

DOI: 10.16076/j.cnki.cjhd.2015.01.001

有限水域内球形气泡振动特性及影响参数研究*

杜特专, 黄晨光, 王一伟, 于嫻嫻, 吴小翠
(中国科学院力学研究所, 北京 100190, Email: dutezhuan@imech.ac.cn)

摘要: 该文基于不可压 NS 方程, 推导了有限水域条件下气泡的无量纲动力学方程, 得到了与惯性力、黏性力、表面张力和不可凝结气体相关的四个无量纲数, 通过数值求解的方法给出了无量纲参数对气泡振动的影响规律及其起作用的参数空间。最后, 在小厚度小振幅条件下讨论了气泡振动的特性及适用范围, 在此基础上给出了自由面附近气泡溃灭时间的理论预测公式。

关键词: 气泡; 有限水域; 振动周期; 参数分析

中图分类号: O359+.1

文献标识码: A

Study on the vibration characteristics and influence parameters of a sphere bubble within finite field

DU Te-zhuan, HUANG Chen-guang, WANG Yi-wei,
YU Xian-xian, WU Xiao-cui
(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: The dimensionless dynamic equation for a sphere bubble within finite field was derived from incompressible NS equations. Four dimensionless parameters corresponding to inertia, viscosity, surface tension and non-condensable gas were fetched. The influence of parameters on bubble vibration and the active parameter space were studied by calculation. Finally, the vibration characteristics and its application range of a bubble with small thickness and vibration amplitude were discussed, based on which the estimated collapse time of a bubble near free surface was given.

Key words: bubble; finite field; vibration period; parametric analysis

* **收稿日期:** 2014-04-23(2014-10-16 修改稿)

基金项目: 国家自然科学基金项目(11402276)

作者简介: 杜特专(1983 -), 男, 福建厦门人, 助理研究员, 硕士.

Received: April 23, 2014 (**Revised** October 16, 2014)

Project supported by foundation: Supported by the National Natural Science Foundation of China (11402276)

Biography: DU Te-zhuan (1983-), Male, Assistant Professor, Master.

引言

空泡动力学的研究始于 20 世纪初, 根据气泡所处的环境可以分为无限水域中的气泡, 半无限水域中的气泡和有限水域中的气泡。Rayleigh^[1]最先给出了无黏不可压条件下球形气泡在无限水域中的动力学方程, Plesset 等^[2]在此基础上引入了黏性和表面张力的影响, 形成了气泡动力学控制方程 Rayleigh-Plesset 方程。该方程给出的气泡半径随时间变化曲线在气泡的生长阶段与溃灭阶段都与实验观察相符。Brennen^[3]在他的专著中对上述的球形空泡溃灭理论进行了总结和完美, 并细化了溃灭的特征, 给出了单个空泡溃灭时间的理论解。Poritsky^[4]通过研究认为在黏性较大时会降低气泡的振动, Shima 等^[5]通过数值求解发现黏性会减缓溃灭过程, 相反的表面张力会缩短溃灭时间。国内方面, 黄继汤^[6]也通过数值计算与实验观察发现黏性会使空泡的膨胀和收缩过程明显变缓。张凌新等^[7]利用 VOF 方法对三维气泡进行数值计算, 并与从 Rayleigh 方程推出的解析解对比, 结果显示, 二者符合得较好。20 世纪 70 年代, 学者们开始关注半无限水域中气泡的动力学过程, Lauterborn 等^[8,9]首先对单气泡与固壁之间的相互作用进行了研究, 发现气泡溃灭阶段会受壁面吸引并形成指向壁面的射流。随后 Blake 等^[10]和 Robinson 等^[11]研究了自由面附近的气泡, 结果表明自由面对气泡溃灭的影响与固壁不同, 气泡会朝着远离自由面的方向运动和凹陷, 形成背向自由面的射流。张阿漫等^[12]利用高速摄影对气泡与自由面之间的相互作用进行了研究, 获得了气泡与自由面之间距离与水层高度的关系。刘云龙等^[13]通过数值计算研究了在壁面与自由面双重作用下气泡的动力学行为。

