



## 新型飞行器的关键空气动力学问题专题·评述

## 湍流大涡模拟的时空关联方法

晋国栋, 陈进财, 时北极, 何国威\*

中国科学院力学研究所, 非线性力学国家重点实验室, 北京 100190

\*联系人, E-mail: hgw@lnm.imech.ac.cn

收稿日期: 2015-09-06; 接受日期: 2015-10-08; 网络出版日期: 2015-11-05

国家重点基础研究发展规划(编号: 2013CB834100)、国家自然科学基金(批注号: 11232011, 11472277)和基金委联合基金项目(编号: U1230126)



**摘要** 本文介绍了湍流大涡模拟的时空关联方法, 它用于检验和发展大涡模拟的亚格子尺度模型, 其目的是提高大涡模拟方法对于欧拉和拉格朗日时空关联的预测准确度. 现在广泛使用的湍流黏亚格子模型的理论基础是能量平衡方程, 它们能够正确预测湍流的空间能量谱, 但不能正确预测湍流的时间能量谱. 本文针对大涡模拟的时间尺度问题, 从时空耦合的观点出发, 综述了作者近年来在时空关联方法方面的研究工作. 理论分析和数值模拟结果表明, 大涡模拟总是高估湍流的时间尺度, 其物理机制是涡黏亚格子模型仅能耗散小尺度能量, 但不能反映亚格子涡对大尺度涡的随机反馈作用. 小尺度湍流会影响颗粒的聚集程度和相对扩散. 建立亚格子湍流的拉格朗日时间尺度模型, 为携带颗粒湍流大涡模拟中基于随机微分方程的颗粒相亚格子模型提供封闭参数, 并用于颗粒湍流扩散的大涡模拟.

**关键词** 湍流, 大涡模拟, 时空关联, 湍流噪声, 携带颗粒湍流

**PACS:** 47.27.E-, 47.27.ep, 47.27.Gs, 47.27.tb, 47.55.Kf

**doi:** 10.1360/SSPMA2015-00446

数值模拟是湍流理论研究和工程设计的重要工具之一. 在目前的湍流数值模拟方法中, 直接数值模拟的计算量超过了现有计算机的能力, 还不能够用于工程中高雷诺数湍流问题的研究和设计; 雷诺平均方法能够求解湍流的平均特性, 但不能反映湍流大尺度涡的非定常特性, 例如湍流的噪声和混合, 因此受到一定的局限性. 大涡模拟能够用比直接数值模拟更小的计算量得到湍流大尺度涡的非定常特性, 它是新一代计算流体力学软件的重要工具<sup>[1]</sup>. 近年来, 由于大飞机和航空发动机研究的推动, 大涡模拟

的理论和方法有了较大的发展. 例如, 用于处理湍流与复杂几何边界相互作用的雷诺应力约束大涡模拟方法<sup>[2,3]</sup>, 分离涡方法<sup>[4]</sup>等.

大涡模拟的主要思想是采用滤波 Navier-Stokes 方程求解湍流的大涡运动, 而用湍流模型反映未求解的小涡对大涡的影响, 这就是所谓的湍流亚格子尺度模型或简称为亚格子模型. 目前, 涡黏模型是大涡模拟方法中广泛应用的湍流模型, 它采用耗散的形式反映小涡对大涡的耗散作用<sup>[5]</sup>. 在此基础上发展的动态格式采用 Germano 恒等式确定涡黏系数用于

**引用格式:** 晋国栋, 陈进财, 时北极, 等. 湍流大涡模拟的时空关联方法. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2015, 45: 124702

Jin G D, Chen J C, Shi B J, et al. Space-time correlation method for large-eddy simulation of turbulent flows (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2015, 45: 124702, doi: 10.1360/SSPMA2015-00446

调节耗散的大小, 因此能够反映湍流的能量输运过程, 正确地预测湍流的能量谱<sup>[6,7]</sup>. Cui 等人<sup>[8,9]</sup>基于解析尺度速度场结构函数的动力学方程, 发展了亚格子涡黏模型. 该模型能很好地预测旋转湍流中湍流能量传递的各向异性. Fang 等人<sup>[10]</sup>利用解析尺度速度场的 Kolmogorov 方程, 改进了速度增量亚格子模型. 对各向同性衰减湍流和槽道湍流的先验测试表明, 该模型具有很好的预测能力, 特别是可以预测能量的反馈. 需要说明的是: 涡黏模型能够正确地预测湍流在空间尺度的能量分布, 即空间能量谱, 但不一定能正确地预测湍流在时间尺度上的能量分布, 即时间能量谱. 本文的目的就是发展能够正确预测湍流时空能量谱的亚格子模型, 或者说湍流的频率波数能量谱<sup>[11-14]</sup>.

湍流的时空能量谱不仅涉及湍流能量在空间尺度上的分布, 还涉及湍流能量在时间尺度上的分布, 因此它是典型的时空尺度耦合问题. 从时空关联的泰勒冻结流模型<sup>[15]</sup>到 Kraichnan-Tennekes 的随机下扫模型<sup>[16,17]</sup>, 时空耦合不仅是湍流理论的核心问题之一<sup>[18,19]</sup>, 也在工程技术中有着广泛的应用. 例如湍流噪声涉及欧拉速度场的时空关联<sup>[20]</sup>, 湍流中颗粒聚团和扩散涉及拉格朗日速度的关联函数<sup>[21]</sup>. 关于大涡模拟的空间尺度问题, 已经有了大量的研究结果, 但关于时间尺度问题的研究相对较少, 本文将针对大涡模拟的时间尺度问题, 从时空耦合观点出发发展大涡模拟的时空关联方法.

## 1 大涡模拟的欧拉时空关联方法

湍流速度场的欧拉时空关联是指脉动速度在空间两个不同位置 and 不同时刻的关联函数. 在均匀各向同性湍流情况下, 脉动速度可以用 Fourier 模态表示. 因此, 欧拉时空关联可以等价地表示为 Fourier 模态的时间关联. 在本节里, 它简称为时间关联.

Fourier 模态的时间关联的数学定义为<sup>[11,12]</sup>

$$C(k, \tau) = \langle u_i(\mathbf{k}, t) u_i(-\mathbf{k}, t + \tau) \rangle, \quad (1)$$

它的归一化形式为

$$R(k, \tau) = \frac{\langle u_i(\mathbf{k}, t) u_i(-\mathbf{k}, t + \tau) \rangle}{\langle u_i(\mathbf{k}, t) u_i(-\mathbf{k}, t) \rangle}, \quad (2)$$

其中,  $u_i(\mathbf{k}, t)$  表示脉动速度的第  $i$  个分量对应波数  $k$  的 Fourier 模态;  $t$  为时间;  $\tau$  为时间延迟;  $\langle \rangle$  表示系综平

均, 它可以取为  $|\mathbf{k}|=k$  的波壳上的模态平均.

