

文章编号: 1000-4750(2015)03-0009-06

# 带形介质内 SH 型导波对圆柱孔洞的动力分析

齐 辉<sup>1</sup>, 蔡立明<sup>1</sup>, 潘向南<sup>1,2</sup>, 张 洋<sup>1</sup>

(1. 哈尔滨工程大学航天与建筑工程学院, 哈尔滨 150001; 2. 非线性力学国家重点实验室, 中国科学院力学研究所, 北京 100190)

**摘 要:** 弹性板壳的反平面运动中由缺陷引起的应力集中问题可以按照带形介质中圆柱孔洞对 SH 型导波的散射问题来分析。首先, 构造带形介质中相容导波的形式, 即其满足上、下边界应力自由条件。之后, 由波函数展开法给出圆柱孔洞散射波的级数表示, 根据累次镜像叠加的方法构造由上、下边界反射所形成的相容的散射导波。最后, 给定入射导波, 由圆柱孔洞边界应力自由的条件来定解波函数级数的系数。数值算例求解了特定导波对圆柱孔洞的散射, 给出了圆柱孔洞边沿的动应力分布, 讨论了导波阶数、频率以及孔洞位置的影响。

**关键词:** SH 波; 导波; 散射; 圆柱孔洞; 弹性带形介质; 动应力集中

中图分类号: O343.1; P315.3 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2013.09.0871

## DYNAMIC ANALYSES OF SH GUIDED WAVES BY CIRCULAR CYLINDRICAL CAVITY IN AN ELASTIC STRIP

QI Hui<sup>1</sup>, CAI Li-ming<sup>1</sup>, PAN Xiang-nan<sup>1,2</sup>, ZHANG Yang<sup>1</sup>

(1. College of Aerospace and Civil Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China;

2. State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract:** Dynamic stress concentrations during anti-plane motion caused by a defect an elastic shell can be treated as a scattering problem of a circular cylindrical cavity with SH guided waves in an elastic strip for the purposes of analysis. Firstly, a compatible guided wave is formulated in the elastic strip, which satisfies stress free conditions in upper and lower bounds. Secondly, the scattering of waves around a circular cylindrical cavity is expressed as series form by the employed wave function expansion method, and compatible scattering guided waves resulting from the reflection of waves off the bounds of the elastic strip is constructed by repeated image superposition. Lastly, the coefficients of the wave function expansion are determined based on the stress free condition of circular cylindrical bounds with pre-given incident guided waves. Numerical calculating examples are presented to solve scattering around a circular cylindrical cavity with a given SH guided wave, to describe dynamic stress distribution at the edge of a cavity, and to discuss influences of guided orders, frequencies, and positions of cavity.

**Key words:** SH wave; guided wave; scattering; circular cylindrical cavity; elastic strip; dynamic stress concentration

板壳材料与结构在生产和生活实践中有着广泛的应用, 其中常有可视为圆柱孔洞的缺陷, 由弹性波在这类缺陷处的散射引起的动应力集中很大程度的影响了这类材料与结构的工程应用。含圆柱

孔洞缺陷的板壳结构的反平面问题可以按照无限大带形介质中圆柱孔洞对 SH 波的稳态散射问题来近似研究。同时, 带形介质中 SH 波的传播与其对圆柱孔洞的散射问题也是弹性动力学的一个研究

收稿日期: 2013-09-20; 修改日期: 2014-05-19

通讯作者: 潘向南(1987), 福建福州人, 硕士生, 主要从事弹性波动理论及其应用研究(E-mail: panxiangnan@hrbeu.edu.cn).

作者简介: 齐 辉(1963), 黑龙江佳木斯人, 教授, 博士, 博导, 主要从事弹性波动理论及教学工作(E-mail: qihui205@sina.com);

蔡立明(1982), 男, 河北唐山人, 博士生, 主要从事弹性波动理论的研究(Email: cailiming@hrbeu.edu.cn);

张 洋(1987), 男, 河北任丘人, 博士生, 主要从事弹性波动理论的研究(Email: zhangyang1987@hrbeu.edu.cn).