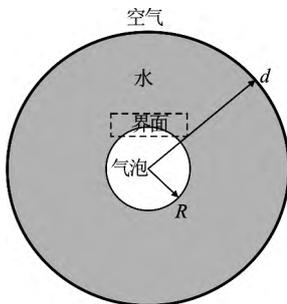


图 1 有限水域球形气泡示意图

Fig.1 Schematic of a sphere bubble within finite field

对于附着空泡和肥皂泡来说, 气泡所处的环境是有限水域, 水域厚度的不同会对气泡动力学过程特别是溃灭过程带来影响, 因此有必要对其进行研

究。目前有限水域的研究主要集中在肥皂泡^[14-16]的变形及其各阶振型和频率, 关注轴对称肥皂泡在表面张力约束下的变形特性, 不考虑气泡的膨胀和收缩。本文通过理论分析的手段对有限水域条件下气泡的动力学进行的研究, 分析了水层厚度、惯性、黏性、表面张力和不可凝结气体等参数对气泡振动的影响规律, 并在此基础上推导出自由面附近球泡溃灭时间的预估公式。

1 有限水域的空泡动力学方程

取研究对象如图 1 所示, 中心为球形气泡, 气泡外是均匀厚度水层, 水层之外是空气。气泡半径为 R , 水层外边界到气泡中心的距离为 d 。

假设气泡在运动过程中始终保持球形, 则不可压球对称的 NS 方程如下:

质量守恒方程:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u_r) = 0 \quad (1)$$

动量守恒方程:

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} = -\frac{1}{\rho_L} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu_L \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) - \frac{2u_r}{r^2} \right] \quad (2)$$

对质量守恒方程积分可得:

$$u_r(r, t) = \frac{f(t)}{r^2} \quad (3)$$

由气泡边界无穿透条件可知:

$$f(t) = R^2 \frac{dR}{dt} \quad (4)$$

将 $u_r(r, t) = \frac{f(t)}{r^2}$ 代入动量守恒方程, 则有

$$\frac{1}{r^2} \frac{df}{dt} - 2 \frac{f^2}{r^5} = -\frac{1}{\rho_L} \frac{\partial p}{\partial r}, \text{ 对其从 } R \text{ 到 } d \text{ 进行积分,}$$

$$\left(-\frac{1}{r} \frac{df}{dt} + \frac{1}{2} \frac{f^2}{r^4} \right) \Big|_{r=R}^{r=d} = -\frac{1}{\rho_L} p \Big|_{r=R}^{r=d}.$$

整理可得:

$$\dot{R}^2 \left(\frac{3}{2} - \frac{2R}{d} + \frac{1}{2} \frac{R^4}{d^4} \right) + R\ddot{R} \left(1 - \frac{R}{d} \right) = \frac{1}{\rho_L} (p_R - p_d) \quad (5)$$

由水域总体积守恒可知 d 与 R 满足: $d^3 - R^3 = d_0^3 - R_0^3$ 。

根据水层内边界上的应力平衡条件可知: $p_B + (\sigma_{rr})_{r=R} = \frac{2S}{R}$, 其中泡内压力为 $p_B = p_V + p_0 \cdot \left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\gamma}$, p_V 为饱和蒸汽压, R_0 为气泡初始半径, p_0 为气泡内不可凝结气体的初始分压。 $\sigma_{rr} = -p + 2\mu_L \frac{\partial u}{\partial r}$ 为法向应力分量, S 为表面张力系数, 当 $\gamma=1$ 时为等温过程, $\gamma=1.4$ 时为绝热过程。

整理可得:

$$p_R = p_V + p_0 \left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\gamma} - 4\mu_L \frac{\dot{R}}{R} - \frac{2S}{R} \quad (6)$$

类似的有:

$$p_d = p_{out} + 4\mu_L \frac{R^2 \dot{R}}{d^3} + \frac{2S}{d} \quad (7)$$

式中 p_{out} 为水域外的空气压力。将 p_R 和 p_d 代入式 (5) 即可获得有限水域中球泡的动力学控制方程

$$\rho_L \dot{R}^2 \left(\frac{3}{2} - \frac{2R}{d} + \frac{1}{2} \frac{R^4}{d^4}\right) + \rho_L R \ddot{R} \left(1 - \frac{R}{d}\right) + 4\mu_L \left(1 + \frac{R^3}{d^3}\right) \frac{\dot{R}}{R} + \left(1 + \frac{R}{d}\right) \frac{2S}{R} = p_V + p_0 \left(\frac{R_0}{R}\right)^{3\gamma} - p_{out} \quad (8)$$

其中方程左侧第三项代表黏性效应, 第四项代表表面张力的作用。当水层厚度 d 趋向于无穷大且为纯蒸汽泡时, 该方程则退化成 R-P 方程:

$$\frac{3}{2} \rho_L \dot{R}^2 + \rho_L R \ddot{R} + 4\mu_L \frac{\dot{R}}{R} + \frac{2S}{R} = p_V - p_\infty \quad (9)$$