我们首先针对统计定常的均匀各向同性湍流进行了直接数值模拟和大涡模拟, 其中大涡模拟采用谱涡黏模型. 通过比较直接数值模拟和大涡模拟的结果发现, 大涡模拟的时间关联比直接数值模拟的时间关联衰减慢, 它们对应的积分时间尺度和泰勒微尺度有明显的不同. 为了消除在统计定常湍流中大尺度外力对时间关联的可能影响, 我们进一步计算了自由衰减的均匀各向同性湍流中湍流能量传播过程的时间关联. 以下将介绍针对自由衰减均匀各向同性湍流的结果.

我们采用了伪谱方法对自由衰减的均匀各向同性湍流进行了直接数值模拟和大涡模拟, 其中直接数值模拟的网格为  $256^3$ , 而大涡模拟的网格为  $64^3$ , 它们的网格比为 4:1. 在大涡模拟中, 采用了以下 4 种亚格子模型: (1) 谱涡黏模型; (2) Smagorinsky 模型; (3) 动态 Smagorinsky 模型; (4) 动态多尺度涡黏模型, 这时在不同尺度上应用不同的涡黏模型, 并用 Germano 恒等式确定相应的涡黏系数.

图 1 显示了针对 4 个不同波数模态的归一化的时间关联的结果. 在较小的波数时, 大涡模拟比直接数值模拟的结果衰减慢, 而在较大的波数时, 大涡模拟和直接数值模拟的结果差别变小. 图 2 显示了采用下扫时间将延拓时间  $\tau$  重新标度后的结果, 其目的是比较时间关联的幅值区别. 这里的下扫时间定义为  $(Vk)^{-1}$ , 其中  $V$  是湍流脉动的均方根速度,  $k$  是 Fourier 模态的波数.

我们发现, 大涡模拟明显低估了直接数值模拟的结果. 进一步分析大涡模拟的结果发现: 动态多尺度涡黏模型的结果最好, 动态亚格子模型的结果较好, 而谱涡黏模型的结果较差, Smagorinsky 模型的结果最差. 虽然这些亚格子模型都能较好地预测空间能量谱, 但并不能较好地预测时间关联.

为研究平均剪切对结果的影响, 进一步考虑了湍流槽道流<sup>[22]</sup>. 为简单起见, 我们仅讨论流向速度分量沿流向分隔距离的时空关联, 其定义如下:

$$R(r, \tau; y) = \frac{\langle u_1(x, y, z, t) u_1(x+r, y, z, t + \tau) \rangle}{\langle u_1^2(x, y, z, t) \rangle}, \quad (3)$$

其中  $(x, y, z)$  分别是槽道的流向, 法向和展向, 系综平均取为  $xz$  平面上的空间平均. 显而易见, 该结果依赖于不同法向位置  $y$ . 采用有限体积法, 其中直

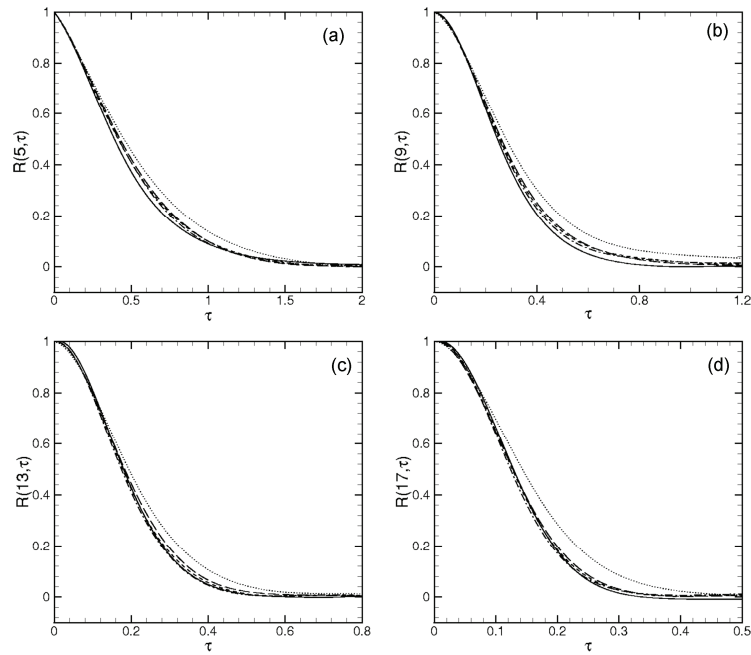


图 1 Fourier 模态的时间关联, (a)  $k=5$ ; (b)  $k=9$ ; (c)  $k=13$ ; (d)  $k=17$ , —DNS; - - - 动态 Smagorinsky 模型; ..... Smagorinsky 模型; - · - 多尺度涡黏模型; - - - 谱涡黏模型. 本文引自文献[12]

Figure 1 Normalized time correlation  $R(k, \tau)$  vs time lag  $\tau$  with starting time  $t=0.5$ . (a)  $k=5$ ; (b)  $k=9$ ; (c)  $k=13$ ; (d)  $k=17$ , —DNS; - - -dynamic Smagorinsky; .....Smagorinsky; - · - multiscale eddy viscosity; - - - spectral eddy viscosity. Figure reproduced from ref. [12].

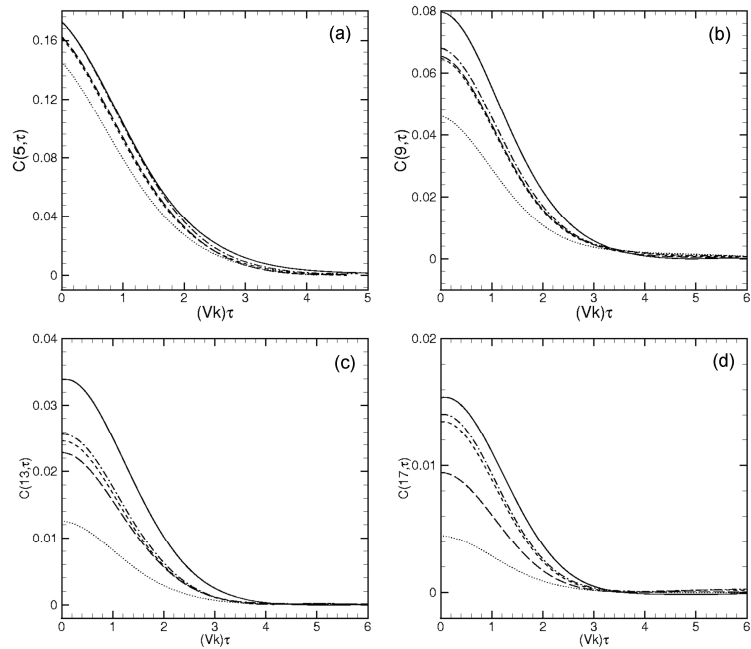


图 2 标度后 Fourier 模态的时间关联, (a)  $k=5$ ; (b)  $k=9$ ; (c)  $k=13$ ; (d)  $k=17$ , —DNS; - - - 动态 Smagorinsky 模型; ..... Smagorinsky 模型; - · - 多尺度涡黏模型; - - - 谱涡黏模型. 本文引自文献[12]