方向。总之,对带形介质中的圆柱孔洞进行反平面稳态响应的研究很有理论和工程意义。

自从 Clebsch 开始研究矢量波的散射效应, Rayleigh、Lamb 和 Love 建立弹性波的理论以来,应崇福和 Truell 等<sup>[1]</sup>研究了球形障碍对平面纵波的散射, Pao 和 Mow<sup>[2]</sup>系统地研究了全空间中的弹性波散射及由之产生的动应力集中问题。作为最基本和最简单的波动模型,反平面弹性动力学问题得到了更多的重视和更加充分的研究与全面的分析,许多复杂边界条件和界面问题得到了解决。Liu 等<sup>[3]</sup>将复变函数论方法推广到二维散射问题的分析中,取得了很多富有成效的进展,齐辉等<sup>[4]</sup>对双相介质中的圆形夹杂进行了动力分析,张小明等<sup>[5]</sup>研究了粘弹正交各向异性空心圆柱体的周向 SH 波。

就带形介质的研究而言, Ewing 等<sup>[6]</sup>系统介绍了层状介质中的弹性波, Achenbach<sup>[7]</sup>阐述了波导中谐波传播问题的一般方法, Itou<sup>[8]</sup>求解了无限带形介质内圆柱夹杂对应力波的瞬态响应, Lu<sup>[9]</sup>用边界元方法数值求解了厚度尺寸远大于夹杂的应力自由平板中周期分布的圆柱对 SH 型导波色散特性的影响。Wang 等<sup>[10]</sup>利用模式匹配技术给出了圆柱夹杂对 SH 波散射的数值解。近来,齐辉、折勇等<sup>[11]</sup>运用镜像和 Graf 加法公式研究了无限带形域内 0 阶 SH 型导波对圆柱夹杂的散射,王艳<sup>[12]</sup>运用大圆弧假设,分析了带形无限域内 SH 波对脱胶圆柱夹杂及孔洞的散射。Monfared 等<sup>[13]</sup>和汪越胜等<sup>[14-15]</sup>分别研究了正交各向异性及周期性层介质中的弹性波反平面散射和传播问题。Moreau 等<sup>[16-17]</sup>研究了各向同性板中导波对不规则的柱形孔的三维散射。郑阳、何存富等<sup>[18]</sup>研究了超声 Lamb 波在缺陷处的二维散射特性。

本文研究线弹性范围内的无限大、均匀、各向同性带形介质中的圆柱孔洞对 SH 波的稳态散射。按照叠加原理,将含孔洞介质内的全部位移波场分为两部分,入射波场和散射波场,按累次镜像叠加的方法构造散射波场的波函数级数,给定入射波场按边界条件定解,进而得到散射问题的解析解,数值算例分析了圆柱孔洞边沿的动应力集中。

## 1 问题的描述

本文研究反平面弹性动力学问题,SH 型导波在上、下边界应力自由的弹性带形介质中传播,带形介质中有一个圆柱孔洞,半径为  $R$ ,圆心距离上、

下边界分别为  $h_1$  和  $h_2$ ,带形介质的剪切弹性模量和质量密度分别为  $\mu$  和  $\rho$ 。如图 1 所示,以圆柱孔洞的圆心  $O$  为原点建立右手平面直角坐标系  $(O, x, y)$ ,同时以圆心  $O$  为极点,  $x$  轴为极轴,建立右手平面极坐标系  $(O, r, \theta)$ ,以出平面方向为  $z$  轴正方向。

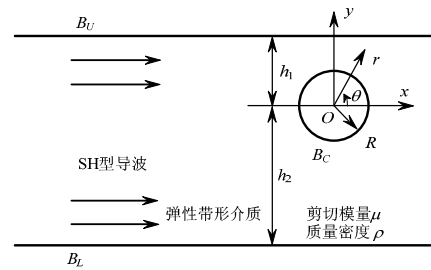


图 1 带形介质中的圆柱孔洞

Fig.1 Circular cylindrical cavity in an elastic strip

作为反平面应变问题,弹性带形介质内的位移  $w$  沿  $z$  轴方向,且只是面内坐标  $(x, y)$  或  $(r, \theta)$  的函数,其时间函数满足标量波动方程式(1),  $\Delta$  是二维 Laplace 算子。考虑稳态响应,SH 型导波为时间谐和的位移波,其角频率为  $\omega$ ,按分离变量法,略去时间谐和项  $\exp(-i\omega t)$ ,得到 Helmholtz 方程,其在坐标系  $(O, x, y)$  和  $(O, r, \theta)$  中,分别为式(2)和式(3),这里,  $k = \omega/c_S$ ,为反平面剪切波的波数,  $c_S = \sqrt{\mu/\rho}$  为相速度。带形介质内的位移波还需要满足上、下边界  $B_U$  和  $B_L$  平面和圆柱孔洞边界  $B_C$  柱面上的应力自由条件。

$$\mu\Delta w = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + k^2 w = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + k^2 w = 0 \quad (3)$$