2 无量纲参数分析

以 $R_0, T, \rho_L, p_V - p_{out}$ 对式 (8) 进行无量纲化, 各个量仍用原来的写法, 则有

$$\begin{aligned} & \dot{R}^2 \left(\frac{3}{2} - \frac{2R}{d} + \frac{1}{2} \frac{R^4}{d^4}\right) + R \ddot{R} \left(1 - \frac{R}{d}\right) + \\ & 4 \frac{\mu_L}{\rho_L R_0^2} \left(1 + \frac{R^3}{d^3}\right) \frac{\dot{R}}{R} + 2 \frac{S}{\rho_L R_0^3} \left(1 + \frac{R}{d}\right) \frac{1}{R} = \\ & \frac{p_V - p_{out}}{\rho_L R_0^2} \left[1 + \frac{p_0}{p_V - p_{out}} \left(\frac{1}{R}\right)^{3\gamma}\right] \end{aligned} \quad (10)$$

或

$$\begin{aligned} & \frac{1}{Eu} \left[\dot{R}^2 \left(\frac{3}{2} - \frac{2R}{d} + \frac{1}{2} \frac{R^4}{d^4}\right) + R \ddot{R} \left(1 - \frac{R}{d}\right) \right] + \\ & 4 \frac{1}{\sigma_1} \left(1 + \frac{R^3}{d^3}\right) \frac{\dot{R}}{R} + 2 \frac{1}{\sigma_2} \left(1 + \frac{R}{d}\right) \frac{1}{R} = -1 + \frac{1}{\sigma_3} \left(\frac{1}{R}\right)^{3\gamma} \end{aligned} \quad (11)$$

其中, 欧拉数 $Eu = \frac{(p_{out} - p_V)}{\rho_L R_0^2 / T^2}$ 表征压差与惯性力之比, $\sigma_1 = \frac{(p_{out} - p_V)}{\mu_L / T}$ 表征压差与黏性力之比, $\sigma_2 = \frac{(p_{out} - p_V)}{S / R_0}$ 表征压差与表面张力之比, $\sigma_3 = \frac{p_{out} - p_V}{p_0}$ 表征压差与不可凝结气体分压之比。

欧拉数的影响规律可以直接从其物理含义分析, 对于本文研究的对象而言, 其代表着驱动力与

表 1 无量纲数 σ_1 的影响

Table 1. Influence of dimensionless parameter σ_1

Eu	σ_1	σ_2	σ_3	第一个周期 T	第一个周期振幅衰减/%
4.00×10^6	∞	∞	10.0	7.90×10^{-4}	0.00
4.00×10^6	1.00×10^8	∞	10.0	7.90×10^{-4}	0.00
4.00×10^6	1.00×10^7	∞	10.0	7.90×10^{-4}	0.12
4.00×10^6	1.00×10^6	∞	10.0	7.88×10^{-4}	1.10
4.00×10^6	1.00×10^5	∞	10.0	7.79×10^{-4}	9.50

