

# 基于连接键应变软化模型的 岩石单轴压缩模拟

冯春\* 李世海 刘晓宇

中国科学院力学研究所,北京 100190

**摘要:**基于颗粒间的有限接触假设,提出了可表述颗粒间力、力矩传递的连接键模型。通过在连接键中引入考虑应变软化效应的 Mohr-Coulomb 准则及最大拉应力准则,实现了连接键的黏聚力及抗拉强度随连接键的等效塑性剪应变、等效塑性拉应变的线性衰减过程。利用上述连接键应变软化模型对岩石的单轴压缩过程进行了模拟,计算结果表明:岩石单轴压缩的应力应变曲线经历了线性上升、非线性上升、非线性下降及缓变等四个阶段,并给出了上述四个阶段与岩石内部损伤破裂状态的内在联系。计算结果还表明,随着软化系数的增大,岩石的破裂模式逐渐由拉剪复合型破裂向单一压剪型破裂转化;随着软化系数的增大,峰值强度及达到峰值强度时的应变均逐渐增大,但峰值时的破裂度及终态时的破裂度将逐渐减小。

**关键词:**颗粒流;连接键;应变软化;单轴压缩;损伤断裂

## 1 前言

颗粒离散元的研究域由一系列的刚性颗粒及颗粒间的接触构成,并通过颗粒表述材料的平动及转动过程,通过颗粒间的接触表述材料的变形及断裂过程。颗粒离散元作为一种细观尺度下材料损伤断裂行为的数值模拟方法,在材料细观破裂机理及多裂纹扩展机制等方面已得到了广泛的应用<sup>[1]</sup>。

地质体的渐进破坏过程是地质体内部微裂纹的萌生、发展、交汇及贯通的过程,国内外学者利用颗粒离散元对地质体的渐进破坏过程进行了大量研究。谭青等<sup>[2]</sup>借助颗粒流研究了盾构切削作用下岩石的动态响应机制及破裂规律;石崇等<sup>[3]</sup>利用颗粒流分析了江坪河水电站陡岩边坡在地震作用下的失稳机理及潜在破坏模式;张社荣等<sup>[4]</sup>基于颗粒离散元理论,研究了含2条预制裂纹的 Hwangdeung 花岗岩在双轴压缩试验下的裂纹扩展及破坏模式;JI SY 等<sup>[5]</sup>利用颗粒流研究了岩石单轴压缩过程中的声发射现象;Utili S 等<sup>[6]</sup>在 PFC 中引入了一种新的内聚力模型,并将其用于研究陡崖的风化过程。

然而,传统颗粒流模型的输入参数为细观参数(如颗粒间的法向及切向接触刚度等),利用传统颗粒流研究宏观问题时,往往需要事先进行大量的标定实验,进而建立宏细观参数间的联系<sup>[7]</sup>。此外,传统颗粒流中颗粒间的接触模型大都为弹性-脆断模型,该模型中颗粒间的接触仅存在“完整”及“断裂”两种状态,因而无法表征颗粒间接触强度的弱化及衰减过程。

为此,本文基于颗粒间有限接触的假设及应变软化准则,提出了连接键应变软化模型,并利用该模型研究了不同软化系数下的岩石单轴压缩过程。

资助项目:国家科技支撑计划(2012BAK10B00),国家自然科学基金青年基金项目(11302230)。

作者简介:冯春\*(1982—),男,在读博士研究生,助理研究员,主要从事岩土力学数值模拟方面的研究。E-mail: fengchun@imech.ac.cn

## 2 连接键应变软化模型

### 2.1 连接键的定义

连接键具有一定的尺寸及形状,用于传递两个接触颗粒间的力及力矩(图1)。其中,二维接触颗粒间的连接键为一梯形,三维接触颗粒间的连接键为一圆台。连接键模型假设颗粒间的接触为面-面接触,颗粒间的等效接触面积为连接键的中点截面积(式(1))。其中,  $A_c$  为连接键的等效接触面积,  $R_1$ 、 $R_2$  为两个接触颗粒的半径。此外,由于连接键具有自身的特征面积,其接触刚度可根据颗粒的弹性模量、剪切模量获得(式(2))。其中,  $K_n$ 、 $K_t$  为颗粒间的法向及切向刚度,  $E$ 、 $G$  为颗粒的弹性模量及剪切模量。