## 2 带形介质中的 SH 型导波

本文讨论的弹性动力学问题处于线性阶段,应用叠加原理,如式(4),将带形介质中的位移波分为两项,其中,  $w_i^g$  为入射导波,是没有孔洞时,带形介质内的位移波场,  $w_s^g$  为散射导波,是由孔洞散射在带形介质内形成的导波,两者均满足介质上、下边界  $B_U$  和  $B_L$  平面上的应力自由条件,其和满足圆柱孔洞边界  $B_C$  柱面上的应力自由条件。

$$w = w_i^g + w_s^g \quad (4)$$

如不考虑孔洞的影响,带形介质内的导波只需满足 Helmholtz 方程式(2)和介质上、下边界  $B_U$  和

$B_L$  平面上的应力自由条件式(5)。由控制方程式(2)构造位移导波式(6)，其中  $f_m(y)$  代表  $y$  轴方向上干涉相的驻波，满足式(7)， $k_m$  为  $x$  轴方向上的波数，当其为实数时，SH 型导波为传播波型， $\exp[i(k_m x - \omega t)]$  代表  $x$  轴方向上的谐和行波，其中  $q_m$  与  $k_m$  满足频率方程式(8)。将导波位移表达式(7)代入边界条件式(5)，得到式(9)，本文讨论 SH 型导波的传播波型，如图 2 所示，须有  $q_m(h_1 + h_2) = m\pi$ ， $m = 0, 1, 2, \dots, +\infty$ ，当  $m$  为偶数时， $w_m^1 = 0$ ，当  $m$  为奇数时， $w_m^2 = 0$ ，定义  $m$  为导波的阶数，其物理意义是  $y$  轴方向上干涉相的节点数， $w_m^1$  和  $w_m^2$  是对应传播型导波的幅值。

$$\mu \frac{\partial w}{\partial y} \Big|_{y=-h_2, +h_1} = 0 \tag{5}$$

$$w_m(x, y, t) = f_m(y) \exp[i(k_m x - \omega t)] \tag{6}$$

$$f_m(y) = w_m^1 \sin \left[ q_m \left( y + \frac{h_2 - h_1}{2} \right) \right] + w_m^2 \cos \left[ q_m \left( y + \frac{h_2 - h_1}{2} \right) \right] \tag{7}$$

$$q_m^2 = \frac{\omega^2}{c_s^2} - k_m^2 = k^2 - k_m^2 \tag{8}$$

$$w_m^1 \cos \left( q_m \frac{h_1 + h_2}{2} \right) \pm w_m^2 \sin \left( q_m \frac{h_1 + h_2}{2} \right) = 0 \tag{9}$$

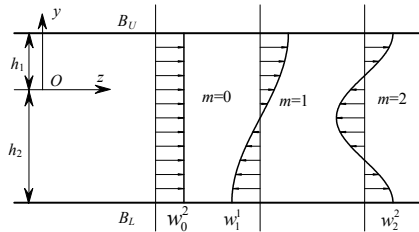


图 2 SH 型导波的振型

Fig.2 Vibration modes of SH guided wave

这样，带形介质中所有相容的位移波，即满足上、下边界  $B_U$  和  $B_L$  平面上应力自由的位移波，都可以表示为各阶导波的级数展开，如下式：

$$w(x, y, t) = \sum_{m=0}^{+\infty} w_m(x, y, t) \tag{10}$$

### 3 圆柱面的散射导波

按照波函数展开法，圆柱孔洞产生的散射波的位移满足式(11)， $w_0$  是常数，根据入射导波的幅值选定， $A_n$  是 Fourier-Hankel 波函数级数的系数， $H_n^{(1)}(\cdot)$  是  $n$  阶第一类 Hankel 函数，其与时间谐和项

$\exp(-i\omega t)$  的乘积在其宗量无穷远处的渐进性质，满足 Sommerfeld 辐射条件，代表向外传播的柱面行波。 $z = x + iy = re^{i\theta}$ ，为位置坐标的复变量， $i = \sqrt{-1}$  为虚数单位。

$$w_s(z, t) = w_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n H_n^{(1)}(k|z|) \left( \frac{z}{|z|} \right)^n e^{-i\omega t} \tag{11}$$

