楔流场的温度、压力、密度和总压恢复系数的影响规律。此外, 还考虑了来流马赫数对激波位置的影响。

**关键词:** 降维; 激波\激波相互作用; 关键参数; 流场特性

**中图分类号:** O354.3

**文献标识码:** A

## 0 引言

由于优良的比冲性能, 吸气式推进高超声速飞行器成为近期研究的热点。吸气式高超声速流动具有一些典型的物理现象, 包括激波\激波干扰、激波\附面层干扰以及由于复杂构型所引起的三维流动特性。高超声速外流中典型的机体和机翼之间的三维激波干扰如图1a所示, 图1b显示了三维激波干扰形成热流分布<sup>[1]</sup>, 三维激波与边界层相互作用形成的局部热流峰值是二维激波干扰区热流的10倍, 这将导致高超声速飞行器表面严重的气动热问题。高超声速三维压缩进气道中的激波干扰现象如图2所示<sup>[2]</sup>, 随着进气道流向位置深入, 激波干扰区域所占比例增大, 马赫干后滑移面所形成的低总压区所占的比重越来越大, 这导致进气道总压恢复性能急剧降低。研究三维激波干扰现象及其物理机理具有重要的工程应用价值。

目前为止, 对于二维激波\激波相互作用的理论研究

已经比较成熟<sup>[3]</sup>, 但是对三维的研究主要集中在实验和数值模拟上, 理论分析较少<sup>[4-9]</sup>。Skews等<sup>[4]</sup>深入研究了风洞试验中三维效应对双楔激波反射结构间转变的影响, 认为在规则反射向马赫反射转变过程中由于三维效应压力的调整会导致流动变形, 从而在双楔面边缘处引起马赫反射, Von Neumann 压力平衡准则在这里使用, 他同时给出了规则反射实验中可以避免三维效应影响的楔面展长/入口比。Charwat等<sup>[5]</sup>根据实验结果阐述了三维激波相互作用后形成的透射激波、桥激波等基本波系结构。Goonko等<sup>[6-7]</sup>通过理论分析和数值模拟研究了三维双楔面上超声速流动形成的定常激波结构, 其研究结果表明三维激波在虚拟壁面上反射可以形成类似二维准定常激波反射的多种反射构型, 如规则反射、单马赫反射、过渡马赫反射和双马赫反射等, 并研究了掠角和二角对波系结构转变的影响。此外, 他还通过对双楔角肋处进行开口处理, 分别研究了开闭口对激波波系结构和转变准则的影响。杨旻等

[8-9] 提出了一种‘降维’的思想，将三维定常激波干扰问题转换为二维非定常激波干扰问题，这样就可以利用经典的二维激波干扰理论来求解三维定常激波干扰问题。此外，他还利用该理论分析得出了形成不同激波反射结构的楔面楔角和来流马赫数的组合范围，并探讨了双楔面夹角和掠角对波系结构的影响。之前的人对三维激波干扰的研究大多是通过实验和数值模拟得出结果，杨旸 [8-9] 虽然通过特定的理论分析方法对三维定常双楔激波相互作用进行了研究，但是并没有从理论上深入分析双楔的关键参数对定常双楔流场区域的流动特性的影响以及对波系位置的影响。

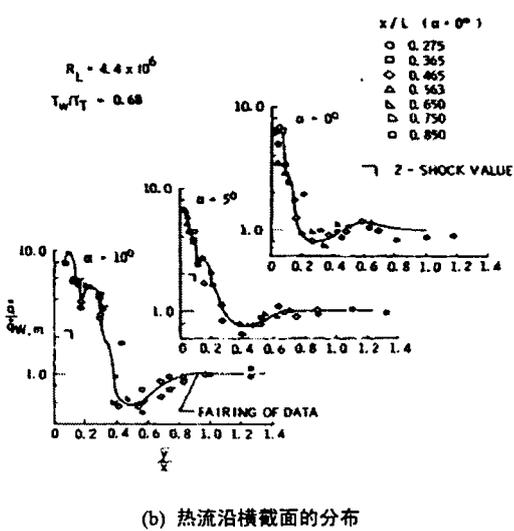
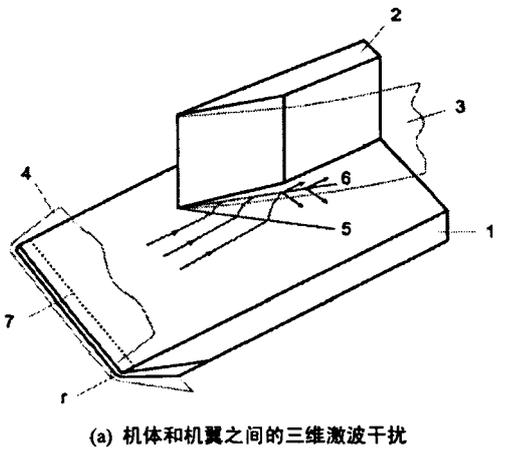


