

磁场中简支矩形薄板的非线性稳态随机振动

涂建新¹, 王知人¹, 王平^{2,3}

(1. 燕山大学 理学院 秦皇岛 066004; 2. 燕山大学 建筑工程与力学学院 秦皇岛 066004;

3. 中国科学院 力学研究所 国家非线性力学重点实验室 北京 100080)

摘要: 根据电动力学理论、板壳磁弹性理论和结构随机振动理论, 导出电磁场中矩形薄板的磁弹性非线性随机振动方程, 然后利用伽辽金法对四边简支矩形薄板的非线性随机振动方程进行整理, 得到伊藤型状态方程; 在外界激励是平稳高斯白噪声的条件下, 利用稳态的 FPK 方程法求解得到薄板的稳态随机振动位移和速度响应的多个数字特征; 通过具体数值算例分析, 讨论了电磁参数对各数字特征的影响。

关键词: 磁弹性; 非线性; 随机振动; 矩形薄板

中图分类号: O326

文献标志码: A

DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2015.08.007

Nonlinear stationary random vibration of a rectangular thin plate in a magnetic field

TU Jian-xin¹, WANG Zhi-ren¹, WANG Ping^{2,3}

(1. College of Sciences, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China;

2. College of Civil Engineering and Mechanics, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China;

3. State Key Laboratory of Nonlinear Continuum Mechanics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: According to the theory of electrodynamics, the magneto-elastic theory of plates and shells, and the theory of structure's random vibration, the magneto-elastic nonlinear random vibration equation of a plate simply supported in an electromagnetic field was derived. And then, the nonlinear random vibration equation was changed into an ITO equation using Galerkin method. The statistical characteristics of the displacement and velocity responses of the plate's stationary random vibration were obtained by using FPK equations method when the external excitation was stationary Gauss white noise. The influences of the parameters of the electromagnetic field on the statistical characteristics were discussed with numerical examples.

Key words: magneto-elasticity; nonlinearity; random vibration; rectangular thin plate

随着科学技术的不断发展, 在工程实际中存在很多电磁场与机械场耦合的非线性振动问题, 近年来, 一些学者在磁弹性振动问题方面的研究做了许多有价值的工作, 也取得了一些有意义的成果。例如, Mol'chenko 等^[1]给出了磁弹性壳体的非线性方程, 并且建立了求解变厚度轴对称弹性锥壳方程的方法。Mol'chenko^[2]以电磁场中轴对称载流环形弹性薄板为例, 考虑到几何非线性的影响, 对载流板、壳的应力应变状态进行了研究。周又和、郑晓静^[3]在电磁固体力学理论模型、非线性耦合等方面取得了一些新的研究

成果。胡宇达^[4]给出了薄板薄壳的磁弹性非线性振动基本方程。王平等^[5-6]得到了在磁场中通有随机电流的导电梁、薄板的磁弹性随机振动方程, 并对梁、薄板的随机振动响应进行了分析。Yang 等^[7]总结了磁弹性板壳结构的精细的研究理论。Hasanyan 等^[8]研究了处于横向磁场中有限导电、几何非线性、各向同性的弹性板带振动行为。Moon 等^[9]给出了一种在随机激励下对复杂非线性系统随机振动进行分析的方法。Chang 等^[10]应用等价线性法和有限元法对几何非线性壳结构的随机振动进行分析。

目前, 关于磁弹性非线性随机振动问题的研究还比较少。本文主要研究了磁场中矩形薄板的磁弹性非线性随机振动问题。利用伽辽金原理和 FPK 方程法得到薄板随机振动位移和速度响应的多个数字特征, 并讨论了电磁参数对各数字特征的影响。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11172024); 河北省自然科学基金资助项目(A2012203140)