圆柱孔洞产生的散射波在带形介质的上、下边界  $B_U$  和  $B_L$  上分别发生反射，其反射波可以用散射波对上、下边界  $B_U$  和  $B_L$  的镜像来表示，称为一次镜像散射波。一次镜像散射波在介质的上、下边界  $B_U$  和  $B_L$  上分别发生反射，其反射波可以用一次镜像散射波对对应边界的镜像来表示，称为二次镜像散射波，如此反复，定义  $P$  次镜像散射波。如图 3 所示，略去时间谐和项  $\exp(-i\omega t)$ ，第  $P$  次镜像散射波  $SW_1^P$  和  $SW_2^P$ ，当  $P$  为奇数时，满足式(12)，当  $P$  为偶数时，满足式(13)。这里， $s_1^P = i(h_1 + d_1^P)$ ， $s_2^P = -i(h_2 + d_2^P)$  分别为第  $P$  次镜像散射波对应柱面的圆心的复数值，当  $P$  分别为奇数和偶数时， $d_1^P$  和  $d_2^P$  分别满足式(14)和式(15)。

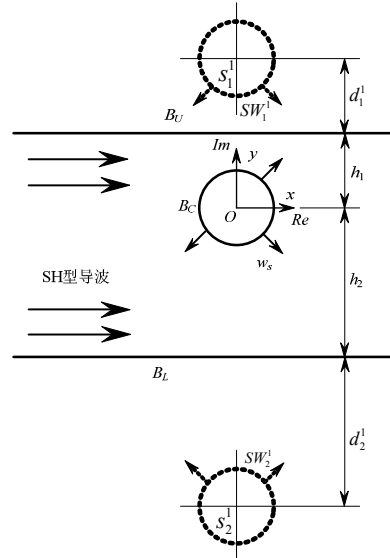


图 3 圆柱面的散射导波

Fig.3 Scattering of guided waves around a circular cylinder

$$SW_1^P(z) = w_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n H_n^{(1)}(k|z - s_1^P|) \left( \frac{z - s_1^P}{|z - s_1^P|} \right)^{-n}$$

$$SW_2^P(z) = w_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n H_n^{(1)}(k|z - s_2^P|) \left( \frac{z - s_2^P}{|z - s_2^P|} \right)^{-n} \tag{12}$$

$$SW_1^P(z) = w_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n H_n^{(1)}(k|z - s_1^P|) \left( \frac{z - s_1^P}{|z - s_1^P|} \right)^n$$

$$SW_2^P(z) = w_0 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n H_n^{(1)}(k|z-s_2^P|) \left( \frac{z-s_2^P}{|z-s_2^P|} \right)^n \quad (13)$$

$$\begin{cases} d_1^P = h_1 + (P-1)(h_1 + h_2) \\ d_2^P = h_2 + (P-1)(h_1 + h_2) \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} d_1^P = h_2 + (P-1)(h_1 + h_2) \\ d_2^P = h_1 + (P-1)(h_1 + h_2) \end{cases} \quad (15)$$

综上，这些镜像散射波的和构成带形介质中的散射导波  $w_s^s$  的形式级数式(16)，根据 Hankel 函数在其宗量无穷远点处趋于零，由式(14)、式(15)可以得到此形式级数的收敛性：

$$w_s^s = w_s + \sum_{P=1}^{+\infty} (SW_1^P + SW_2^P) \quad (16)$$

### 4 导波入射的定解

本文研究特定阶导波入射对圆柱孔洞的反平面散射，不妨设入射导波  $w_i^s$  的阶数为  $m$ ，如式(17)，其中， $w_m(x, y, t)$  的表达式如式(6)，其应力分量分别为  $\tau_{xz}^m$  和  $\tau_{yz}^m$ 。散射导波如式(16)，其应力分量分别为  $\tau_{rz}^s$  和  $\tau_{\theta z}^s$ ：

$$w_i^s(z, t) = w_m(x, y, t) \quad (17)$$

入射导波和散射导波都是带形介质中相容的 SH 波，因而都满足上、下边界  $B_U$  和  $B_L$  平面上的应力自由条件，作为柱面散射问题的解，其和  $w$  满足圆柱孔洞边界  $B_C$  柱面上的应力自由条件，由之，定解散射导波的波函数级数的系数，得到式(18)，其为角变量  $\theta$  的函数，对角变量  $\theta$  做 Fourier 级数展开如式(19)，其中  $F_Q^s$  和  $F_Q^m$  是第  $Q$  项的 Fourier 系数分别满足式(20)、式(21)。根据三角函数的正交性，得到其独立性，由式(19)推知对其 Fourier 级数的各项系数均有  $F_Q^s = F_Q^m$ ， $F_Q^s$  是散射导波波函数级数系数  $A_n$  的线性函数， $F_Q^m$  是常数，于是得到关于  $A_n$  的线性代数方程组。截断方程组，定解求得散射导波的系数，由给定的入射导波和求得的散射导波得到带形介质中的全部位移波场。