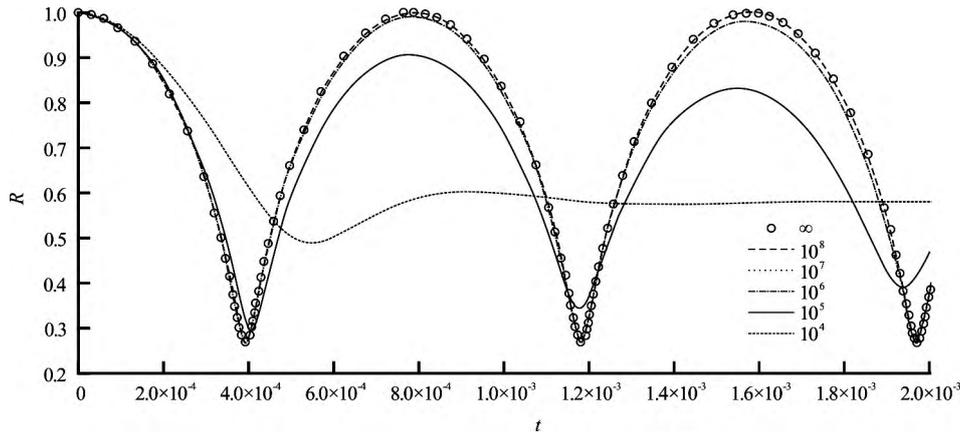


图 2 不同 σ_1 下的气泡振动曲线

Fig.2 Oscillation of bubbles under different values of σ_1

表 2 无量纲数 σ_2 的影响

Table 2. Influence of dimensionless parameter σ_2

Eu	σ_1	σ_2	σ_3	第一个周期 T	第一个周期最小泡径 R_{min}
4.00×10^6	∞	∞	10.0	7.90×10^{-4}	0.265
4.00×10^6	∞	1.00×10^4	10.0	7.90×10^{-4}	0.265
4.00×10^6	∞	1.00×10^3	10.0	7.90×10^{-4}	0.265
4.00×10^6	∞	1.00×10^2	10.0	7.69×10^{-4}	0.258
4.00×10^6	∞	10.0	10.0	6.60×10^{-4}	0.218

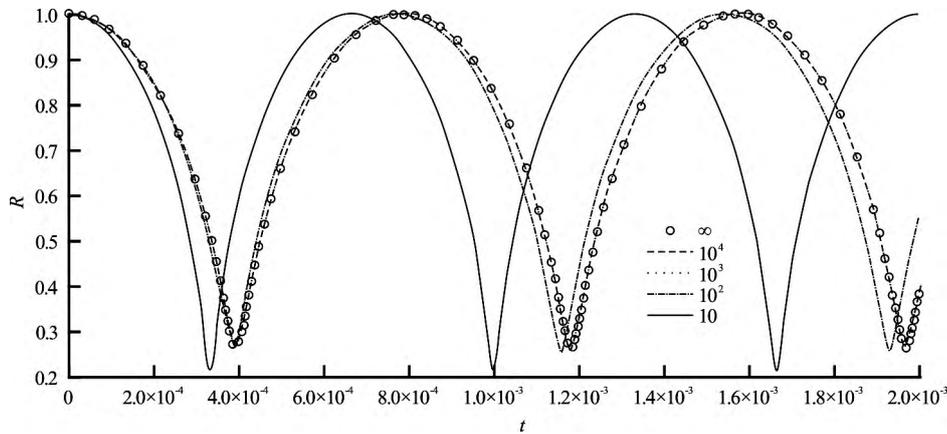


图 3 不同 σ_2 下的气泡振动曲线

Fig.3 Oscillation of bubbles under different values of σ_2

惯性力之比，欧拉数越大气泡振动频率越高。

采用 Runge-Kutta 对方程进行求解，通过分别改变 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 和 δ 可研究黏性力、表面张力、不可凝结气体含量和初始水层厚度起作用的参数范围。

从表 1 和图 2 中可以看出，随着黏性效应的增大，空泡振动的幅值衰减越快，振动周期也越长。这里需要注意的是，振幅的衰减不仅和 σ_1 有关，还

跟 Eu 数相关。在文中给定参数条件下，当 $\sigma_1 < 1.00 \times 10^5$ 时，黏性的作用对气泡振动幅值影响皆大于 10%。

从表 2 和图 3 中可以看出，表面张力会加剧气泡的收缩过程，即缩短振动周期和降低气泡的最小半径。在文中给定的参数条件下，当 $\sigma_2 > 10$ 时，表面张力对于气泡振动的影响大于 16%。

表 3 无量纲数 σ_3 的影响Table 3. Influence of dimensionless parameter σ_3

Eu	σ_1	σ_2	σ_3	第一个周期 T	第一个周期最小泡径 R_{\min}
4.00×10^6	∞	∞	∞	2.53×10^{-4}	0
4.00×10^6	∞	∞	1.00×10^4	2.53×10^{-4}	1.26×10^{-3}
4.00×10^6	∞	∞	1.00×10^3	2.56×10^{-4}	7.13×10^{-3}
4.00×10^6	∞	∞	1.00×10^2	5.88×10^{-4}	4.64×10^{-2}
4.00×10^6	∞	∞	10.0	2.86×10^{-3}	2.65×10^{-1}