图1 外流的激波干扰 [Watson et al, AIAA J, 1971]

Fig.1 The shock wave and shock wave interaction in outside filed

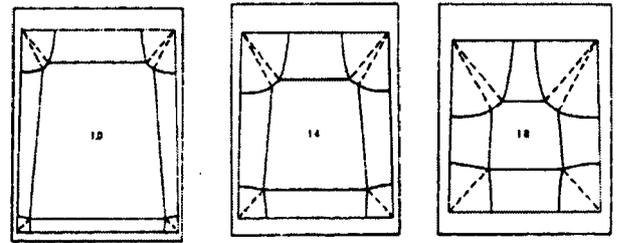


图2 进气道不同截面内的激波相互作用结构 [Marconi, AIAA J, 1980]

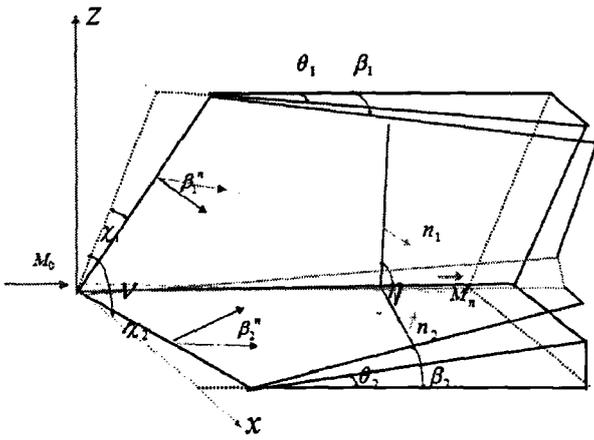
Fig.2 The wave configurations of different cross-sections along the inlet

本文立足于远离边界层激波相互作用的区域，利用这种‘降维’的思想对三维无粘激波、激波相互作用进行了研究。分别考虑了马赫数、掠角、楔角和二角对流场区域的压力、温度、密度和总压恢复系数的影响。对于不同来流的马赫数的影响，本文还给出了马赫数对于各个波系结构位置的影响，并通过数值模拟进行了验证。

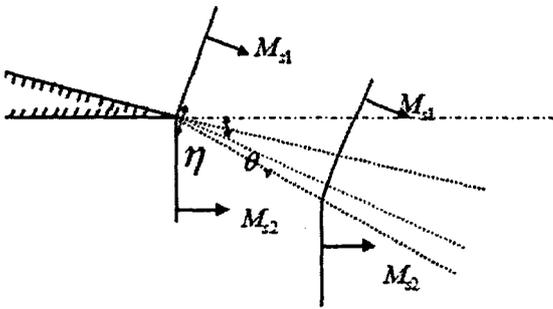
## 1 理论分析方法

由于没有直接的分析三维激波相互作用的理论，所以我们采用‘降维’的方法将三维定常问题转换为二维非定常问题求解 [8-9]。通过数值模拟我们发现对于三维激波相互作用，在垂直于来流的方向上，不同位置的二维截面内的激波结构具有自相似性。我们取两个楔面的斜激波相互作用交线方向作为三维转换为二维的特征方向，垂直于特征方向的面作为‘降维’后的二维问题的特征面。这样我们就可以将三维定常问题沿特征方向上转换为特征面上的二维非定常问题。