$$\tau_{xz}^m \cos(\theta) + \tau_{yz}^m \sin(\theta) + \tau_{rz}^s = 0, \quad |z| = R \quad (18)$$

$$\sum_{Q=-\infty}^{+\infty} F_Q^s e^{iQ\theta} = \sum_{Q=-\infty}^{+\infty} F_Q^m e^{iQ\theta}, \quad |z| = R \quad (19)$$

$$F_Q^s = \int_{-\pi}^{\pi} \tau_{rz}^s e^{-iQ\theta} d\theta, \quad |z| = R \quad (20)$$

$$F_Q^m = -\int_{-\pi}^{\pi} [\tau_{xz}^m \cos(\theta) + \tau_{yz}^m \sin(\theta)] e^{-iQ\theta} d\theta, \quad |z| = R \quad (21)$$

### 5 数值算例与结果

由于圆柱孔洞的存在，其边界  $B_C$  柱面对带形介质内的 SH 波产生散射，散射波在带形介质中传播形成散射导波，散射导波造成圆柱孔洞边沿的动应力集中。动应力集中的程度用动应力集中因子  $DSCF$ (Dynamic Stress Concentration Factor)来表示，按表达式(22)来定义，式中， $\tau_{rz}$  和  $\tau_{\theta z}$  是带形介质内某点处全部位移波产生的合应力的分量， $\tau^m$  是带形介质内同一点在第  $m$  阶导波入射下产生动应力的最大值。可见，动应力集中因子  $DSCF$  表征了散射的显著性， $DSCF_{rz}$  和  $DSCF_{\theta z}$  为其分量。

$$DSCF_{rz} = \frac{|\tau_{rz}|}{|\tau^m|} = \frac{|\tau_{rz}^s + \tau_{xz}^m \cos(\theta) + \tau_{yz}^m \sin(\theta)|}{|\tau^m|},$$

$$DSCF_{\theta z} = \frac{|\tau_{\theta z}|}{|\tau^m|} = \frac{|\tau_{\theta z}^s - \tau_{xz}^m \sin(\theta) + \tau_{yz}^m \cos(\theta)|}{|\tau^m|} \quad (22)$$

圆柱孔洞边沿的动应力集中最为显著，其边界  $B_C$  柱面上应力为零，因而，孔洞边沿  $DSCF_{\theta z}$  的分布足以描述带形介质内的动应力集中情况。

数值算例以导波波长  $\lambda$  作为参考长度，这里， $\lambda = 2\pi/k$ ，设定圆柱孔洞的无量纲半径  $R=1$ ，为半径与导波波长  $\lambda$  的相对值。

按式(23)，当入射导波  $w_i^s$  的阶数取  $m=0$  时， $|\tau^m| = |w_0^2 k \mu|$ ，取  $w_0 = w_0^2$ ，计算相对低频入射( $k=0.1$ )和相对高频入射( $k=2$ )时，圆柱孔洞散射造成的动应力集中，如图 4，给出了圆柱孔洞边沿动应力集中因子的周向分量  $DSCF_{\theta z}$  的分布情况。从图中可以看出，相对高频入射对孔洞位置更为敏感，而相对低频入射造成的动应力集中更为严重。

$$DSCF_{\theta z} = \frac{|\tau_{\theta z}^s - \tau_{xz}^0 \sin(\theta) + \tau_{yz}^0 \cos(\theta)|}{|w_0 k \mu|} \quad (23)$$

当入射导波  $w_i^s$  的阶数  $m \neq 0$  时，参照第 0 阶导波入射的情形，按式(24)引入标准化的动应力  $NDS$ (Normalized Dynamic Stress)来描述动应力集中的情况，其中  $\tau^*$  为带形介质中某面上的应力，当  $m$  为偶数时， $w_0 = w_m^2$ ，当  $m$  为奇数时， $w_0 = w_m^1$ ， $NDS_{rz}$  和  $NDS_{\theta z}$  为其径向和周向分量。