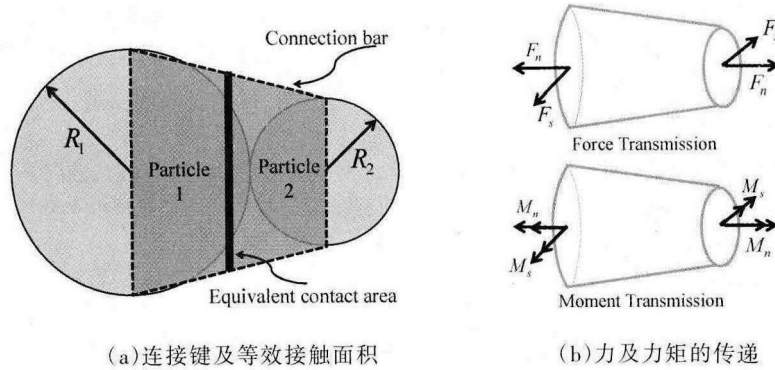


图1 颗粒间的连接键模型

$$A_c = \begin{cases} (R_1 + R_2) & (2D) \\ \pi(R_1 + R_2)^2/4 & (3D) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} K_n = EA_c/(R_1 + R_2) \\ K_t = GA_c/(R_1 + R_2) \end{cases} \quad (2)$$

### 2.2 考虑应变软化效应的接触力及力矩计算

连接键模型中力及力矩的计算均基于增量法,且采用显式求解方式。连接键模型中接触力的计算如式(3)所示,接触力矩的计算如式4所示。(3)式中,  $\Delta du_n$ 、 $\Delta du_s$  分别表示两个接触颗粒间的法向及切向位移增量差。(4)式中,  $M_n$ 、 $M_t$  为扭矩及弯矩,  $I$  和  $J$  为接触面的惯性矩及极惯性矩(如式(5)所示),  $\Delta d\theta_n$  及  $\Delta d\theta_t$  为颗粒间的扭转及弯曲转角增量差。

$$\begin{cases} F_n(t + \Delta t) = F_n(t) - K_n \times \Delta du_n \\ F_t(t + \Delta t) = F_t(t) - K_t \times \Delta du_s \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} M_n(t + \Delta t) = M_n(t) - K_t J \Delta d\theta_n / A_c \\ M_t(t + \Delta t) = M_t(t) - K_n I \Delta d\theta_t / A_c \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} J = \pi(R_1 + R_2)^4 / 32 \\ I = J/2 \end{cases} \quad (5)$$

基于(3)式获得当前时步的试探接触力后,需根据考虑应变软化效应的 Mohr-Coulomb 准则及最大拉应力准则对接触力进行修正(式(6),法向力以压为正)。应变软化模型中,黏聚力及抗拉强度随着塑性应变的衰减规律如图2所示。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{(1) 拉伸破坏:} \\ \text{如果 } -F_n \geq T_{t0} \quad (F_n \text{—拉为负}), \\ \text{那么 } F_n = -T_{t0} \quad T_{t1} = -\frac{T_{t0}}{\varepsilon_{tp}} \times \varepsilon_{tp} + T_{t0}, \\ \\ \text{(2) 剪切破坏:} \\ \text{如果 } F_s \geq F_n \times \tan \varphi + C_{t0}, \\ \text{那么 } F_s \geq F_n \times \tan \varphi + C_{t0}, \quad C_{t1} = -\frac{C_{t0}}{\varepsilon_{sp}} \times \varepsilon_{sp} + C_{t0}, \end{array} \right. \quad (6)$$

其中,  $t_0$  及  $t_1$  表示本时刻及下一时刻;  $C, T, \varphi$  分别表示接触面上的黏聚力、抗拉强度及内摩擦角;  $T_0, C_0$  分别表示初始时刻的抗拉强度及黏聚力;  $\varepsilon_p$  及  $\varepsilon_{cp}$  表示当前时刻的塑性拉伸应变及塑性剪切应变;  $\bar{\varepsilon}_{tp}$  及  $\bar{\varepsilon}_{sp}$  分别表示极限塑性拉伸应变强度及极限塑性剪切应变强度。