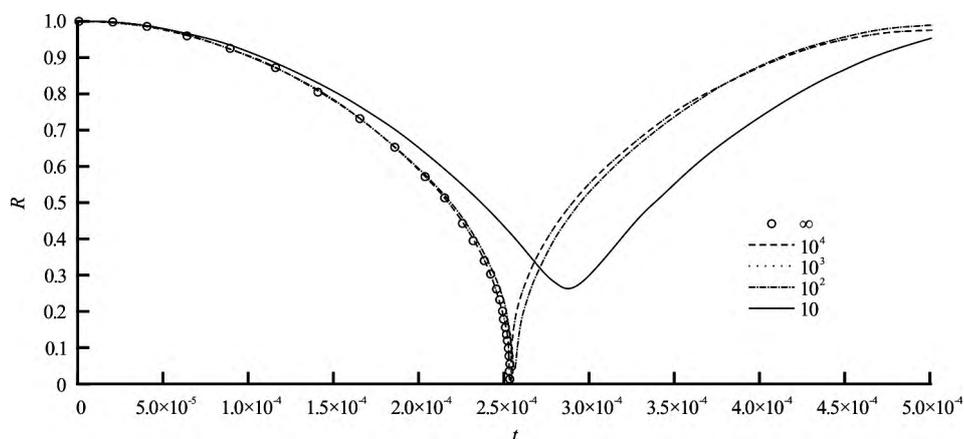
图 4 不同 σ_3 下的气泡振动曲线Fig. 4 Oscillation of bubbles under different values of σ_3

表 4 无量纲厚度的影响

Table 4. Influence of dimensionless thickness

Eu	σ_1	σ_2	σ_3	d	第一个周期 T	第一个周期最小泡径 R_{\min}
4.00×10^6	∞	∞	∞	∞	1.02×10^{-3}	0.000
4.00×10^6	∞	∞	1.00×10^4	100	1.02×10^{-3}	0.265
4.00×10^6	∞	∞	1.00×10^3	10.0	9.89×10^{-4}	0.265
4.00×10^6	∞	∞	1.00×10^2	1.00	7.90×10^{-4}	0.265
4.00×10^6	∞	∞	10.0	0.10	4.19×10^{-4}	0.265

图 4 中的圆点代表纯蒸汽泡的溃灭过程, 其最小气泡半径可以为零, 随着不可凝结气体含量的增加, 减缓了气泡的振动。在文中给定的参数条件下, 当 $\sigma_3 < 1000$ 时, 不可凝结气体对气泡振动周期的影响不能忽略。

图 5 中的圆点代表无限水域中的气泡振动, 可以看出随着初始水层厚度的增加, 气泡振动频率越低, 振动曲线越趋向于无限水域的结果。在文中给定的参数条件下, 当 $d > 10$ 时, 第一个振动周期与无限水域的结果相差在 3% 以内。

基于上述结果可以对参数的影响做进一步讨

论:

(1) 黏性力的影响。黏性力的方向总是与运动方向相反, 并消耗动能, 因此黏性力在延长气泡振动周期的同时会导致振动幅值的衰减。

(2) 表面张力的影响。对于球泡来说表面张力指向球心, 对气泡的收缩起到加速作用。因此初始气泡半径 R_0 越小, 表面张力越大, 溃灭周期越小, 即加剧了溃灭效应。

(3) 不可凝结气体的影响。气泡振动的驱动力主要来自于水层外与泡内的压力差, 因此在其余条件相同的情况下, 泡内不可凝结气体含量越高泡内

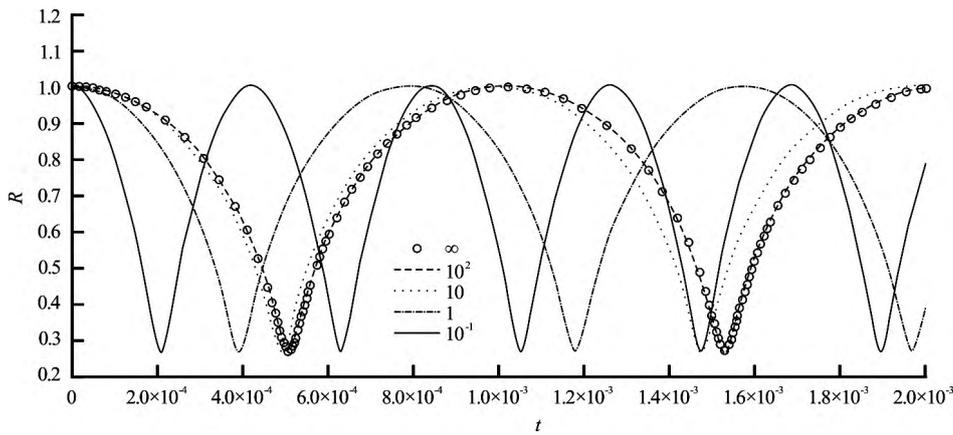


图 5 不同 d 下的气泡振动曲线

Fig.5 Oscillation of bubbles under different values of d

压力也越高，气泡越不容易被压缩。不可凝结气体起着缓冲的作用，会导致振动周期的增大。

(4) 水层厚度的影响。水层厚度主要体现惯性力的影响，水层厚度越小，惯性越小，气泡的振动周期也就越短。

3 小厚度小振幅条件下的讨论

设无量纲水层厚度为 $\delta = d - R$ ，对于小厚度 $\delta \ll R$ ，有 $\frac{R}{d} = \frac{R}{R+\delta} \approx 1 - \frac{\delta}{R}$ ，类似的有 $\frac{R^4}{d^4} \approx 1 - 4\frac{\delta}{R}$ ，代入式 (11) 可得