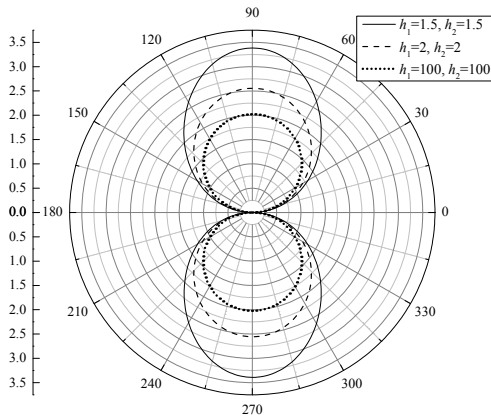
$$NDS = \frac{|\tau^*|}{|w_0 k \mu|} \quad (24)$$

当入射导波  $w_i^s$  的阶数  $m \neq 0$  时，存在截止频率，并非所有频率的 SH 波在带形介质中都有传播波型。考虑本文研究的问题，非传播的 SH 型导波没有讨论意义，因而对入射导波取合适的频率，取

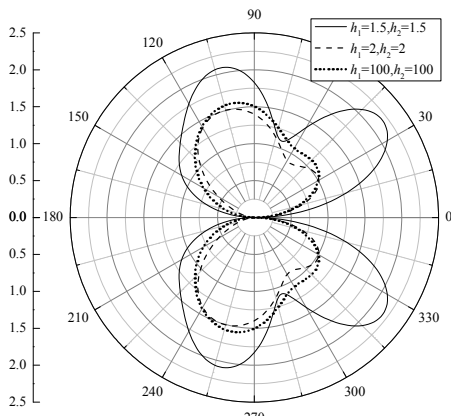
相对高频的无量纲波数,  $k=2$ , 数值算例计算了圆柱孔洞分别对第 1 阶和第 2 阶入射导波的散射及由其引起的动应力集中。由于圆柱孔洞边界  $B_C$  柱面上应力为零, 标准化的动应力的周向分量  $NDS\theta_z$  就足以描述由圆柱孔洞引起的动应力集中。

按式(25), 计算圆柱孔洞边沿动应力的分布情况, 如图 5 所示, 图中  $\tau_{\theta z}$  代表全部位移波产生的标准化的合应力的周向分量,  $\tau_{rz}^m$  和  $\tau_{\theta z}^m$  分别代表第  $m$  阶入射导波产生的标准化的应力的径向和周向分量。从图中可以看出, 高阶导波对圆柱孔洞散射的影响有限, 入射导波的阶数越高其截至频率也越高, 由其散射引起的动应力集中就越小。不同阶数的入射导波在圆柱孔洞边界上产生不同大小与分布的动应力, 也就造成了不同的散射效应。这就说明可以通过预设沿圆柱孔洞边界分布的动应力来构造入射导波, 从而提供了另一个角度来分析圆柱孔洞对 SH 波的散射。

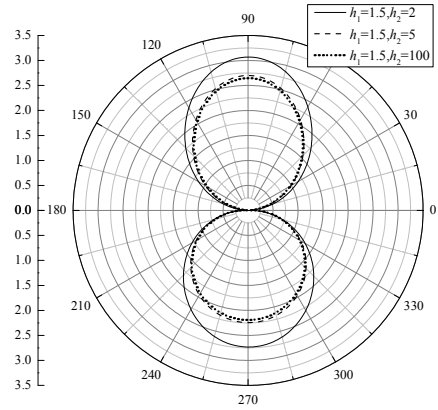
$$NDS\theta_z = \frac{|\tau_{\theta z}^s - \tau_{xz}^m \sin(\theta) + \tau_{yz}^m \cos(\theta)|}{|w_0 k \mu|} \quad (25)$$