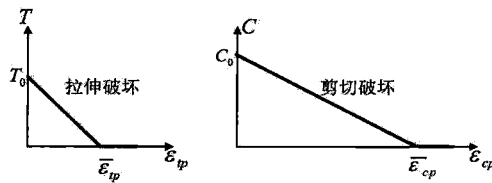


图2 抗拉强度及黏聚力的线性软化效应

当满足不等式(7)时,颗粒间的接触将不再传递力矩(即不进行(4)式的计算)。其中  $R_{ave} = (R_1 + R_2)/2$ 。

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{-F_n}{A_c} + \frac{M_s}{I} R_{ave} \right) \geq T \quad or \\ \left( \frac{|-F_n|}{A_c} + \frac{|M_n|}{J} R_{ave} \right) \geq (\sigma \tan(\phi) + C) \end{array} \right. \quad (7)$$

为了更加真实地模拟细观颗粒的运动破坏过程,本文在计算时考虑了颗粒的转动效应(计算示意图如图3所示)。

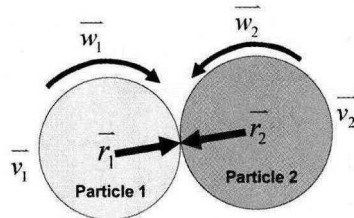


图3 颗粒的转动计算模型

计算时,首先利用(8)式获得全局增量位移向量  $\bar{\Delta d}$ ,接着将  $\bar{\Delta d}$  转换至接触局部坐标系,利用(3)、(6)两式获得局部坐标系下的接触力,进而将接触力转化至整体坐标系,并利用9式计算施加至颗粒1及颗粒2上的转矩。(8)式中,  $\bar{w}_1$  及  $\bar{w}_2$  为颗粒1、2的转动角速度向量,  $\bar{r}_1$  及  $\bar{r}_2$  为颗粒1、2到接触点的相对位置向量(由颗粒质心指向接触点),  $\bar{v}_1$ 、 $\bar{v}_2$  为颗粒1、2质心处的平动速度向量。(9)式中,  $\bar{M}_1$ 、 $\bar{M}_2$  为施加至颗粒1、2上的转矩,  $\bar{F}^{(G)}$  为全局坐标下的接触力。

$$\bar{\Delta d} = (\bar{w}_1 \times \bar{r}_1 - \bar{w}_2 \times \bar{r}_2) \Delta t + (\bar{v}_1 - \bar{v}_2) \Delta t \quad (8)$$

$$\bar{M}_1 = \bar{r}_1 \times \bar{F}^{(G)} \quad \bar{M}_2 = -\bar{r}_2 \times \bar{F}^{(G)} \quad (9)$$

### 3 岩石单轴压缩过程数值分析

#### 3.1 数值模型及计算工况

建立宽 5cm、高 10cm 的二维岩石数值模型,并用 13 097 个颗粒进行离散,其中最小颗粒半径 0.228mm,最大颗粒半径 0.422mm,颗粒接触数 63 252 个。颗粒密度 2500kg/m<sup>3</sup>,弹性模量 30GPa,泊松比 0.22,抗拉强度 3MPa、黏聚力 3MPa,内摩擦角 30°,局部阻尼 0.8。数值计算时,模型底部进行法向约束,模型顶部施加竖直向下的准静态速度边界(每个迭代步 10<sup>-9</sup>m)。

岩石的细观损伤断裂采用本文所述的考虑应变软化效应的 Mohr-Coulomb 准则及最大拉应力准则实现。当连接键达到屈服强度时,连接键的黏聚力及抗拉强度将随着塑性剪切应变及塑性拉伸应变逐渐减小;同时,连接键的拉伸及剪切损伤将逐渐增加;当黏聚力及抗拉强度衰减至零时,连接键发生断裂,细观裂缝形成。

数值计算时,令极限拉伸塑性应变与极限剪切塑性应变一致(即  $\varepsilon_{lim} = \bar{\varepsilon}_{sp} = \bar{\varepsilon}_p$ ),取  $\varepsilon_{lim}$  为 0%, 0.1%, 0.3%, 0.6%, 1.2% 及 2.4% 等 6 个工况,探讨不同极限塑性应变(以下简称软化系数)对岩石宏观应力应变关系及破裂度的影响。