Figure 2 Un-normalized time correlation  $C(k, \tau)$  vs the normalized time lag  $\tau$  with starting time  $t=0.5$ . (a)  $k=5$ ; (b)  $k=9$ ; (c)  $k=13$ ; (d)  $k=17$ , —DNS; - - -dynamic Smagorinsky; .....Smagorinsky; - · - multiscale eddy viscosity; - - - spectral eddy viscosity. Figure reproduced from ref. [12].

接数值模拟的网格是  $128^3$ , 而大涡模拟的网格是  $64^3$ , 雷诺数  $Re_\tau=180$ . 在大涡模拟中, 采用动态涡黏模型.

图3给出了不同法向位置  $y$  处的时空关联的等位线: 在黏性区和缓冲区, 大涡模拟的等位线位于直接数值模拟的等位线之外, 因此, 大涡模拟的时空关联比直接数值模拟的时空关联衰减慢, 而在对数区和中心区, 大涡模拟与直接数值模拟的结果相差不大, 这可能是本文模拟的槽道流雷诺数不够大的缘故. 图4中显示了时空关联沿所有径向  $r=\tau \cdot \tan(\alpha)$  的积分尺度 ( $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ ). 其中在黏性区和缓冲区, 大涡模拟得到的积分尺度大于直接数值模拟得到的积分尺度, 而在对数区和中心区, 大涡模拟和直接数值模拟的结果相差不大. 这与图3的结果是一致的.

我们采用湍流的统计理论比较了直接数值模拟和大涡模拟得到的时空关联的泰勒微尺度. 针对均匀各向同性湍流, 我们采用 EDQNM 方法证明了大涡模拟得到的泰勒微尺度大于直接数值模拟结果<sup>[11]</sup>; 针对湍流槽道流, 我们采用最近发展的 EA 模型证明了大涡模拟的时空关联比直接数值模拟的结果衰减慢<sup>[22]</sup>; 从理论上确认了数值模拟的结果.

前面的数值模拟和理论分析的结果确认了涡黏亚格子模型对时空关联的影响, 它们的物理机制如

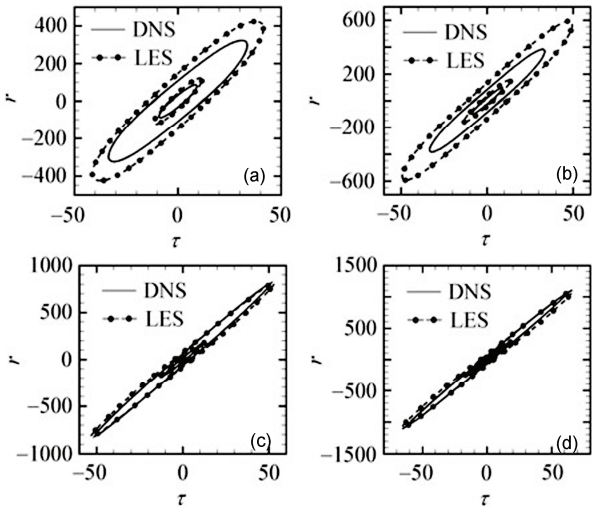


图3 时空关联等位线. 内部等位线  $R(r, t; y)=0.9$ , 外部等位线  $R(r, t; y)=0.5$ , (a)  $y^+=2.08$ ; (b)  $y^+=19.75$ ; (c)  $y^+=96.08$ ; (d)  $y^+=180$ . 本文引自文献[22]

Figure 3 The iso-contours of space-time correlations. The inner curves for level 0.9; The outer curves for level 0.5. (a)  $y^+=2.08$ ; (b)  $y^+=19.75$ ; (c)  $y^+=96.08$ ; (d)  $y^+=180$ . Figure reproduced from ref. [22].

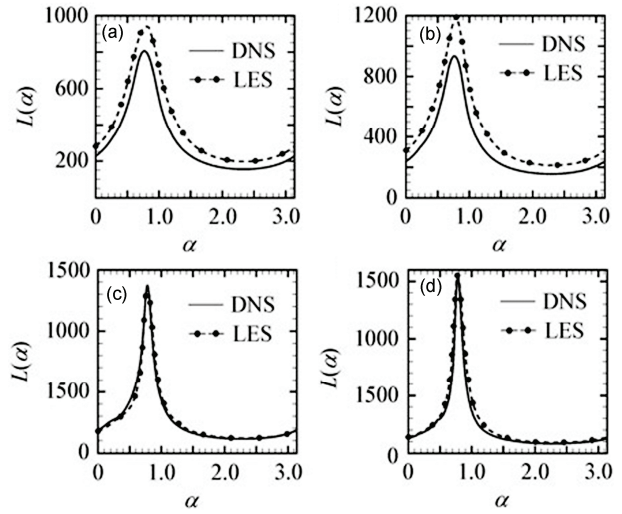


图4 径向关联的积分尺度, (a)  $y^+=2.08$ ; (b)  $y^+=19.75$ ; (c)  $y^+=96.08$ ; (d)  $y^+=180$ . 本文引自文献[22]

Figure 4 The integral scales of the directional correlations. Figure reproduced from ref. [22].

下: 亚格子尺度的涡具有两个作用, 一个是消耗大尺度涡的能量, 一个是随机反馈(Backscatter)作用于大涡, 使得大尺度速度场更加随机. 涡黏模型能够反映亚格子涡的能量耗散作用, 但不能反映亚格子涡的随机反馈作用, 从而导致大涡模拟得到的速度场比直接数值模拟的结果更加有序, 因此大涡模拟的时空关联尺度比直接数值模拟的结果更大. 因此, 正确预测湍流时空关联的亚格子模型应该反映随机反馈的作用.