收稿日期: 2013-12-19 修改稿收到日期: 2014-04-24

第一作者 涂建新 男, 硕士, 1977年1月生

通信作者 王平 男, 博士, 教授, 1965年1月生

1 磁场中矩形薄板的非线性随机振动

如图 1 所示 建立直角坐标系 $oxyz$ 。薄板处于横向磁场 $B_0(0\ 0\ B_0)$ 中。对薄板施以横向随机荷载 $P_z(x\ y\ t)$ 。

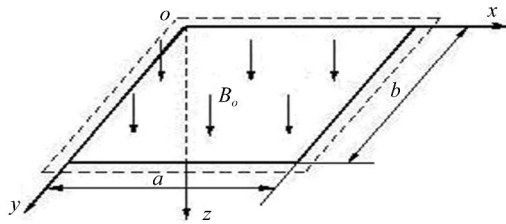


图 1 磁场中矩形薄板

Fig. 1 A rectangular plate in magnetic field

根据板壳磁弹性理论和结构随机振动理论,可得到电磁场中矩形薄板的磁弹性非线性随机振动方程^[11]为

$$D_M \nabla^4 w - \frac{\sigma h^3}{12} B_{0z}^2 \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 w - \frac{D_N}{2} \left[\left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \nabla^2 w + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 4 \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \Big\} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = P_z(x\ y\ t) \quad (1)$$

式中 $D_M = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ 为板的抗弯刚度, $D_N = \frac{Eh}{1-\nu^2}$ 为板的抗拉刚度, E 为板材料的弹性模量, ν 为板材料的泊松比, ρ 为板材料的密度, σ 为板材料的电导率, w 为板中面的 z 方向的位移。算子 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, $\nabla^4 = \nabla^2 \nabla^2 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$

四边简支的边界条件为:

$$\begin{aligned} x = 0\ a \text{ 时 } w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} &= 0 \\ y = 0\ b \text{ 时 } w = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

方程(1) 满足边界条件的一阶主振型解可设为

$$w(x\ y\ t) = \sin \frac{\pi x}{a} \cdot \sin \frac{\pi y}{b} \cdot T(t) \quad (3)$$

将式(3) 代入方程(1), 并利用伽辽金法对所得式积分化简后为

$$m \dot{T}(t) + c_0 \dot{T}(t) + k_0 T(t) + k_1 T^3(t) = H(t) \quad (4)$$

式中,

$$m = \rho h, k_0 = D_M \left[\left(\frac{\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{b} \right)^2 \right]^2,$$

$$k_1 = D_N \left[\frac{9}{32} \left(\frac{\pi}{a} \right)^4 + \frac{9}{32} \left(\frac{\pi}{b} \right)^4 + \frac{1}{16} \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 \left(\frac{\pi}{b} \right)^2 \right]$$

$$c_0 = \frac{\sigma h^3}{12} B_{0z}^2 \left[\left(\frac{\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{b} \right)^2 \right],$$

$$H(t) = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b P_z(x\ y\ t) \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} dx dy \quad (5)$$

2 矩形薄板的稳态随机振动响应

以白噪声激励为例,设横向激励为 $P_z(x\ y\ t) = Q(x\ y) p(t)$ (其中 $Q(x\ y)$ 为某一确定函数, $p(t)$ 为谱密度 S_0 的正态白噪声)。

将 $P_z(x\ y\ t) = Q(x\ y) p(t)$ 代入式(4)、式(5) 中,得:

$$\begin{aligned} m \ddot{T}(t) + c_0 \dot{T}(t) + k_0 T(t) + \\ k_1 T^3(t) = G \cdot p(t) \end{aligned} \quad (6)$$

$$G = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b Q(x\ y) \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} dx dy \quad (7)$$

非线性随机振动方程(6) 可化成伊藤型状态微分方程^[12]:

$$\dot{Y}(t) = f(Y) + \bar{G}P(t) \quad (8)$$

式中 $Y(t) = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T(t) \\ \dot{T}(t) \end{pmatrix}$,

$$f(Y) = \begin{bmatrix} y_2 \\ -\frac{1}{m}(c_0 y_2 + k_0 y_1 + k_1 y_1^3) \end{bmatrix}, \bar{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & G/m \end{bmatrix},$$

$$P(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ p(t) \end{bmatrix}$$

式(8) 相应的稳态 FPK 方程为:

$$\begin{aligned} -y_2 \frac{\partial P_s}{\partial y_1} + \frac{1}{m}(c_0 y_2 + k_0 y_1 + k_1 y_1^3) \frac{\partial P_s}{\partial t} + \\ \frac{\pi S_0 G^2}{m^2} \frac{\partial^2 P_s}{\partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