#### 3.2 应力应变关系分析

6 种工况下岩石试样的本构曲线如图 4 所示。由图可得,不同软化系数下的岩石单轴压缩过程大致可以分为四个阶段,分别为线性上升段、非线性上升段、非线性下降段及缓变段。6 个工况下线性上升段的长度基本一致,该阶段的最大应力值约为 5.9MPa。随着软化系数的增大,非线性上升段呈现出逐渐增加的趋势;软化系数为 0% 时,非线性上升段仅为线性上升段的 20% 左右;而当软化系数为 2.4% 时,非线性上升段的长度已达线性上升段的 2 倍以上。随着软化系数的增加,非线性下降段的下降速率有所增加,但在软化系数为 0.3% 以后,下降速率的变化趋势并不明显。6 个工况下缓变段对应的应力值基本一致,为 0.4~2MPa。由图 4 还可以看出,随着软化系数的增加,本构曲线中的峰值强度及达到峰值强度时的应变也将逐渐增大。

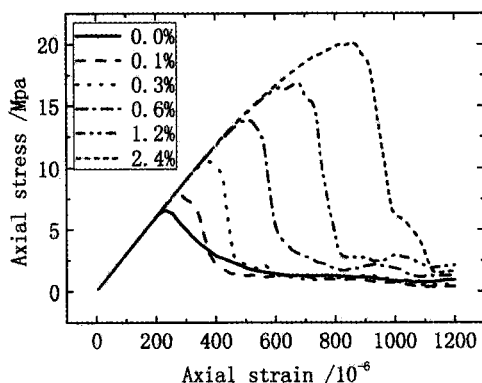


图 4 不同软化系数下的单轴压缩本构曲线

不同工况下,峰值应力及达到峰值应力时的临界应变随着软化系数的变化规律如图 5 所示。由图可得,随着软化系数的增加,峰值应力及临界应变均逐渐增加,但增加趋势逐渐变缓;当软化系数为 0% 时,峰值应力为 6.54MPa,对应的临界应变为  $232 \times 10^{-6}$ ;当软化系数为 2.4% 时,峰值应力为 20.1MPa,对应的临界应变为  $861 \times 10^{-6}$ 。

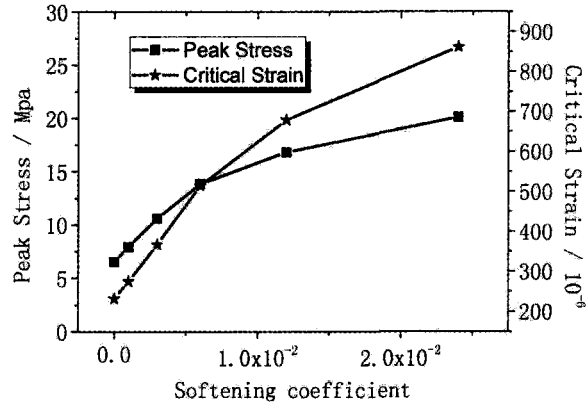


图5 峰值应力及临界应变随软化系数的变化规律

### 3.3 破坏模式及破裂程度分析

各工况下岩石试样的破坏模式如图6所示(图中黑色线表示发生剪切破坏的连接键,红色线表示发生拉伸破坏的连接键,彩图参见网络版)。由图可得,当软化系数较小时,岩石主要发生拉剪复合型破坏,破坏路径较多,破坏区域较大,且上部以压剪破坏为主,下部以张拉破坏为主;当软化系数较大时,岩石主要发生压剪型破坏,破坏位置主要集中在试样中上部,并在模型左右两侧出现两条不对称的剪切带。从图中还可以看出,当软化系数大于0.3%时,岩石试样的破坏模式基本不变。

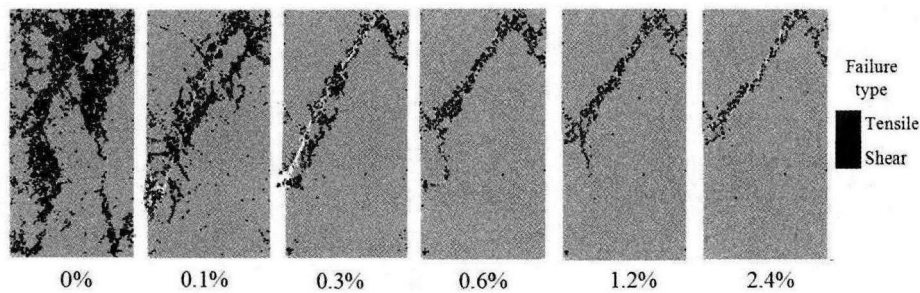


图6 不同软化系数下的岩石试样破坏模式

峰值强度时,各连接键的损伤情况如图7所示。由图可得,随着软化系数的增加,岩石试样的损伤从集中损伤逐渐过渡到弥散型损伤。当软化系数为0%时,仅在试样局部位置出现完全损伤,其他位置无损伤;当软化系数为2.4%时,试样各处均出现了不同程度的损伤破坏,但在中上部斜向存在损伤较大的区域。从图7还可以看出,峰值强度时,岩石试样内部出现了主控断裂带(图中黑色虚线部分);该断裂带将在顶部载荷作用下出现失稳扩展,进而形成贯穿性主控裂缝。