## 2 大涡模拟的拉格朗日时间关联方法

拉格朗日方法通过跟踪流体质点或流体中悬浮颗粒(固体颗粒或者小液滴)的轨迹, 研究颗粒轨迹上流动的统计性质. Taylor(1921)<sup>[23]</sup>最早提出用拉格朗日的观点研究流体质点的湍流扩散, 并把单颗粒的扩散系数表达为  $D_{ij}(\tau) = \int_0^\tau \langle V_i(0)V_j(t) \rangle dt$ , 其中  $V_j(t)$  表示流体质点瞬时速度相对于平均速度的在时间  $t$  时脉动速度的第  $j$  个分量 ( $j=1,2,3$ ). 类似地, 惯性颗粒的湍流扩散也可以表达为  $D_{pij}(\tau) = \int_0^\tau \langle V_{pi}(0)V_{pj}(t) \rangle dt$ , 其中颗粒的脉动速度  $V_{pj}(t)$  依赖于颗粒所在位置的流体速度  $u_p(t)$ 、颗粒的惯性等. 进一步, Richardson (1926)<sup>[24]</sup>研究了颗粒对在湍流中的相对扩散:  $D = \langle \delta \mathbf{R}(t) \cdot \delta \mathbf{R}(t) \rangle$ . 其中,  $\mathbf{R}(t) = \mathbf{x}_{p1}(t) - \mathbf{x}_{p2}(t)$  是两个颗粒

在时间  $t$  时的相对距离.  $\delta\mathbf{R}(t)=\mathbf{R}(t)-\mathbf{R}(0)$ 是相对于初始分离距离的增量. 可以看出, 相对扩散依赖于流体质点的分离距离及该分离距离下流体的相对速度, 由此更加地依赖湍流小尺度运动. Zhang 等人<sup>[25]</sup>采用被动矢量方法研究了大涡模拟中拉格朗日时间关联, 发现亚格子运动对拉格朗日时间尺度不能忽略, 且相比直接数值模拟的结果, 大涡模拟总是高估时间关联, 并发现拟涡能谱  $k^2E(k)$ 对预测拉格朗日时间关联具有关键作用, 其中  $k$ 为波数,  $E(k)$ 为能谱. Yang 等人<sup>[13]</sup>采用颗粒追踪的方法, 研究了单颗粒和多颗粒在湍流中的扩散. 同样发现大涡模拟总是高估拉格朗日时间关联, 并解析证明了采用谱涡黏模型, 大涡模拟预测的泰勒微尺度时间大于直接数值模拟的结果.

### 2.1 小尺度涡对颗粒聚团和碰撞率的影响

我们在本节重点关注悬浮在各向同性湍流中重颗粒在大涡模拟流场中碰撞率和相对扩散等拉格朗日统计性质. 所谓重颗粒是指颗粒密度远大于流体密度的颗粒, 其惯性由无量纲参数 Stokes 数表征, 定义为  $St_K=\tau_p/\tau_K$ , 其中  $\tau_p$ 为颗粒的特征时间尺度,  $\tau_K$ 为湍流的柯尔莫哥洛夫特征时间尺度. 颗粒在湍流中碰撞率在云滴形成雨滴过程、化学反应中具有重要的作用. 颗粒碰撞核由两个因素决定:  $\Gamma=\langle g(\mathbf{R})\rangle\langle W_r\rangle$ , 其中  $\langle g(\mathbf{R})\rangle$ 是径向分布函数, 其表达了颗粒在湍流场空间非均匀分布的程度<sup>[26,27]</sup>.  $\langle g(\mathbf{R})\rangle$ 等于 1 表示颗粒分布均匀, 大于 1 表示颗粒偏离均匀分布,  $\langle W_r\rangle$ 是碰撞时颗粒的相对速度. 颗粒的空间非均匀分布和相对运动都是惯性颗粒与湍流涡结构相互作用的结果. 与直接数值模拟相比, 在大涡模拟中滤波运算和亚格子模型都会改变湍流场的结构及其特征时间尺度, 并导致颗粒的空间分布和相对运动的改变. 在文献[14]中, 我们采用直接数值模拟(DNS)、滤波直接数值模拟(FDNS)和大涡模拟(LES)的方法研究了与颗粒碰撞率有关的径向分布函数和径向相对速度受大涡模拟未解析小尺度湍流的影响, 如图 5 和 6 所示. 从图 5 中可以看出, 对小  $St_K$ 数的颗粒( $St_K<1$ ), 大涡模拟低估了  $\langle g(\mathbf{R})\rangle$ , 这是由于对小 Stokes 数的颗粒而言, 小尺度涡的特征时间与颗粒的特征时间接近, 其作用是使颗粒发生聚集. 大涡模拟中无法解析小尺度的涡, 因此, 颗粒的聚集程度降低. 相反, 大涡模拟会高估  $St_K>1$  颗粒的聚集程度: 这是因为对中等  $St_K$ 的颗粒而言, 其主要与大尺度涡发生作用, 产生聚集, 而小

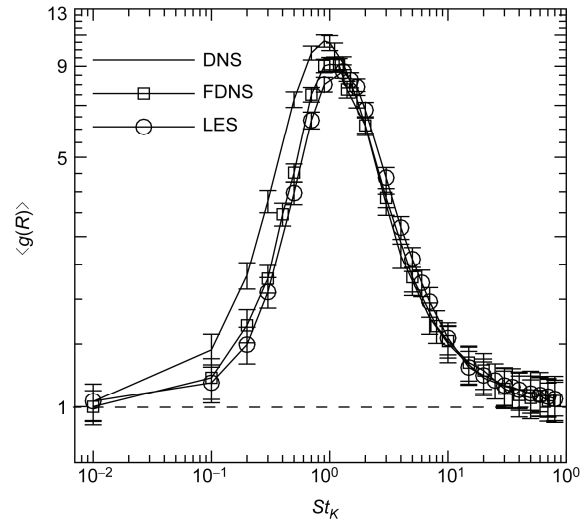


图 5 颗粒在湍流中径向分布函数随 Stokes 数的变化: DNS, FDNS 和 LES 的比较. LES 低估小 Stokes 数( $St_K<1$ )颗粒的  $\langle g(\mathbf{R})\rangle$ , 而高估中等 Stokes 数( $1<St_K<10$ )颗粒的  $\langle g(\mathbf{R})\rangle$ , 对大 Stokes 数( $St_K>10$ )的颗粒几乎没有影响. 本文引自文献[14]

Figure 5 The radial distribution function of heavy particles in turbulent flow versus particle Stokes number obtained from DNS, FDNS and LES. LES under predicts  $\langle g(\mathbf{R})\rangle$  of particles at small Stokes number ( $St_K<1$ ), while over predicts  $\langle g(\mathbf{R})\rangle$  of particles at moderate Stokes number ( $1<St_K<10$ ). Subgrid scale motions have little effects on  $\langle g(\mathbf{R})\rangle$  of particles at large Stokes number ( $St_K>10$ ). Figure reproduced from ref. [14].