对于来流马赫数为  $M_0$ ，前缘后掠角为  $\lambda$ ，双楔面二角为  $\nu$  的流动 (如图3所示)，特征方向的矢量为：



(a) 三维定常流场



(b) 二维非定常流场

图3 理论分析方法示意图

Fig.3 The schematic of theoretical analysis

$$\vec{M}_n = \vec{n}_2 \times \vec{n}_1 \quad (1)$$

$$\cos \eta = \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \quad (2)$$

$$\vec{n}_1 = (\cot \chi_1 \sin \nu + \cos \chi_1 \cos \nu \tan \beta_1^n, -\csc \chi_1 \cos^2 \chi_1 \tan \beta_1^n, \cos \chi_1 \tan \beta_1^n \sin \nu - \cos \nu \cot \chi_1) \quad (3)$$

$$\vec{n}_2 = (\cos \chi_2 \tan \beta_2^n, -\cos \chi_2 \cot \chi_2 \tan \beta_2^n, \cot \chi_2) \quad (4)$$

二维特征截面内的两运动激波夹角  $\eta$  以及运动轨迹和虚拟壁面夹角  $\theta_v$  为:

$$\theta_v = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{M_{s2} \sin \theta_0}{M_{s1} + M_{s2} \cos \theta_0} \quad (5)$$

对二维特征面内的运动激波进行理论分析, 先根据二维特征面内的极曲线判断波系结构类型, 再

根据运动激波关系式求出各个区域的流场参数, 最后将二维特征面内的流场特性反馈到三维空间中, 进而求出三维空间各个区域的流场参数。如图4所示是一个复杂的马赫构型的三维流场示意图。绿色表示上楔入射激波面  $I_1$ , 红色下楔入射激波面  $I_2$ , 橙色表示马赫干面  $M_m$ , 蓝色表示第一道反射激波面  $R_1$ , 褐色表示第二道反射激波面  $R_2$ , 黑色虚线表示两道滑移面  $S_1, S_2$ 。

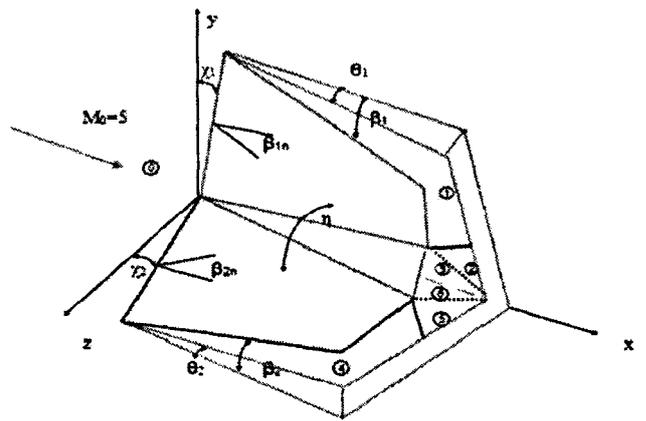


图4 三维马赫构型流场

Fig.4 The flow field of three-dimensional mach configuration

## 2 数值模拟方法

本文采用三维无粘Euler方程作为控制方程, 气体为理想气体, 直角坐标系下的控制方程可以表达为:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

其中:

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (\rho E + p)u \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (\rho E + p)v \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho w^2 + p \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ (\rho E + p)w \end{bmatrix} \quad (7)$$

上述表达式中,  $\rho$ ,  $p$ ,  $E$  分别代表气体的密度、压力和单位质量总内能,  $u, v, w$  为气体在  $x, y$  和  $z$  方向上的速度分量。单位质量总内能表达式为:

$$E = \frac{P}{(\gamma-1)\rho} + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \quad (8)$$

控制方程的离散方程:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_{i,j,k}^n + \frac{1}{\Delta x} \left( F_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - F_{i-\frac{1}{2},j,k}^n \right) + \frac{1}{\Delta y} \left( G_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - G_{i,j-\frac{1}{2},k}^n \right) + \frac{1}{\Delta z} \left( H_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - H_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n \right) = 0 \quad (9)$$

其中对流项通量项  $F, G, H$  利用二阶NND格式<sup>[11]</sup>求解, 网格采用均匀的结构化网格。边界条件入口为给定的来流条件, 出口边界条件由外推法给出, 双楔面的上边界和右边界采用无反射边界条件, 固壁边界采用无穿透滑移的边界条件。