式中 p_s 为状态变量 $Y(t)$ 的概率密度函数。求解 P_s 可通过求解如下方程组:

$$\begin{aligned} (k_0 y_1 + k_1 y_1^3) P_s + \frac{\pi S_0 G^2}{c_0} \frac{\partial P_s}{\partial y_1} &= 0; \\ y_2 P_s + \frac{\pi S_0 G^2}{m c_0} \frac{\partial P_s}{\partial y_2} &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

在外干扰是平稳高斯白噪声条件下^[12], 可设 $P_s(y_1\ y_2) = p_{s1}(y_1) p_{s2}(y_2)$ 将此式代入式(10) 经计算可得

$$p_{s1}(y_1) = C_1 \exp \left[-\frac{c_0}{\pi S_0 G^2} \left(\frac{k_0}{2} y_1^2 + \frac{k_1}{4} y_1^4 \right) \right] \quad (11)$$

$$p_{s2}(y_2) = C_2 \exp \left[-\frac{m c_0}{2 \pi S_0 G^2} y_2^2 \right] \quad (12)$$

$$p_s(y_1\ y_2) =$$

$$C \exp \left[-\frac{c_0}{\pi S_0 G^2} \left(\frac{k_0}{2} y_1^2 + \frac{k_1}{4} y_1^4 + \frac{m}{2} y_2^2 \right) \right] \quad (13)$$

利用概率密度函数的规范性可得: $C_2 =$

$$\left[\frac{mc_0}{2\pi^2 S_0 G^2} \right]^{\frac{1}{2}} \mathcal{C} = C_1 C_2$$

由式(12)可得: $\dot{T}(t)$ 是平稳正态过程,均值为零、方差为 $\sigma_{y_2}^2 = \frac{\pi S_0 G^2}{mc_0}$ 。

由式(11)可得:如果忽略方程(6)中的非线性项, $T(t)$ 是平稳正态过程,均值为零、方差为

$$\sigma_{y_0}^2 = \frac{\pi S_0 G^2}{c_0 k_0}$$

考虑到方程(6)中的非线性项,则 $T(t)$ 不是正态平稳过程。将式(11)写为如下形式:

$$p_{s1}(y_1) = C_1 \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{y_0}^2} \frac{k_1}{4k_0} y_1^4\right) \exp\left(-\frac{y_1^2}{2\sigma_{y_0}^2}\right) \quad (14)$$

再将式(14)中 $\exp\left(-\frac{1}{\sigma_{y_0}^2} \frac{k_1}{4k_0} y_1^4\right)$ 展开成 $-\frac{1}{\sigma_{y_0}^2} \frac{k_1}{4k_0} \cdot y_1^4$ 的级数,略去二次及以上项,利用概率密度的规范性条件,得 $T(t)$ 的概率密度函数:

$$p_{s1}(y_1) = \left[\sqrt{2\pi} \left(1 - \frac{3}{4} \frac{k_1}{k_0} \sigma_{y_0}^2\right) \sigma_{y_0} \right]^{-1} \cdot \left(1 - \frac{1}{\sigma_{y_0}^2} \frac{k_1}{4k_0} y_1^4\right) \cdot \exp\left(-\frac{y_1^2}{2\sigma_{y_0}^2}\right) \quad (15)$$

由式(15)可得: $T(t)$ 的均值为零,方差为

$$\sigma_{y_1}^2 = \sigma_{y_0}^2 \left(1 - \frac{15}{4} \frac{k_1}{k_0} \sigma_{y_0}^2\right) / \left(1 - \frac{3}{4} \frac{k_1}{k_0} \sigma_{y_0}^2\right) \quad (16)$$

再根据式(3),得到:矩形薄板速度响应的均值为零,方差为

$$\sigma_{\frac{w}{a}}^2 = \frac{\pi S_0 G^2}{mc_0} \left[\sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \right]^2 \quad (17)$$