尺度涡起随机扰动作用, 使其聚集程度变低. 因为大涡模拟不能解析小尺度涡, 其扰动作用消失, 因此, 聚集反而增强. 进一步增加  $St_K$  数, 小尺度的随机扰动不再起作用, 大涡模拟与直接数值模拟预测的结果逐步接近. 从图 6 看出, 不能解析的小尺度运动降低了颗粒的相对速度, 在  $St_K>10$  以后, 相对速度受小尺度运动的影响逐渐消失. 综合  $\langle g(\mathbf{R})\rangle$ 和  $\langle W_r\rangle$ 的结果, 对  $St_K<3$  的颗粒, 大涡模拟对其碰撞率有较大的影响, 不能忽略, 必须模拟亚格子运动对颗粒相对运动的影响.

### 2.2 小尺度涡的拉格朗日时间关联

为了模拟亚格子湍流速度对惯性颗粒相对运动的影响, 我们采用滤波直接数值模拟的方法研究了大涡模拟未解析尺度的拉格朗日时间关联. 该时间关联定义为<sup>[28]</sup>

$$\delta R_{Lp,\bar{y}}(\tau) = \frac{\langle u'_i(\mathbf{x}_p(t_0))u'_j(\mathbf{x}_p(t_0+\tau), t_0+\tau) \rangle}{\langle u'_i(\mathbf{x}_p(t_0), t_0)u'_j(\mathbf{x}_p(t_0), t_0) \rangle}, \quad (4)$$

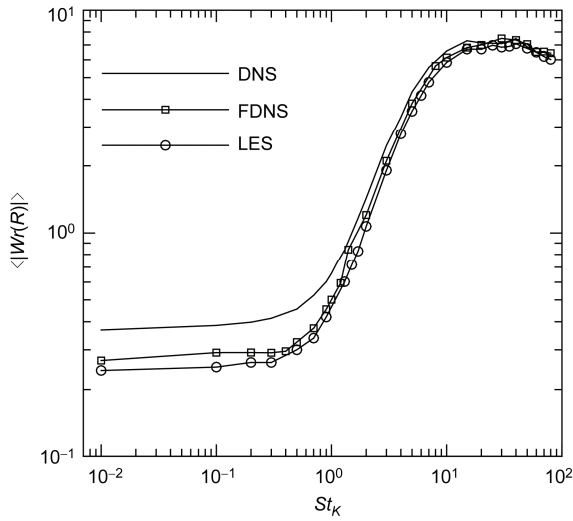


图 6 颗粒在湍流中径向分布速度  $\langle Wr(R) \rangle$  随 Stokes 数的变化: DNS, FDNS 和 LES 的比较. LES 总是低估颗粒的相对速度, 特别是小 Stokes 数 ( $St_k < 1$ ) 的颗粒比较明显, 而对大 Stokes 数 ( $St_k > 10$ ) 的颗粒几乎没有影响. 本文引自文献[14]

Figure 6 Particle radial relative velocity  $\langle Wr(R) \rangle$  induced by turbulence versus particle Stokes number obtained from DNS, FDNS and LES. LES significantly under predicts  $\langle Wr(R) \rangle$  of particles at small Stokes number ( $St_k < 1$ ), while subgrid scale motions have little effects on  $\langle Wr(R) \rangle$  of particles at large Stokes number ( $St_k > 10$ ). Figure reproduced from ref. [14].

其中  $u'_j(\mathbf{x}_p(t_0 + \tau), t_0 + \tau)$  是在  $t_0 + \tau$  时刻沿颗粒轨迹  $\mathbf{x}_p(t_0 + \tau)$  的亚格子速度的  $j$  分量. 亚格子速度场由直接数值模拟得到的速度场和滤波直接数值模拟得到速度场的差得到,  $\mathbf{u}'(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) - \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t)$ , 其中  $\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}, t)$  为滤波直接数值模拟得到的大尺度流体速度. 在颗粒位置处采用 6 阶拉格朗日插值得到沿颗粒轨迹的亚格子速度  $u'_j$ . 注意颗粒位置  $\mathbf{x}_p$  由颗粒的运动方程在直接数值模拟得到流场作用下得到

$$\frac{d\mathbf{x}_p(t)}{dt} = \mathbf{v}_p(t), \quad (5)$$

$$\frac{d\mathbf{v}_p(t)}{dt} = \frac{\mathbf{u}(\mathbf{x}_p(t), t) - \mathbf{v}_p(t)}{\tau_p} + \mathbf{g}, \quad (6)$$

其中  $\mathbf{v}_p(t)$  是颗粒速度,  $\mathbf{u}(\mathbf{x}_p(t), t)$  是直接数值模拟得到的颗粒位置处流体的速度,  $\tau_p$  是颗粒的特征时间,  $\mathbf{g}$  是重力加速度. 对小尺度涡的拉格朗日时间关联函数积分, 我们得到亚格子拉格朗日时间尺度,

$$\delta T_{Lp,ij} = \int_0^\infty \delta R_{Lp,ij}(\tau) d\tau, \quad \text{它是大涡模拟滤波宽度、颗}$$

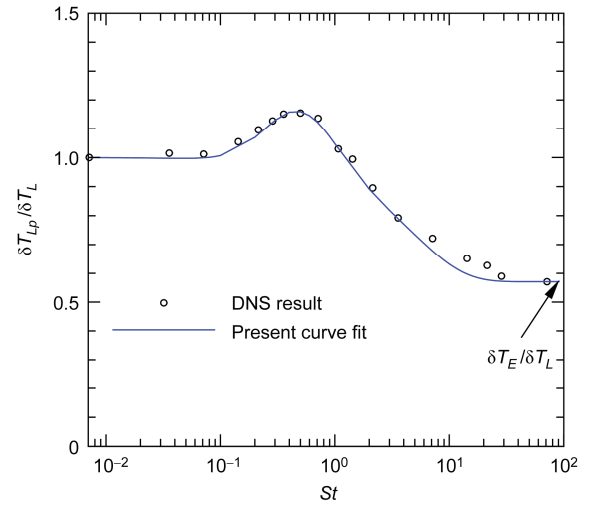


图 7 (网络版彩图) 颗粒所见的湍流亚格子拉格朗日时间尺度随颗粒 Stokes 数的变化. 可以看到, 该时间尺度随颗粒时 Stokes 数呈现非单调的变化

Figure 7 (Color online) Lagrangian timescale of subgrid fluid motion seen by heavy particles versus particle Stokes number. It shows that the timescale non-monotonically changes with Stokes number. Figure reproduced from ref. [28].