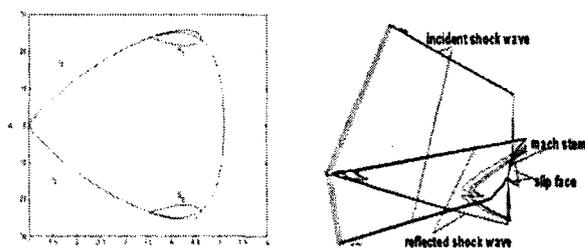
### 3 结果与讨论

#### 3.1 马赫数对流场区域的影响

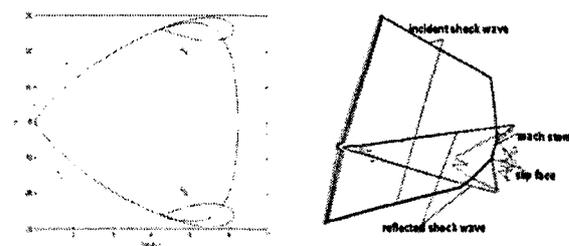
对于给定双楔  $\theta_1 = \theta_2 = 10^\circ, \chi_1 = \chi_2 = 30^\circ,$

$\nu = 90^\circ$ , 改变来流马赫数使马赫数分别为

$M = 4, 5, 6, 7, 8$ , 入射激波在对称面上形成各种不同的反射结构。图5是在马赫数6和7下的极曲线理论分析结果和数值模拟对照图, 我们可以看出理论分析(左)和数值模拟(右)得到的波系构型相吻合。



(a) M=6 理论和数值结果



(b) M=7 理论和数值结果

图 5 极曲线与数值模拟示意图

Fig.5 The schematic of polar analysis and numerical simulation

从图 5 我们可以看到在二分角较大的上述情况下构型都为马赫构型。

我们再来看下对于相同的双楔组合不同的马赫数下的波系位置的变化。如图 6 所示是不同马赫数下波系位置的示意图。

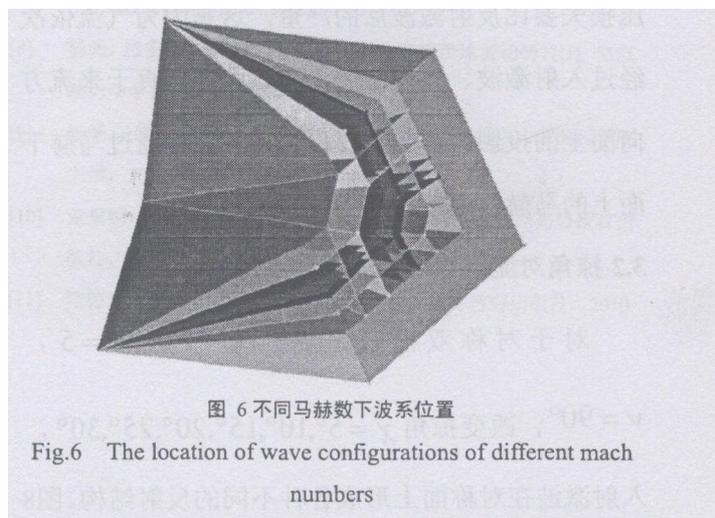


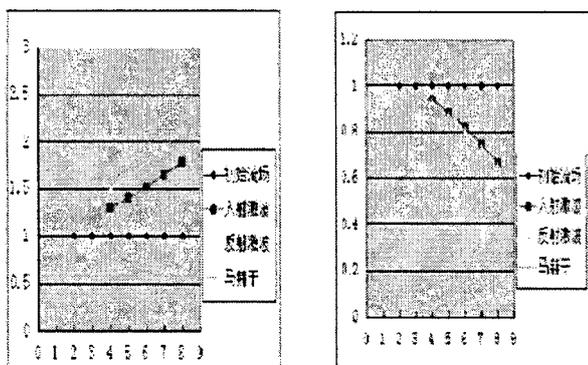
图 6 不同马赫数下波系位置

Fig.6 The location of wave configurations of different mach numbers

图6所示从外到里分别表示: 绿色为M=4的波系

位置图,黄色为M=5的波系位置图,红色为M=6的波系位置图,粉色为M=7的波系位置图,蓝色为M=8的波系位置图,橘黄色为M=15的波系位置图.我们可以看出,马赫数越大入射激波面越贴近楔面,反射激波面越贴近双楔对称面,马赫干面越贴近楔交线处,且马赫干面逐渐变窄,数值模拟结果与理论分析结果吻合。