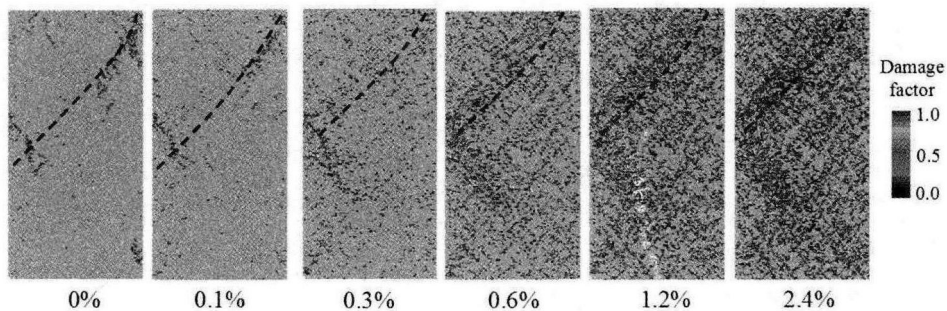


图7 不同软化系数下岩石试样达到峰值强度时的损伤情况(彩图参见网络版)

定义破裂度为某一状态下发生断裂的连接键个数与数值模型中总连接键个数的比值,则峰值

时的破裂度及终态时的破裂度随着软化系数的变化规律如图8所示。由图可得,随着软化系数的增加,峰值时的破裂度及终态时的破裂度均逐渐减小,但减小趋势逐渐变缓。软化系数从0%变化至2.4%,峰值时破裂度从1.5%降低至了0.073%,终态时破裂度从19%降低至了2.4%。

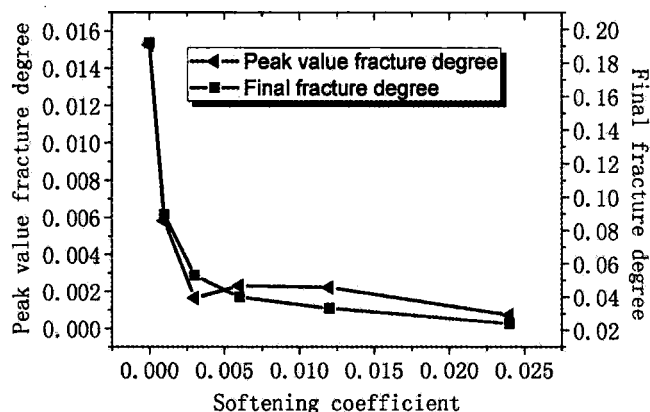


图8 峰值破裂度及终态破裂度与软化系数的关系

典型软化系数下轴向应力及破裂度随着轴向应变的变化规律如图9所示。由图可得,当轴向应力位于线性上升段时,破裂度为0;当轴向应力位于非线性上升段时,破裂度缓慢增加;当轴向应力处于峰值点附近时,破裂度突然增加;当轴向应力位于非线性下降段时,破裂度以较高的速率快速增加;当轴向应力位于缓变段时,破裂度的增速变缓,并逐渐趋于稳定。