粒惯性和重力沉降速度  $\mathbf{g}\tau_p$  的函数. 在不考虑重力时, 该时间尺度如图 7 所示, 并可以表达为<sup>[29]</sup>

$$\frac{\delta T_{Lp}}{\delta T_T} = \frac{1}{\beta} \left\{ (0.444 - 0.7\eta k_c) \exp \left\{ - \left[ \ln \left( \frac{St}{0.5} \right) \right]^2 \right\} + 1(1 - \beta) \exp \left( - \frac{St}{5.15} \right) \right\}, \quad (7)$$

其中  $St = \tau_p / \delta T_E$ ,  $\delta T_E$  是亚格子欧拉时间关联,  $\delta T_E = \delta L_f / \bar{u}_{rms}$ ,  $\delta L_f = 3\pi / 10k_c$ ,  $k_c$  是截断波数,  $\delta T_L$  是流体质点的亚格子拉格朗日时间,  $\beta = \delta T_L / \delta T_E$ . Yi 等人<sup>[30]</sup>采用不同的滤波函数研究了亚格子拉格朗日时间尺度, 得出相似的结果.

在一般情况下, 颗粒在湍流场中还会受到重力的作用. 我们需研究亚格子拉格朗日时间尺度随重力的变化关系. 在重力作用下, 颗粒与湍流涡结构的作用时间变短, 我们在大涡模拟亚格子尺度下应用 Csanady<sup>[31]</sup>假设, 把平行重力和垂直重力方向的亚格子拉格朗日时间尺度分别表达为

$$\delta T_{Lp,11} = \frac{1}{\sqrt{(1/\delta T_{Lp}^2) + (w^2/\delta L_f^2)}}, \quad (8)$$

$$\delta T_{Lp,22} = \delta T_{Lp,11} \left( 1 - (w/2\delta L_f) \delta T_{Lp,11} \right), \quad (9)$$

其中  $w$  是颗粒在湍流中因重力引起的平均沉降速度. 模型(8)和(9)与数值模拟的结果的比较如图 8 所示. 从图 8 可以看出, 我们发展的解析模型反映了重力对亚格子拉格朗日时间尺度的影响. 重力使得平行重力方向的亚格子拉格朗日时间尺度持续变小,

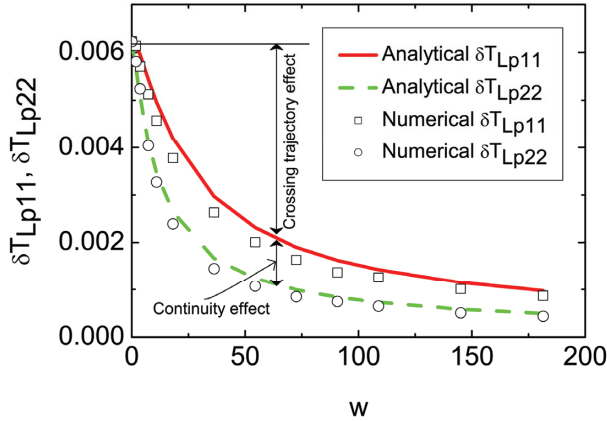


图 8 颗粒所见的湍流亚格子拉格朗日时间尺度的随重力沉降速度的变化关系. 重力引起的沉降速度持续减少颗粒与亚格子涡的作用时间

Figure 8 Effects of gravitational settling velocity on the Lagrangian timescale of subgrid fluid motion seen by heavy particles. The gravitational settling velocity persistently reduces the interaction timescale between particle and subgrid scale eddies. Figure reproduced from ref. [28].

而连续性效应使得垂直重力方向的亚格子拉格朗日时间尺度进一步变小.

### 2.3 大涡模拟小尺度湍流的拉格朗日时间尺度的应用

近年来人们发展了不同的颗粒相亚格子模型来模拟亚格子湍流对颗粒运动的影响, 其中反卷积模型<sup>[32,33]</sup>和随机微分方程模型<sup>[34]</sup>得到了较广泛的关注. 随机微分方程模型可以表达为

$$du_i^+ = \left\{ \bar{u}_i \left[ \mathbf{x}_p(t+dt), t+dt \right] - \bar{u}_i \left[ \mathbf{x}_p(t), t \right] \right\} - \frac{1}{\delta T_{Lp,ii}} (u_i^+ - \bar{u}_i) dt + (C_i \varepsilon_{SGS} dt) \zeta, \quad (10)$$

其中  $\bar{u}_i[\mathbf{x}_p(t+dt), t+dt]$  是从大涡模拟方法得到, 并沿颗粒轨迹  $\mathbf{x}_p(t+dt)$  在  $t+dt$  时间的可解尺度速度,  $\delta T_{Lp,ii}$  代表(8)和(9)表示的亚格子拉格朗日时间尺度.  $u_i^+$  代表模拟的沿颗粒轨迹的全尺度速度. 我们可以看到, 亚格子拉格朗日时间尺度是封闭该模型的关键参数之一. 我们把上面发展的时间尺度模型应用于大涡模拟预测颗粒的相对扩散, 结果如图 9 所示: 从图 9 可以看出 LES 和 FDNS 都严重低估了颗粒的相对运动, 特别是亚格子模型使得流场更加光滑, 降低了颗粒相对运动的相对速度. 同时重力会降低颗粒在湍

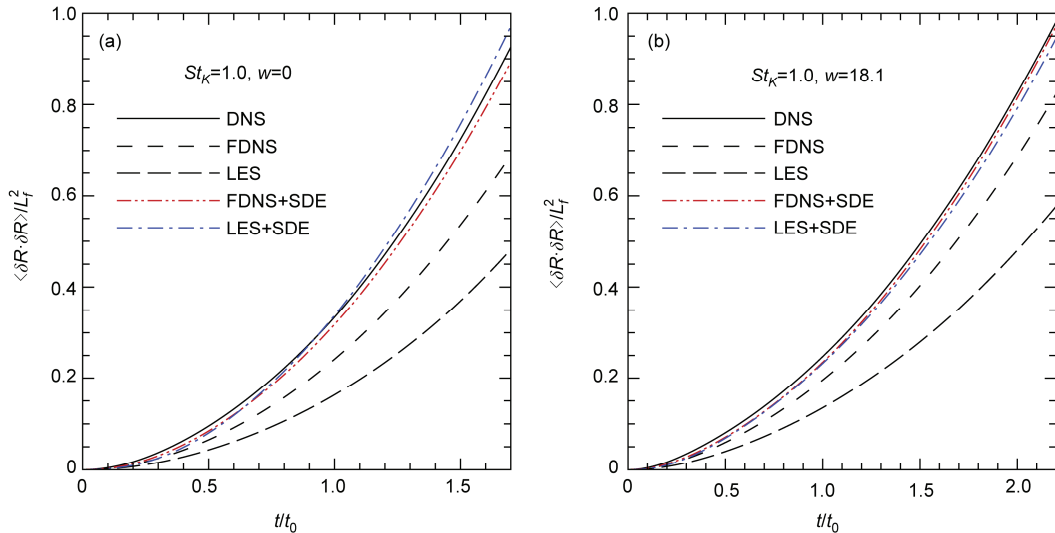


图 9 (网络版彩图)颗粒相对扩散随时间的演化. 直接数值模拟、滤波直接数值模拟和大涡模拟结果以及使用随机微分方程亚格子模型结果的比较. (a) 无重力情况; (b) 有重力情况

Figure 9 (Color online) The turbulent relative dispersion of heavy particles obtained by using direction numerical simulation (DNS), filtered DNS (FDNS), large-eddy simulation (LES) and LES with particle subgrid scale model of stochastic differential equation (SDE). (a) Particle relative dispersion without gravity force; (b) particle relative dispersion with gravity. Figure reproduced from ref. [28].