$$\frac{1}{Eu} \ddot{R}\delta + \frac{8}{\sigma_1} \frac{\dot{R}}{R} + \frac{4}{\sigma_2} \frac{1}{R} = -1 + \frac{1}{\sigma_3} \left(\frac{1}{R}\right)^{3\gamma} \quad (12)$$

若气泡初始半径取为气泡的平衡半径 R_c ，可将半径写为 $R = 1 + y$ ，其中 y 为无量纲振幅，代入式 (12) 中可得

$$\frac{1}{Eu} \ddot{y}\delta + \frac{8}{\sigma_1} \frac{\dot{y}}{1+y} + \frac{4}{\sigma_2} \frac{1}{1+y} = -1 + \frac{1}{\sigma_3} \left(\frac{1}{1+y}\right)^{3\gamma} \quad (13)$$

对于小振幅情况 $y \ll 1$ ，有： $\frac{1}{1+y} \approx 1 - y$ ，

$\left(\frac{1}{1+y}\right)^{3\gamma} \approx 1 - 3\gamma y$ ，式 (13) 可改写成如下形式的振动

$$\frac{\delta}{Eu} \ddot{y} + \frac{8}{\sigma_1} \dot{y} + \left(-\frac{4}{\sigma_2} + \frac{3\gamma}{\sigma_3}\right) y = -1 - \frac{4}{\sigma_2} + \frac{1}{\sigma_3} \quad (14)$$

从该方程中可以看出，黏性作用相当于阻尼项，表面张力和泡内不可凝结气体作用相当于刚度项。其对应的齐次方程的解为

$$y = \exp \left\{ \frac{Eu}{2\delta} \left[-\frac{8}{\sigma_1} - \sqrt{\frac{64}{\sigma_1^2} - 4 \frac{\delta}{Eu} \left(-\frac{4}{\sigma_2} + \frac{3\gamma}{\sigma_3} \right)} \right] t \right\} \quad (15)$$

不难看出，当 $\frac{64}{\sigma_1^2} - 4 \frac{\delta}{Eu} \left(-\frac{4}{\sigma_2} + \frac{3\gamma}{\sigma_3} \right) > 0$ 时，气泡半径随时间变化是一条指数衰减曲线。不等式可改写成如下形式

$$16\pi(\mu_L)^2 > \rho_L (4\pi R_0^2 \delta) \left(\frac{3}{4} \gamma p_0 - \frac{S}{R_0} \right) \quad (16)$$

式中，左边代表黏性力，右端项可看成是等效的驱动力，其物理含义为当黏性力大于驱动力时，黏性耗散起主导作用，气泡不会回弹。

当 $\frac{64}{\sigma_1^2} - 4 \frac{\delta}{Eu} \left(-\frac{4}{\sigma_2} + \frac{3\gamma}{\sigma_3} \right) < 0$ 时，气泡的振动圆频率和振幅分别为：

$$\omega = \frac{Eu}{2\delta} \sqrt{4 \frac{\delta}{Eu} \left(-\frac{4}{\sigma_2} + \frac{3\gamma}{\sigma_3} \right) - \frac{64}{\sigma_1^2}}, \quad A = \exp \left(-\frac{4Eu}{\delta\sigma_1} t \right) \quad (17)$$

由此可知在小厚度小振幅条件下，空泡振动幅值与 Eu 、 σ_1 和 δ 相关，惯性力越大振幅衰减越慢，黏性越大振幅衰减越快，厚度越大振幅衰减越慢。因此，振动频率则受到水层厚度、黏性、表面张力、不可凝结气体含量和外压的共同作用。