矩形薄板位移响应的均值为零,方差为

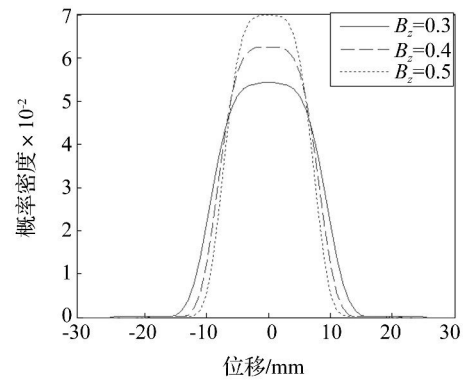
$$\sigma_w^2 = \left[\sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \right] \sigma_{y_0}^2 \left(1 - \frac{15}{4} \frac{k_1}{k_0} \sigma_{y_0}^2\right) / \left(1 - \frac{3}{4} \frac{k_1}{k_0} \sigma_{y_0}^2\right) \approx \left[\sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \right]^2 \sigma_{y_0}^2 \left(1 - 3 \frac{k_1}{k_0} \sigma_{y_0}^2\right) \quad (18)$$

3 数值算例

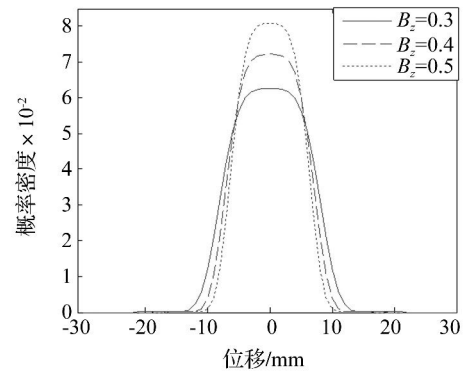
以中碳钢矩形薄板为例。给定参数: $a = 0.6 \text{ m}$, $b = 1 \text{ m}$, $h = 0.003 \text{ m}, 0.004 \text{ m}$, 密度 $\rho = 7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 泊松比 $\nu = 0.25$, 电导率 $\sigma = 6.3 \times 10^6 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$, 弹性模量 $E = 210 \text{ GPa}$, 谱密度 $S_0 = 10 \text{ dBm/Hz}$, $Q(x, y) = A \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}$, $A = 5000 \text{ N/m}^2$ 。

3.1 位移响应和速度响应的概率密度

以 $x = \frac{a}{2}$, $y = \frac{b}{2}$ 为例,将以上参数代入式(3)、式(15)、式(12),可得矩形薄板中心的位移响应、速度响应的概率密度函数,如图2、图3所示。

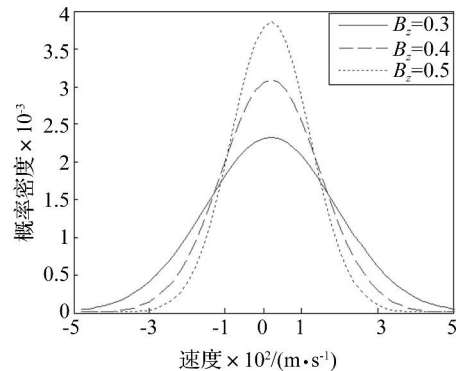


(a) $h = 3 \times 10^{-3} \text{ m}$

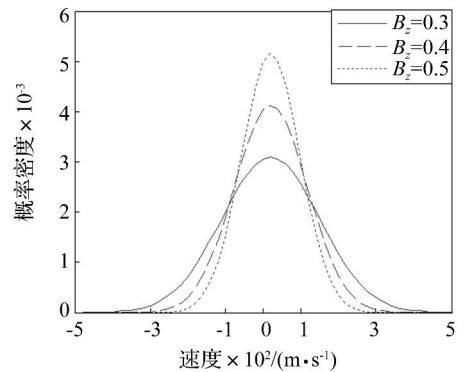


(b) $h = 4 \times 10^{-3} \text{ m}$

图2 位移响应在不同情况下的概率密度
Fig.2 The probability density of displacement response in different magnetic field