马赫数对各个区域参数的影响如图7所示,



(a) 无量纲温度 (b) 总压恢复系数

图7 流场参数随马赫数变化示意图

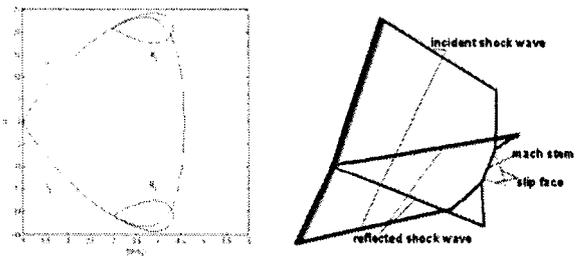
Fig.7 The variation of flow field with mach numbers variation

随着马赫数的增大,各个区域的压力、密度和温度逐渐增加,总压损失变大.气流依次经过入射激波和反射激波或者直接通过马赫干后的压力、密度及温度逐渐增加,总压损失增加.马赫干后的总压损失要比反射激波后的严重,这是因为气流依次经过入射激波、反射激波,激波面在垂直于来流方向面上的投影的马赫数要小于气流直接通过马赫干面上的马赫数。

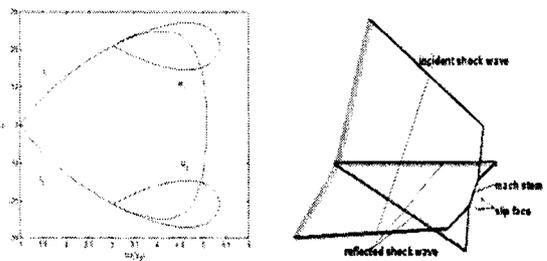
### 3.2 掠角对流场区域的影响

对于对称双楔给定  $\theta_1 = \theta_2 = 10^\circ, M = 5, \nu = 90^\circ$ , 改变掠角  $\chi = 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ$ , 入射激波在对称面上形成各种不同的反射结构.图8

分别给出了掠角为  $10^\circ$  和  $20^\circ$  时的极曲线分析和数值模拟图。



(a)  $\chi=10^\circ$  理论和数值结果



(b)  $\chi=20^\circ$  理论和数值结果

图8 不同掠角下极曲线分析和数值模拟

Fig.8 The polar analysis and numerical simulation of different sweep angle

理论分析和数值模拟得到的波系构型相符合,通过对所有的数值模拟结果图我们还可以分析得到随着掠角的增加,马赫干后的滑移面所形成的低总压区逐渐增大。

同样我们考虑掠角的变化对各个区域参数的影响,我们可以得到以下结论:掠角的增加导致各个区域的密度、温度、压力单调减少,使总压损失减轻.但是掠角对入射激波后的温度、密度、压力、总压损失影响不大,对反射激波和马赫干后的参数影响较大。

### 3.3 楔角对流场区域的影响

对于双楔给定  $\chi_1 = \chi_2 = 5^\circ, M = 5, \nu = 60^\circ$ , 改变楔角  $\theta = 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ, 35^\circ, 40^\circ$ , 入射激波在对称面上形成各种不同的反射结构.同样

经过理论分析的波系构型和数值模拟吻合。各个区域的参数随楔角的变化规律如下：楔角的增加会导致各个区域的压力、密度及温度迅速增大，总压损失更严重，楔角对各个区域参数的影响要比其它重要楔形参数要更加敏感。当楔角较大时，形成脱体激波，这种情况目前并没有理论解析解。