流中的相对运动. 这从图 9(a)和(b)的模拟可以看出. 在直接数值模拟结果中,  $\langle \delta R \cdot \delta R \rangle / L_f^2 \sim 1$  在不受重力时的时间为  $1.7t_0$ , 而受重力时, 需要的时间为  $2.2t_0$ . 把我们发展的时间尺度应用于随机微分方程亚格子模型, 在无重力或有重力的情况, 颗粒亚格子模型都大大改善了 LES 预测颗粒相对扩散的结果.

### 3 结束语

本文介绍了用于检验和构造湍流大涡模拟亚格子模型的时空关联方法. 我们采用欧拉时空关联检验了广泛使用的湍流涡黏模型, 发现它能够正确预测湍流的空间能量谱, 但不能正确地预测湍流的时间关联或时间能量谱. 涡黏模型的理论基础是湍流的能量平衡方程. 我们的研究表明, 为了正确的预测时空关联, 必须从时空能量谱的平衡方程出发构造湍流模型. 我们采用拉格朗日方法研究了小尺度湍流涡对颗粒聚团、碰撞率和相对扩散等双颗粒统计量的重要作用, 并发展了小尺度湍流的拉格朗日时间尺度模型, 用于封闭随机亚格子模型.

时空关联是大涡模拟的基本问题和新的方法论. 针对大涡模拟的滤波问题, LaBryer, Attar 和 Vedula<sup>[35]</sup> 发展了时空滤波方法, He 等人<sup>[36]</sup> 发展了拉格朗日滤波方法; 针对湍流的亚格子模型问题, Marstorp, Brethouwer 和 Johansson<sup>[37]</sup> 发展了随机涡黏模型, Yao 和 He<sup>[38]</sup> 发展了随机力模型和运动学亚格子模型. 针对湍流中颗粒相的亚格子模型<sup>[39]</sup>, Jin 和 He 等人<sup>[28,29]</sup> 发展了亚格子湍流的拉格朗日时间尺度模型. 近期, 欧拉时间关联也用于格子波尔兹曼方法<sup>[40]</sup>, 旋转湍流<sup>[41]</sup>和可压缩湍流<sup>[42]</sup>的研究.

大涡模拟的主要目标是预测湍流的时空动力学行为, 时空关联是描述湍流时空动力学行为的基本物理量, 因此它是湍流大涡模拟的主要问题<sup>[43]</sup>. 该问题可以简述如下: 构造反映湍流小尺度随机反馈的亚格子模型, 用于提高大涡模拟对欧拉时空关联的计算准确度, 构造拉格朗日反滤波和随机微分方程的混合模型, 用于改进大涡模拟对拉格朗日时空关联的计算精度. 这些问题的研究不仅有助于湍流噪声和湍流与颗粒相互作用等大涡模拟方法的发展, 而且也是湍流界面大涡模拟的重要问题.

### 参考文献

- 1 Moin P. Advances in large-eddy simulation methodology for complex flows. *Int J Heat Fluid Flow*, 2002, 23: 710–720
- 2 Chen S Y, Xia Z H, Pei S Y, et al. Reynolds-stress-constrained large-eddy simulation of wall-bounded turbulent flows. *J Fluid Mech*, 2012, 703: 1–28
- 3 Chen S Y, Chen Y C, Xia Z H, et al. Constrained large-eddy simulation and detached eddy simulation of flow past a commercial aircraft at 14 degrees angle of attack. *Sci China-Phys Mech Astron*, 2013, 56: 270–276
- 4 Xiao L H, Xiao Z X, Duan Z W, et al. Improved-delayed-eddy simulation of cavity-induced transition in hypersonic boundary layer. *Int J Heat Fluid Flow*, 2015, 51: 138–150
- 5 Meneveau C, Katz J. Scale-invariance and turbulence models for large-eddy simulation. *Annu Rev Fluid Mech*, 2000, 32: 1–32
- 6 Germano M, Piomelli U, Moin P, et al. A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Phys Fluids A*, 1991, 3: 1760–1765
- 7 Lilly D K. A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure model. *Phys Fluids*, 1992, 4: 633–635
- 8 Cui G X, Zhou H B, Zhang Z S, et al. A new dynamic subgrid eddy viscosity model with application to turbulent channel flow. *Phys Fluids*, 2004, 16: 2835–2842
- 9 Cui G X, Xu C X, Fang L, et al. A new subgrid eddy-viscosity model for large-eddy simulation of anisotropic turbulence. *J Fluid Mech*, 2007, 582: 377–397
- 10 Fang L, Shao L, Bertoglio J P, et al. An improved velocity increment model based on Kolmogorov equation of filtered velocity. *Phys Fluids*, 2009, 21: 065108
- 11 He G W, Rubinstein R, Wang L P. Effects of subgrid-scale modeling on time correlations in large eddy simulation. *Phys Fluids*, 2002, 14: 2186–2193
- 12 He G W, Wang M, Lele S K. On the computation of space-time correlations by large-eddy simulation. *Phys Fluids*, 2004, 16: 3859–3867
- 13 Yang Y, He G W, Wang L P. Effects of subgrid-scale modeling on Lagrangian statistics in large-eddy simulation. *J Turbul*, 2009, 9: 1–24
- 14 Jin G D, He G W, Wang L P. Large-eddy simulation of turbulent collision of heavy particles in isotropic turbulence. *Phys Fluids*, 2010, 22: 055106
- 15 Taylor G I. The spectrum of turbulence. *Proc R Soc Lond Ser A*, 1938, 164: 476–490