(a) $h = 3 \times 10^{-3} \text{ m}$



(b) $h = 4 \times 10^{-3} \text{ m}$

图3 速度响应在不同情况下的概率密度
Fig.3 The probability density of velocity response in different magnetic field

由图 2 可知,位移响应的概率密度具有对称性;在同一板厚下,随着磁场增大,位移响应的概率密度越集中、峰值越高,发生较大位移的概率越小,说明磁场对薄板随机振动的位移响应起到阻碍作用;板厚对薄板的随机振动位移影响较大,在磁场不变的情况下,随着板厚的增加,发生较大位移的概率减小。磁场和板厚对薄板随机振动的位移响应都起到阻碍作用。

由图 3 可知,速度的概率密度服从正态分布,随着磁场的增大,图形的峰值越大,且概率分布越来越集中,这说明随着磁场的增大,速度的较大响应发生的概率越来越小;当磁场不变时,随着板厚的增加,速度的较大响应发生的概率也越来越小。磁场和板厚对薄板随机振动的速度响应都起到阻碍作用。

3.2 位移响应和速度响应的方差

将以上参数代入式(3)、式(18)、式(17),可得矩形薄板中心的位移响应、速度响应的方差,如图 4、图 5 所示。

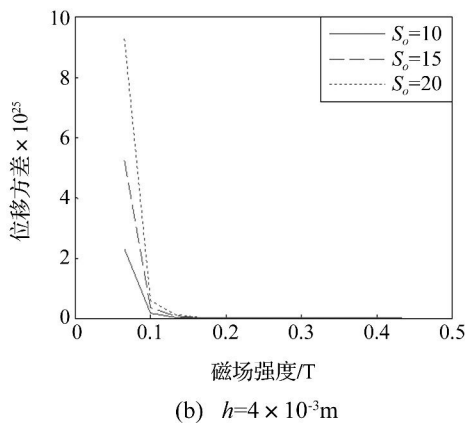
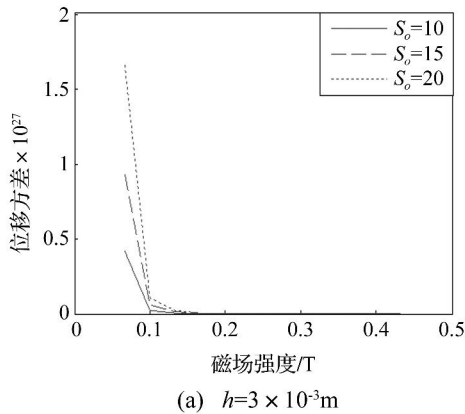


图 4 位移响应在不同情况下的位移方差
Fig. 4 The variance diagram of displacement response in different magnetic field

由图 4 可知:位移响应的方差随激励强度的增大而迅速增加;位移响应的方差在相同的激励强度下随磁场的增加而迅速减小,当磁场强度达到一定数值后,位移方差近似趋于零;位移响应方差随板厚的增大而迅速减小。

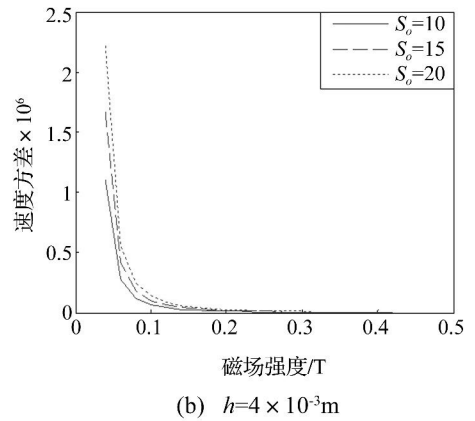
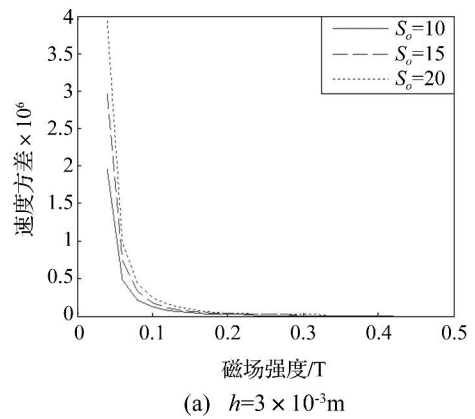