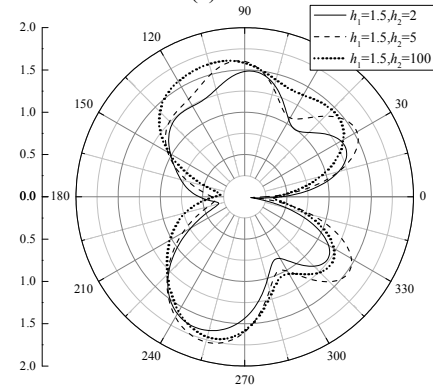
(a)  $k=0.1$



(b)  $k=2$



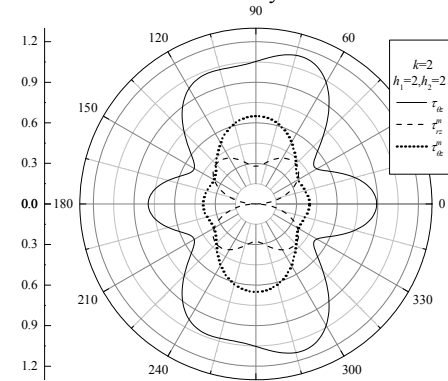
(c)  $k=0.1$



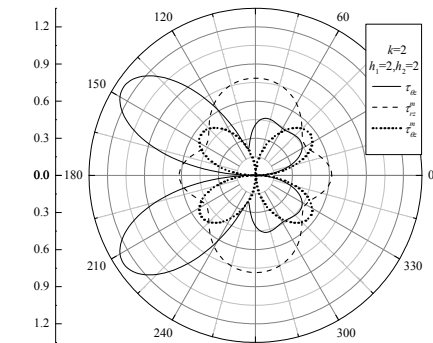
(d)  $k=2$

图 4 圆柱孔洞边沿的动应力集中

Fig.4 Distributed  $DSCF\theta_z$  around circular cylindrical cavity



(a)  $m=1$



(b)  $m=2$

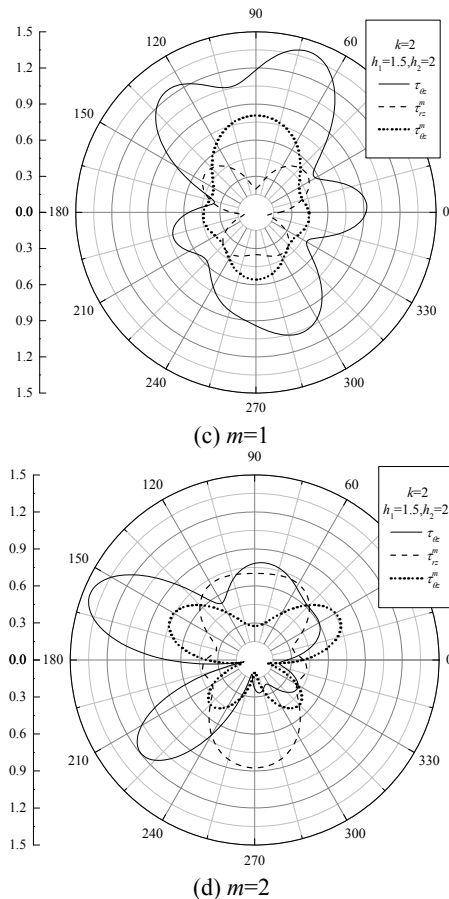


图 5 圆柱孔洞边沿的动应力分布

Fig.5 Distributed NDS around circular cylindrical cavity

## 6 结论

本文用叠加原理在线弹性范围内研究了带形介质中圆柱孔洞的反平面问题，构造了带形介质中各阶导波的表达式，给出介质内相容 SH 波的导波展开形式，按照累次镜像叠加的方法，给出用波函数级数展开式表示的散射导波，求解了给定阶导波入射对圆柱孔洞的散射，研究方法对带形介质内的反平面散射问题具有普遍意义。数值计算结果表明，低频的入射导波对圆柱孔洞散射产生的动应力集中更为严重，而高频的入射导波对圆柱孔洞的散射对孔洞位置更为敏感，介质边界附近的圆柱孔洞总能引起较大的动应力集中。这些结论与现象，在工程实践中应该予以充分的考虑和重视。

### 参考文献：

- [1] Ying C F, Truell R. Scattering of plane longitudinal wave by a spherical obstacle in an isotropically elastic solid [J]. Journal of Applied Physics, 1956, 27(9): 1086-1097.
- [2] Pao Y H, Mow C C. Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations [M]. New York: Crane and Russak, 1973: 208-681.
- [3] Liu D K, Gai B Z, Tao G Y. Applications of the method of

complex functions to dynamic stress concentrations [J]. Wave Motion, 1982, 4(3): 293-304.