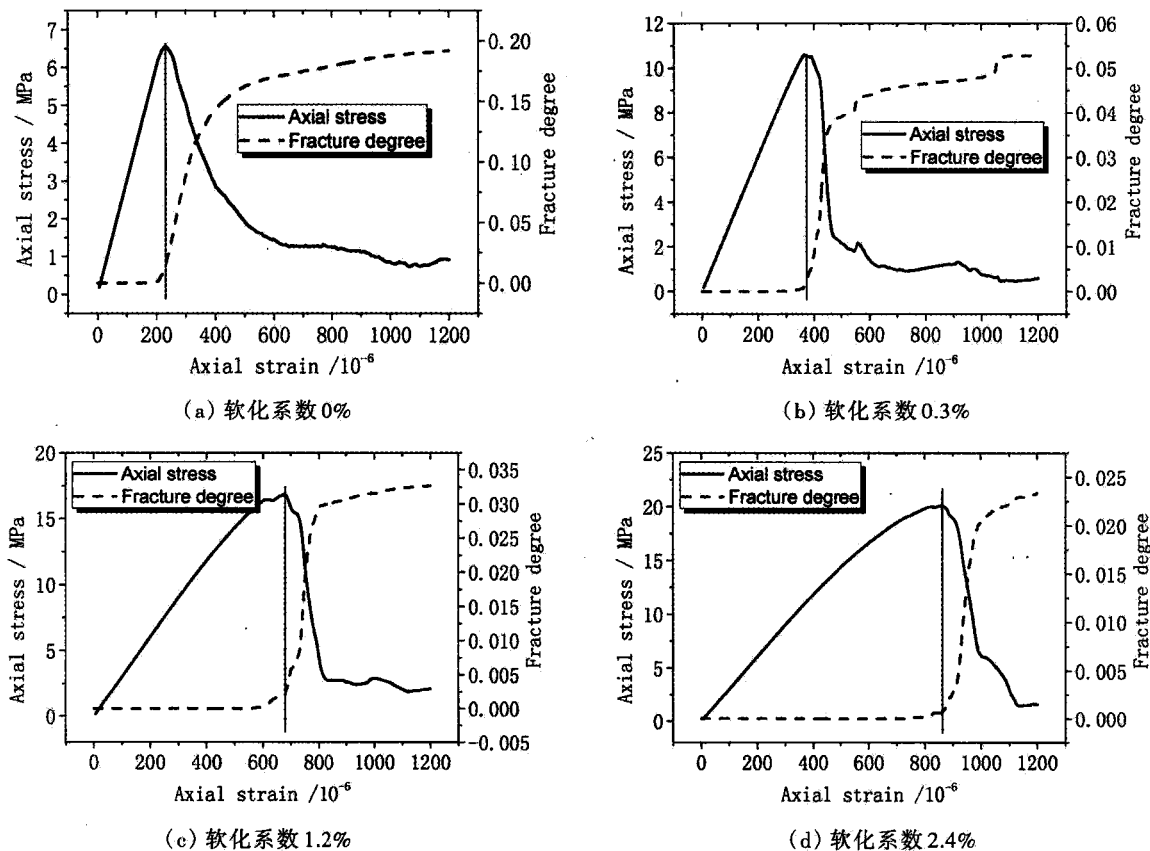


图9 典型软化系数下轴向应力及破裂度随着轴向应变的变化规律

## 4 结语

文章提出了一种连接键应变软化的颗粒接触模型,并利用该模型探讨了岩石单轴压缩过程中应力应变特征及破裂度与软化系数的对应关系,通过数值计算发现:

(1)不同软化系数下的岩石单轴压缩过程大致可以分为四个阶段,分别为线性上升段、非线性上升段、非线性下降段及缓变段。其中,线性上升段为弹性阶段,非线性上升段为均匀损伤阶段,非线性下降段为宏观主控裂缝的贯通阶段,缓变段为断裂后的试样沿着断口的滑移阶段。

(2)随着软化系数的增加,岩石的破裂模式逐渐由拉剪复合型破裂向单一压剪型破裂转化;且随着软化系数的增加,峰值强度及达到峰值强度时的应变均逐渐增大,但峰值时的破裂度及终态时的破裂度将逐渐减小。

### 参考文献

- [1] 徐泳,孙其诚,张凌,等. 颗粒离散元法研究进展[J]. 力学进展, 2003, 33(2): 251-260.
- [2] 谭青,徐孜军,夏毅敏,等. 盾构切刀作用下岩石动态响应机制的数值模拟研究[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(2): 235-242.
- [3] 石崇,王盛年,刘琳. 地震作用下陡岩崩塌颗粒离散元数值模拟研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(S1): 2798-2804.
- [4] 张社荣,孙博,王超,等. 双轴压缩试验下岩石裂纹扩展的离散元分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(S2): 3083-3091.
- [5] Ji SY, Di SC. Discrete element modeling of acoustic emission in rock fracture [J]. Theoretical and Applied Mechanics Letters, 2013, 3(2): 021009-021009-5.
- [6] Utili S, Nova R. DEM analysis of bonded granular geomaterials [J]. International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, 2008, 32(17): 1997-2031.
- [7] Yang B, Jiao Y, Lei S. A study on the effects of microparameters on macroproperties for specimens created by bonded particles [J]. Engineering computations, 2006, 23(6): 607-631.