### 3.4 二分角对流场区域的影响

对于双楔给定  $\chi_1 = \chi_2 = 5^\circ, M = 5, \theta = 10^\circ$ ，令二分角分别为  $\nu = 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ, 100^\circ, 110^\circ$  和  $120^\circ$  时入射激波在对称面上形成各种不同的反射结构。通过理论分析和数值模拟我们发现在二分角从  $60^\circ$  至  $70^\circ$ ，规则反射构型变为马赫反射构型。在特定双楔构型组合下二分角越小，越容易发生规则反射。

随着二分角的增加，反射激波后和马赫干后的密度、温度、压力单调减少，总压损失减少。但是二分角的变化对入射激波后的参数几乎没有影响，这是因为改变二分角并没有影响到来流方向与楔面的相对位置的变化。

## 4 结论

本文以理论分析和数值模拟相结合，对不同组合下三维双楔面的超声速流动无粘激波结构和各个区域的参数进行了研究，得到以下结论：

(1) 马赫数和楔角的增加会导致各个区域的压力、密度和温度增大，会加重总压损失。掠角和二分角的增加会使各个区域的压力、密度及温度减少，会减轻总压损失。掠角的变化对入射激波后的参数影响很少，二分角的变化对入射激波后的参数几乎没有影响。

(2) 气流经过各个激波会逐渐压缩，压力、温度及密度逐渐增加。马赫干后的总压损失要比反射激波后的总压损失更严重。马赫干后的气流密度要低于反射激波后的密度，温度要高于反射激波后的温度。

(3) 马赫数的增加会导致入射激波面逐渐贴近楔面，反射激波面更贴近双楔对称面，马赫干面更贴近双楔交线处且马赫干面逐渐变窄。

## 参考文献

- [1] WATSON D, WEINSTEIN M. A study of hypersonic corner flow interactions [J]. *AIAA Journal*, 1971, 9(7): 1280-1286.
- [2] Marconi F. Supersonic, inviscid, conical corner flowfields [J]. *AIAA Journal*, 1980, 18(1): 78-84.
- [3] BEN-DOR G. Shockwave reflection phenomena. 2nd Edition. [M]. Berlin: Springer-Verlag Press, 2007.
- [4] SKEWS B W. Aspect ratio effects in wind tunnel studies of shock wave reflection transition [J]. *Shock waves*, 1997, 7: 373-383.
- [5] CHARWAT A, REDEKEOP L. Supersonic interference flow along the corner of intersecting wedges [J]. *AIAA Journal*, 1967, 5(3): 480-488.
- [6] GOONKO Y, KUDRYAVTSEV A, CHPOUN A. 3D interaction of shock waves in corner flow [A]// Shock Waves, Proceeding of the 24th international symposium on shock waves [C]. Beijing, 2004.
- [7] GOONKO Y P, KUDRYAVTSEV A, RAKHIMOV R D. Supersonic inviscid corner flows with regular and irregular shock interaction [J]. *Fluid dynamics*, 2004, 39(2): 304-318.
- [8] 杨旸, 滕宏辉, 姜宗林. 三维双楔面定常超声速流动研究 [J]. *空气动力学学报*, 2012, 12(6): 713-718.
- [9] 杨旸. 三维激波相互作用的复杂流动研究 [R]. 北京: 中国科学院大学, 2012.
- [10] 董秉纲, 孔祥言, 邓国华. 气体动力学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2012.
- [11] 张德良. 计算流体力学教程 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2010.

# Impact of key parameters on the shock wave and shock wave interaction over 3-D intersecting wedges

Gaoxiang XIANG, Chun WANG, Zonglin JIANG

*(LHD, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)*

**Abstract:** The analysis method of dimension reduction on 3-D shock wave interaction was adopted and the steady interaction problem of 3-D shock wave over three-dimensional intersecting wedges was converted into a pseudo-steady interaction problem of 2-D moving shock wave on two-dimensional characteristic cross sections. The influence of some key parameters on the wave configurations and the flow field characteristics was considered, where the key parameters includes Mach number, sweep angle, wedge angle and dihedral angle. Three-dimensional Euler equations were solved to validate the analytical results. Some basic mechanisms with the variations of temperature, pressure, density and total pressure recovery coefficient were obtained by the theoretical analysis and numerical simulation. Also, the impact of the variation of Mach number on the shock wave configuration location was also considered.

**Key words:** dimension reduction; shock wave and shock wave interaction; key parameters; flow field characteristics