在此基础上若进一步忽略黏性力和表面张力的影响, 就能得到线弹性振动系统及其圆频率和周期为:

$$\frac{\delta}{Eu} \ddot{y} + \frac{3\gamma}{\sigma_3} \dot{y} = -1 + \frac{1}{\sigma_3}, \quad \omega_l = \sqrt{\frac{3\gamma Eu}{\delta \sigma_3}} \quad (18)$$

$$T_l \approx 3.07 R_c \sqrt{\frac{\delta \rho_L}{p_{out}}} \quad (19)$$

从式 (19) 中可以看出, 水层厚度越大, 气泡脉动周期越长。下面将通过与直接求解式 (10) 的结果对比来考察其适用范围。

$1.09 \sqrt{\frac{p_{out}}{\rho_L}}$ 。考虑到自由面附近的球泡溃灭过程, 可近似认为自由面半边的溃灭速度为 V_{c1} , 另一面溃灭速度为 V_{c0} , 则其近似溃灭时间为

$$T^* = \frac{2R_c}{V_{c0} + V_{c1}} \approx 2R_c \sqrt{\frac{\rho_L}{p_{out}}} \left(1.09 + 0.0651 \delta^{\frac{1}{2}} \right)^{-1} \quad (22)$$

设气泡与自由面无量纲距离为 h , 近似的有 $\delta = \sqrt[3]{h^3 + 1} - 1$, 则距离自由面无量纲距离为 h 的球泡的无量纲溃灭时间为

表 5 适用参数范围

Table 5. Application range of parameters

Eu	σ_3	无量纲振幅	无量纲厚度 δ	周期 T	线性系统周期 T_l
5.20×10^3	1.30	6.40×10^{-2}	1.00	2.93×10^{-2}	4.12×10^{-2}
5.20×10^3	1.30	6.40×10^{-2}	5.00×10^{-1}	2.39×10^{-2}	2.91×10^{-2}
5.20×10^3	1.30	6.40×10^{-2}	1.00×10^{-1}	1.29×10^{-2}	1.30×10^{-2}
7.20×10^3	1.80	1.45×10^{-1}	1.00×10^{-1}	1.07×10^{-2}	1.13×10^{-2}
9.20×10^3	2.30	2.08×10^{-1}	1.00×10^{-1}	9.20×10^{-3}	9.88×10^{-3}
4.00×10^3	10.0	5.74×10^{-1}	1.00×10^{-1}	4.19×10^{-3}	3.70×10^{-3}

从表 5 中可以看出, 无量纲厚度和无量纲振幅越小, 式 (19) 得到的周期与实际周期越接近。当无量纲厚度不大于 0.1 且无量纲振幅不超过 0.2 时, 误差不超过 10%, 在文中给定的参数条件下, 对应的 $Eu \leq 9.20 \times 10^3$, $\sigma_3 \leq 2.30$ 。

设有限水层中气泡的振幅为 $A = \alpha R_c$, 根据式 (19) 可以认为有限水层中气泡溃灭的特征速度为

$$V_{c1} = \frac{2R_c}{T_l} \approx 0.651 \alpha \sqrt{\frac{p_{out}}{\delta \rho_L}} \quad (20)$$

式 (20) 的适用范围为 $\alpha \leq 0.2$, 这里取 $\alpha = 0.1$ 。则式 (20) 可写成

$$V_{c1} = \frac{2R_c}{T_l} \approx 0.0651 \sqrt{\frac{p_{out}}{\delta \rho_L}} \quad (21)$$

而根据无穷水域中球泡溃灭的特征时间 $T_0 \approx$

$$0.915 R_0 \sqrt{\frac{\rho_L}{p_{out}}}, \text{ 可认为其特征速度为 } V_{c0} = \frac{R_0}{T_0} \approx$$

$$T^* = \frac{2R_c}{V_{c0} + V_{c1}} \approx 2R_c \sqrt{\frac{\rho_L}{p_{out}}} \left[1.09 + 0.0651 (\sqrt[3]{h^3 + 1} - 1)^{\frac{1}{2}} \right]^{-1} \quad (23)$$

与 Blake 等^[10]的实验对比情况如图 6 所示。

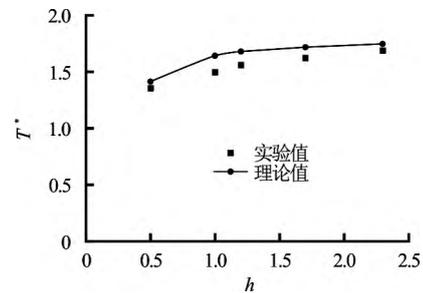


图 6 气泡与自由面距离对溃灭时间的影响
Fig.6 Influence of distance between bubble and free surface on collapse time