图 5 速度响应在不同情况下的速度方差
Fig. 5 The variance diagram of velocity response in different magnetic field

由图 5 可知:速度响应的方差也是随激励强度的增大而迅速增大,速度响应的方差在相同的激励强度下随磁场的增大而迅速减小,且当磁场强度达到一定数值后,速度方差也是近似于零;速度方差随板厚的增加而迅速减小。

4 结 论

针对四边简支矩形薄板,在外干扰是平稳高斯白噪声条件下,利用稳态 FPK 方程法研究了薄板的磁弹性非线性稳态随机振动问题,解出了薄板随机振动位移响应和速度响应的概率密度函数,分析了外加磁场和薄板厚度等参数的变化对各统计量的影响,主要结论如下:

- (1) 根据磁弹性基本理论和连续体的随机振动理论,得到了磁场环境中简支矩形薄板的非线性随机振动方程;对薄板的非线性随机振动方程化简并进行求解,得到了薄板的稳态随机振动的位移响应和速度响应的概率密度、方差的解析表达式;
- (2) 通过数值算例,得到了薄板的随机振动位移响应和速度响应的概率密度、方差分布,并对比分析了它们随不同参数的变化,得到了相应规律。

参考文献

- [1] Mol'chenko L V, Loos I I. Magneto-elastic nonlinear deformation of a conical shell of variable stiffness [J]. *International Applied Mechanics*, 1999, 35(11): 34-39.
- [2] Mol'chenko L V. Nonlinear deformation of current-carrying plates in a non-steady magnetic field [J]. *Soviet Applied Mechanics (English Translation of Prikladnaya Mekhanika)*, 1990, 26(6): 555-558.
- [3] 周又和, 郑晓静. 电磁固体结构力学[M]. 北京: 科学出版社, 1999.
- [4] 胡宇达. 传导薄板的非线性磁弹性振动问题[J]. *工程力学*, 2001, 18(4): 89-94.
HU Yu-da. Magneto-elastic nonlinear vibration of a thin conductive plate [J]. *Engineering Mechanics*, 2001, 18(4): 89-94.
- [5] 王平, 李晓靓, 白象忠, 等. 导电梁在磁场中的磁弹性随机振动[J]. *振动与冲击*, 2007, 26(3): 75-78.
WANG Ping, LI Xiao-jing, BAI Xiang-zhong, et al. Magneto-elastic random vibration of an electro-conductive beam in magnetic field [J]. *Journal of Vibration and Shock* 2007, 26(3): 75-78.
- [6] 王平, 李晓靓, 刘强. 导电薄板在磁场中的磁弹性随机振动[J]. *振动与冲击*, 2009, 28(1): 138-142.
WANG Ping, LI Xiao-jing, LIU Qiang. Magneto-elastic random vibration of an electro-conductive plate in magnetic field [J]. *Journal of Vibration and Shock* 2009, 28(1): 138-142.
- [7] Gao Y, Zhao B S. The refined theory for a magnetoelastic body-I plate problems [J]. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 2009, 29: 1-14.
- [8] Hasanyan D D, Librescu L, Qin Z M, et al. Nonlinear vibration of finitely electro-conductive plate-strips in a magnetic field [J]. *Computers and Structures*, 2005, 83(15-16): 1205-1216.
- [9] Moon B, Lee C T, Kang B S, et al. Statistical random response analysis and reliability design of structure system with non-linearity [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing* 2005, 19: 1135-1151.
- [10] Chang T P, Chang H C, Liu M F. A finite element analysis on random vibration of nonlinear shell structures [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 291: 240-257.
- [11] 白象忠, 田振国. 板壳磁弹性力学基础[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [12] 陈予恕, 唐云等. 非线性动力学中的现代分析方法[M]. 北京: 科学出版社, 2000: 221-223.
- [8] Heng A, Zhang S, Tan A C C, et al. Rotating machinery prognostics: State of the art, challenges and opportunities [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2009, 23(3): 724-739.