- 16 Kraichnan R H. Kolmogorov's hypotheses and Eulerian turbulence theory. *Phys Fluids*, 1964, 7: 1723–1734
- 17 Tennekes H. Eulerian and Lagrangian time microscales in isotropic turbulence. *J Fluid Mech*, 1975, 67: 561–567
- 18 Zhou Y. Renormalization group theory for fluid and plasma turbulence. *Phys Rep*, 2010, 488: 1–49
- 19 Nelkin M. Universality and scaling in fully developed turbulence. *Adv Phys*, 1994, 43: 143–181
- 20 Wang M, Freund J B, Lele S K. Computational prediction of flow-generated sound. *Annu Rev Fluid Mech*, 2006, 38: 483–512
- 21 Fox R O. Large-eddy-simulation tools for multiphase flows. *Annu Rev Fluid Mech*, 2012, 44: 47–76
- 22 Guo L, Li D, Zhang X, et al. LES prediction of space-time correlations in turbulent shear flows. *Acta Mech Sin*, 2012, 28: 993–998
- 23 Taylor G I. Diffusion by continuous movements. *Proc Lond Math Soc Ser*, 1921, 220: 196–211
- 24 Richardson L F. Atmospheric diffusion shown on a distance neighbor graph. *Proc R Soc Lond Ser A*, 1926, 110: 709–737
- 25 Zhang J, He G W, Lu L P. Subgrid-scale contributions to Lagrangian time correlations in isotropic turbulence. *Acta Mech Sin*, 2009, 25: 45–49
- 26 Sundaram S, Collins L. Collision statistics in an isotropic particle-laden turbulent suspension. Part 1. Direct numerical simulations. *J Fluid Mech*, 1997, 335: 75–109
- 27 Wang L P, Wexler A S, Zhou Y. Statistical mechanical description and modelling of turbulent collision of inertial particles. *J Fluid Mech*, 2000, 415: 117–153
- 28 Jin G D, He G W. A nonlinear model for the subgrid timescale experienced by heavy particles in large eddy simulation of isotropic turbulence with a stochastic differential equation. *New J Phys*, 2013, 15: 035011
- 29 Jin G D, He G W, Wang L P, et al. Subgrid scale fluid velocity timescales seen by inertial particles in large-eddy simulation of particle-laden turbulence. *Int J Multiphase Flow*, 2010, 36: 432–437
- 30 Yi C, Li J, Liu Z H, et al. Subgrid-scale fluid statistics along the inertial particle trajectory in isotropic turbulence. *Chin Phys Lett*, 2012, 29: 094701
- 31 Csanady G T. Turbulent diffusion of heavy particles in the atmosphere. *J Atmos Sci*, 1963, 20: 201–208
- 32 Geurts B J. Inverse modeling for large-eddy simulation. *Phys Fluids*, 1997, 9: 3585–3588
- 33 Stolz S, Adams N A, Kleiser L. An approximate deconvolution model for large-eddy simulation with application to incompressible wall-bounded flows. *Phys Fluids*, 2001, 13: 997–1015
- 34 Kuczaj A K, Geurts B J. Mixing in manipulated turbulence. *J Turbul*, 2006, 7: 1–35
- 35 LaBryer A, Attar P J, Vedula P. A framework for large eddy simulation of Burgers turbulence based upon spatial and temporal statistical information. *Phys Fluids*, 2015, 27: 035116
- 36 He G W, Ansari H P, Jin G D, et al. A Lagrangian filtering approach for large-eddy simulation of particle-laden turbulence. In: *Proceedings of the Center for Turbulence Research Summer Program 2012*. Stanford: Stanford University, 2012
- 37 Marstorp L, Brethouwer G, Johansson A V. A stochastic subgrid model with application to turbulent flow and scalar mixing. *Phys Fluids*, 2007, 19: 035107
- 38 Yao H D, He G W. A kinematic subgrid scale model for large-eddy simulation of turbulence-generated sound. *J Turbul*, 2009, 10: 1–14
- 39 Pasmazoglou I, Kempf A M, Navarro-Martinez S. A dynamic model for the Lagrangian stochastic dispersion coefficient. *Phys Fluids*, 2013, 25: 125108
- 40 Dong Y H, Sagaut P. A study of time correlations in lattice Boltzmann-based large-eddy simulation of isotropic turbulence. *Phys Fluids*, 2008, 20: 035105
- 41 Favier B, Godeferd F S, Cambon C. On space and time correlations of isotropic and rotating turbulence. *Phys Fluids*, 2010, 22: 015101
- 42 Martin M P. Preliminary study of the SGS time scales for compressible boundary layers using DNS data. In: *Proceedings of 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. Reno: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2005
- 43 Park N, Yoo J Y, Choi H. Toward improved consistency of a priori tests with a posteriori tests in large eddy simulation. *Phys Fluids*, 2005, 17: 015103

## Space-time correlation method for large-eddy simulation of turbulent flows

JIN GuoDong, CHEN JinCai, SHI BeiJi & HE GuoWei\*

*State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*

This paper reviews the space-time correlation method for large-eddy simulation (LES) of turbulent flows. The method can be used to validate and develop the new subgrid scale models for large-eddy simulation, with the aim to improve the time accuracy in terms of either Eulerian or Lagrangian space-time correlations. The broadly-used eddy-viscosity subgrid scale models are developed based on the turbulent energy budget equations. They can yield correct energy spectra in wavenumber space. However, they cannot correctly produce the energy-spectra in frequency space. It is shown that LES with eddy-viscosity-type SGS models in decaying isotropic turbulence over-predicts time correlations compared with DNS. Several subgrid scale models are compared and lead to the following results: the dynamic Smagorinsky model provides much more accurate predictions than the classic Smagorinsky model and slightly more accurate predictions than the spectral eddy-viscosity model. The multiscale LES using the dynamic Smagorinsky model on the small scale equations is the most accurate one. In turbulent channel flows, the decays of space-time correlations in LES flow field are obvious slower in viscous sublayer and buffer layers than those in DNS, while the results in the log-law region and outer region are similar with DNS. The main physical mechanism is that the subgrid scale models only act as a factitious viscosity to dissipate subgrid scale energy, they cannot modeling the random backscatter of energy from small scales to large ones. For particle-laden turbulent flows, the unresolved small scale in turbulent motions affect the level of clustering of particles and result in an under-prediction of collision rate and relative dispersion of heavy particles at small and moderate Stokes numbers. The model of the subgrid scale Lagrangian timescale accounting for the effects of gravitational settling velocity is established for the closure of particle subgrid scale model based on the stochastic different equation. This model is used to improve the prediction of relative dispersion of heavy particles by turbulent flows.

**turbulent flows, large-eddy simulation, space-time correlation, turbulent noise, particle-laden turbulent flows**

**PACS:** 47.27.E-, 47.27.ep, 47.27.Gs, 47.27.tb, 47.55.Kf

**doi:** 10.1360/SSPMA2015-00446