- [4] 齐辉, 杨杰. SH 波入射双相介质半空间浅埋任意位置圆形夹杂的动力分析[J]. 工程力学, 2012, 29(7): 320-327.
- Qi Hui, Yang Jie. Dynamic analysis for shallowly buried circular inclusions of arbitrary positions impacted by SH-wave in bi-material half space [J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(7): 320-327. (in Chinese)
- [5] 张小明, 王裕清, 禹建功. 粘弹正交各向异性空心圆柱体周向 SH 波[J]. 工程力学, 2013, 30(3): 78-81.
- Zhang Xiaomin, Wang Yuqing, Yu Jianguo. Guided circumferential SH wave in orthotropic viscoelastic hollow cylinders [J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(3): 78-81. (in Chinese)
- [6] Ewing W M, Jardetzky W S, Press F. Elastic Waves in Layered Media [M]. New York: McGraw-Hill, 1957: 124-364.
- [7] Achenbach J D. Wave Propagation in Elastic Solids [M]. Amsterdam: North-Holland, 1973: 202-261.
- [8] Itou S. Dynamic stress concentration around a circular hole in an infinite elastic strip [J]. Journal of Applied Mechanics, ASME, 1983, 50(1): 57-62.
- [9] Lu Y C. Guided antiplane shear wave propagation in layers reinforced by periodically spaced cylinders [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1996, 99(4): 1937-1943.
- [10] Wang X M, Ying C F. Scattering of guided SH-wave by a partly debonded circular cylinder in a traction free plate [J]. Science in China (Series A), 2001, 44(3): 378-388.
- [11] 齐辉, 折勇, 赵嘉喜. 带形域内圆柱形夹杂对 SH 型导波的散射[J]. 振动与冲击, 2009, 28(5): 142-145.
- Qi Hui, Shi Yong, Zhao Jiayi. Scattering of SH waves from a circular inclusion in an infinite strip region [J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(5): 142-145. (in Chinese)
- [12] 王艳. 带形域内脱胶夹杂和圆孔对 SH 波的散射[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2012.
- Wang Yan. The Scattering of SH-wave from Debonding Cylindrical and Circular Cavity Inclusion in Belt Region [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2012. (in Chinese)
- [13] Monfared M M, Ayatollahi M, Bagheri R. Anti-plane elastodynamic analysis of a cracked orthotropic strip [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2011, 53(11): 1008-1014.
- [14] Golub M V, Zhang C Z, Wang Y S. SH-wave propagation and resonance phenomena in a periodically layered composite structure with a crack [J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330(13): 3141-3154.
- [15] Golub M V, Zhang C Z, Wang Y S. SH-wave propagation and scattering in periodically layered composites with a damaged layer [J]. Journal of Sound and Vibration, 2012, 331(8): 1829-1843.

(参考文献[16] [18]转第 21 页)

- (2: Numerical realization) [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2006, 23(3): 317-323. (in Chinese)
- [10] Deeks A J, Wolf J P. A virtual work derivation of the scaled boundary finite-element method for elastostatics [J]. Computational Mechanics, 2002, 28(6): 489-504.
- [11] Yang Z J. Fully automatic modelling of mixed-mode crack propagation using scaled boundary finite element method [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2006, 73(12): 1711-1731.
- [12] 中国航空研究院. 应力强度因子手册[M]. 北京: 科学出版社, 1993: 251-252.  
Chinese Aeronautical Establishment. Stress intensity factor handbook [M]. Beijing: Science Press, 1993: 251-252. (in Chinese)
- [13] 范天佑. 断裂理论基础[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 92-93.  
Fan Tianyou. Theory foundation of fracture [M]. Beijing: Science Press, 2003: 92-93. (in Chinese)
- [14] Moes N, Belytschko T. Extended finite element method for cohesive crack growth [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2002, 69: 813-833.
- [15] Yang Z J, Deeks A J. Fully automatic modelling of cohesive crack growth using a finite element-scaled boundary finite element method [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2007, 74: 2547-2573.

---

(上接第 14 页)

- [16] Moreau L, Caleap M, Velichko A, Wilcox P D. Scattering of guided waves by through-thickness cavities with irregular shapes [J]. Wave Motion, 2011, 48(7): 586-602.
- [17] Moreau L, Caleap M, Velichko A. Scattering of guided waves by flat-bottomed cavities with irregular shapes [J]. Wave Motion, 2012, 49(2): 375-387.
- [18] 郑阳, 何存富, 周进节, 张也弛. 超声 Lamb 波在缺陷处的二维散射特性研究[J]. 工程力学, 2013, 30(8): 236-243.  
Zheng Yang, He Cunfu, Zhou Jinjie, Zhang Yechi. 2D scattering characteristics of Lamb wave at defects [J]. Engineering Mechanics, 2013, 30(8): 236-243. (in Chinese)