- [9] 杨智春, 陈帅, 李斌. 基于统计与粗糙集理论的飞机垂尾抖振载荷分布假设选择与评价方法[J]. *振动与冲击*, 2012, 31(5): 6-11.
YANG Zhi-chun, CHEN Shuai, LI Bin. Selection and evaluation method for distribution assumptions of aircraft buffet load based on statistics and rough set theory [J]. *Journal of Vibration and Shock* 2012, 31(5): 6-11.
- [10] 白斌, 白广忱, 林学柱. 基于FSVM改良隶属度的发动机振动故障识别[J]. *振动与冲击*, 2013, 32(20): 23-28.
BAI Bin, BAI Guang-chen, LIN Xue-zhu. Improved FSVM and multi-class fuzzy membership method for aeroengine vibration fault identification [J]. *Journal of Vibration and Shock* 2013, 32(20): 23-28.
- [11] 赵志宏, 杨绍普, 申永军. 基于独立分量分析与相关系数的机械故障特征提取[J]. *振动与冲击*, 2013, 32(6): 67-72.
ZHAO Zhi-hong, YANG Shao-pu, SHEN Yong-jun. Machinery fault feature extraction based on independent component analysis and correlation coefficient [J]. *Journal of Vibration and Shock* 2013, 32(6): 67-72.
- [12] Li N, Zhou R, Hu Q, et al. Mechanical fault diagnosis based on redundant second generation wavelet packet transform neighborhood rough set and support vector machine [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, 28: 608-621.
- [13] 高光勇, 蒋国平. 采用优化极限学习机的多变量混沌时间序列预测[J]. *物理学报*, 2012, 61(4): 37-45.
GAO Guang-yong, JIANG Guo-ping. Prediction of multivariable chaotic time series using optimized extreme learning machine [J]. *Acta Physica Sinica* 2012, 64(4): 37-54.
- [14] Huang G B, Zhu Q Y, Siew C K. Extreme learning machine: theory and applications [J]. *Neurocomputing*, 2006, 70(1): 489-501.
- [15] 赵林明, 魏德华, 何成连. 水轮机尾水管压力脉动的神经网络模型[J]. *水利学报*, 2005, 36(11): 1375-1378.
ZHAO Lin-ming, WEI De-hua, HE Cheng-lian, et al. Neural network model for pressure fluctuation in draft tube of water turbine [J]. *Journal of Hydraulic Engineering* 2005, 36(11): 1375-1378.
- [16] 胡永祥. 基于互信息的多模态医学图像非刚性配准研究[D]. 长沙: 中南大学, 2007.
- [17] CAI Kai-yuan, WEN Chuan-yuan, ZHANG Ming-lian. Posbist reliability behavior of typical systems with two types of failure [J]. *Fuzzy sets and systems*, 1991, 43(1): 17-32.
- [18] 殷世茂. 系统模糊可靠性[D]. 合肥: 安徽工业大学, 2012.
- [19] 顾煜炯, 董玉亮, 杨昆. 基于模糊评判和RCM分析的发电设备状态综合评价[J]. *中国电机工程学报*, 2004, 24(6): 189-194.
GU Yu-jiang, DONG Yu-liang, YANG Kun. Synthetic evaluation on conditions of equipment in power plant based on Fuzzy judgment and RCM analysis [J]. *Proceedings of the Csee* 2004, 24(6): 189-194.
- [20] 罗华军, 刘德富, 黄应平. 基于遗传算法-支持向量机的水库叶绿素a浓度短期预测非线性时序模型[J]. *水利学报*, 2009, 40(1): 46-51.
LUO Hua-jun, LIU De-fu, HUANG Ying-ping. Genetic algorithm-support vector machine model for short-term prediction of chlorophyll a concentration nonlinear time series [J]. *Journal of Hydraulic Engineering* 2009, 40(1): 46-51.

(上接第30页)