理论预测得到的溃灭时间随距离的变化趋势与实验一致, 最大相对误差为 9.33%, 整体量值偏

大,这与无量纲振幅 α 的取值有关。 α 取值越小得到的溃灭特征速度越小,导致最终估计得到的近自由面溃灭时间偏大。

4 结论

本文基于不可压 NS 方程,推导了有限水域中球对称气泡的动力学方程,通过无量纲化得到了四个无量纲参数:欧拉数 $Eu = \frac{(p_{out} - p_v)T^2}{\rho_L R_0^2}$ 表征压差

与惯性力之比, $\sigma_1 = \frac{(p_{out} - p_v)T}{\mu_L}$ 表征压差与黏性力

之比, $\sigma_2 = \frac{R_0(p_{out} - p_v)}{S}$ 表征压差与表面张力之比,

$\sigma_3 = \frac{p_{out} - p_v}{p_0}$ 表征压差与不可凝结气体分压之比。

采用 Runger-Kutta 对方程进行数值求解,分析了无量纲参数对气泡振动的影响规律,给出了黏性力、表面张力、不可凝结气体的参数影响空间。并对小厚度小振幅条件下的方程进行了讨论,获得了该条件下的振幅以及振动周期,并利用该结果对近自由面附近气泡的溃灭时间进行了分析。

结果表明:(1)黏性力起耗散作用,影响振幅的衰减率;(2)表面张力越大溃灭过程越剧烈,即缩短振动周期和降低气泡的最小半径;(3)不可凝结气体对溃灭过程起缓冲作用;(4)水层厚度越小,振动周期越短。

参 考 文 献:

- [1] RAYLEIGH L. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity[J]. Philosophy Magazine, 1917, 34(1): 94-98.
- [2] PLESSET M S, PROSPERETTI A. Bubble dynamic and cavitation[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1977, 9(1): 145-185.
- [3] BRENNEN E. Cavitation and bubble dynamics[M]. New York, USA: Oxford University Press, 1995.
- [4] PORITSKY H. The collapse or growth of a spherical bubble or cavity in a viscous fluid[C]. Proceedings of the First U.S. National Congress on Applied Mechanics, Illinois, USA, 1952.
- [5] SHIMA A, MIURA N. The behavior of a spherical bubble in mercury/Report 1[R]. Tohoku University,

Sendai, Japan, 1973.

- [6] 黄继汤. 空化与空蚀的原理及应用[M]. 北京, 中国: 清华大学出版社, 1991.
HUANG Ji-tang. Theory and application of cavitation and cavitation erosion[M]. Beijing, China: Tsinghua University Press, 1991.
- [7] 张凌新, 尹琴, 邵学明. 水中气泡溃灭的理论与数值研究[J]. 水动力学研究与进展, A 辑, 2012, 27(1): 68-73.
ZHANG Ling-xin, YIN Qin, SHAO Xue-ming. Theoretical and numerical studies on the bubble collapse in water[J]. Chinese Journal of Hydrodynamics, 2012, 27(1): 68-73.
- [8] LAUTERBORN W. Kavitation durch laserlicht[J]. Acustica, 1974, 31: 51-78.
- [9] LAUTERBORN W, BOLLE W. Experimental investigations of cavitation-bubble collapse in the neighbourhood of a solid Lauterborn boundary[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1975, 72: 391-399.
- [10] BLAKE J R, GIBSON D C. Growth and collapse of a vapour cavity near a free surface[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1981, 111: 123-140.
- [11] ROBINSON P B, BLAKE J R, KODAMA T, et al. Interaction of cavitation bubbles with a free surface[J]. Journal of Applied Physics, 2001, 89(12): 8225-8237.
- [12] 张阿漫, 王超, 王诗平, 等. 气泡与自由液面相互作用的实验研究[J]. 物理学报, 2012, 61(8): 084701.
ZHANG A-man, WANG Chao, WANG Shi-ping, et al. Experimental study of interaction between bubble and free surface[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(8): 084701.
- [13] 刘云龙, 汪玉, 张阿漫. 有倾角的竖直壁面附近气泡与自由面相互作用研究[J]. 物理学报, 2013, 62(21): 214703.
LIU Yun-long, WANG Yu, ZHANG A-man. Interaction between bubble and free surface near vertical wall with inclination[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(21): 214703.
- [14] GRINFELD. Small oscillations of a soap bubble[J]. Studies in Applied Mathematics, 2011, 128: 30-39.
- [15] KUO K A, HUNT H E M. The vibrations of bubbles and balloons[J]. Acoustics Australia, 2012, 40(3): 183-187.
- [16] KORNEK U, MULLER F, HARTH K, et al. Oscillations of soap bubbles[J]. New Journal of Physics, 2010, 12: 073031-1-073031-21.