

文章编号: 1000-4750(2016)01-0025-07

一种非连续介质中热传导过程的数值模拟方法

李腊梅^{1,2}, 冯 春³

(1. 北京科技大学土木与环境工程学院, 北京 100083; 2. 中国冶金地质总局矿产资源研究院, 北京 100025;

3. 中国科学院力学研究所, 流固耦合系统力学重点实验室, 北京 100190)

摘 要: 传统热传导的分析基于连续模型, 无法刻画热量在两个接触体之间的传递。该文提出了一种非连续介质中热传导过程的数值计算方法, 并编制了相应的 C++ 计算程序。该方法首先将计算域离散为一系列的块体, 块体内部划分若干连续介质单元, 块体边界设定为潜在接触界面, 并利用半弹簧-半棱联合接触模型进行接触对的快速检索及标记。每个块体内部的热传导采用传统连续模型进行计算(该文采用有限体积法), 每个接触界面采用点面接触型及棱棱接触型热传导模型进行描述。通过调整接触界面热传导系数中的刚度因子, 可以实现接触界面对热传导过程不同的抵抗效应。数值算例表明, 该文所述方法可以较为准确地模拟热量在非连续介质中的传递过程; 接触界面上的刚度因子越大, 界面对热传导过程的抵抗效应越小; 当刚度因子大于 100, 界面抵抗效应基本消失, 非连续介质的计算结果与连续介质的计算结果完全一致; 此外, 接触界面上的刚度因子仅影响热传导的瞬态过程, 而不影响其稳态解。

关键词: 非连续介质; 散体; 接触; 热传导; 刚度因子

中图分类号: TK124 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2014.05.0444

A NUMERICAL SIMULATION METHOD FOR HEAT CONDUCTION IN DISCONTINUOUS MEDIA

LI La-mei^{1,2}, FENG Chun³

(1. School of Civil and Environmental Engineering, Beijing University of Science and Technology, Beijing 100083, China;

2. Institute of Mineral Resources Research, China Metallurgical Geology Bureau, Beijing 100025, China;

3. Key Laboratory for Mechanics in Fluid Solid Coupling Systems, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: Conventional heat conduction analysis is based on continuous model, so it cannot describe heat transport between two bodies with contact. A numerical simulation method for heat conduction in discontinuous media is proposed, and a C++ computing code is developed. When simulating such problems, the domain is discretized as a series of blocks, and then each block is divided into several continuous elements. The boundaries of blocks are considered as potential contact interfaces, and the contact pairs are detected and marked efficiently according to the semi-spring & semi-edge combined contact model. In this method, a traditional continuous model is adopted for heat conduction inside each block (the Finite Volume Method is used in this paper), and a point-face type, edge-edge type heat conduction model is introduced for each contact interface. By modifying the stiffness factor of thermal conductivity for each contact interface, different heat transfer resistance effects can be realized. Numerical cases show that the method proposed in this paper can simulate heat conduction effects in discontinuous media well; the larger the stiffness factor on the contact interface, the smaller the heat conducting resistance effect of the contact interface; when the stiffness factor is larger than 100, interface resistance effects

收稿日期: 2014-05-27; 修改日期: 2015-02-02

基金项目: 国家自然科学基金青年基金项目(11302230)

通讯作者: 冯 春(1982—), 男, 浙江杭州人, 助研, 硕士, 主要从事岩土力学领域数值计算方法的研究(E-mail: fengchun@imech.ac.cn).

作者简介: 李腊梅(1982—), 女, 江苏盐城人, 工程师, 博士生, 主要从事矿山地质力学方面的研究(E-mail: lilamei-2004@163.com).

mostly disappear, and the results of discontinuous media and continuous media are more or less the same; finally, the interface stiffness factor only affects the transient process of heat conduction, but has no influence on steady state solution.

Key words: discontinuous media; granular media; contact; heat conduction; stiffness factor

地质体及松散堆积体是两类典型的非连续介质。地质体被大量的断层、节理等分割为岩块及结构面两个部分,岩块表征地质体的连续特性,结构面表征非连续特性。松散堆积体(如矿石堆积体、谷物堆积体等)同样可以划分为表征连续特性的块体及表征非连续特征的接触面等两个部分。

热传导过程在非连续介质中普遍存在,并直接或间接地影响着非连续介质的力学特性。如冷热交替对岩体力学性能的影响,冻结法施工对井壁强度的影响,矿石等松散堆积体内部热量的积聚及传递等^[1-3]。

为了进行非连续介质中热传导过程的数值分析,要求数值算法能够准确描述块体内部及块体间的热量传递过程。传统的数值方法基于连续介质力学,如有限元法、有限体积法及边界元法等^[4-6],只能分析块体内部的热传导过程,无法刻画接触界面对热量传递的影响。颗粒离散元法是一种描述颗粒状非连续体力学行为的数值方法,该方法假设颗粒是刚性介质,变形及应力等力学特征依靠颗粒间的接触传递。在利用上述方法进行热传导分析时,每个颗粒被假设为储热器,而颗粒间的接触被假设为一维热传导管道^[7-8]。颗粒离散元法中的热传导模型可以较为准确地表征接触界面对热传导过程的影响,但无法准确描述颗粒内部的热传导过程。块体离散元法是描述块体状非连续体力学行为的数值方法^[9-12]。利用该方法进行热传导模拟时,由于每个块体可以离散为若干个连续介质单元,因此可以准确反映热量在每个块体内的传递过程;此外,通过在块体间的接触对上引入界面热传导模型,即可表述两个块体间的热量传递过程。目前,关于块体间接触界面的热传导模型研究较少,商用软件 UDEC^[13]通过对接触界面附近的单元进行分割,实现接触边界两侧单元的共节点连接,从而实现两个块体间温度的传递; UDEC 中接触界面热传导过程的处理方法,不考虑界面对热传递的抵抗效应,假设热量通过接触界面是瞬时完成的;此外, UDEC 中的热传导处理方法只适用于棱-棱接触(2D)或面-面接触(3D)等两种情况。

本文基于块体离散元的基本算法,提出了一种适用于表征非连续介质中热传导过程的数值方法,并编制了相应的 C++ 程序。

1 计算方法

1.1 主要思路

一般而言,非连续介质由若干块体及块体间的接触边界组成(图 1)。块体由一个或若干个单元组成(二维模型中的单元为三角形或四边形,三维模型中的单元为四面体、五面体或六面体),每个块体均表征一个独立的连续体。接触边界根据接触类型的不同可以分为不同的类型,二维情况下包含点-点接触、点-棱接触及棱-棱接触等三类,三维情况下包括点-点接触、点-棱接触、点-面接触、棱-棱接触、棱-面接触及面-面接触等六类。

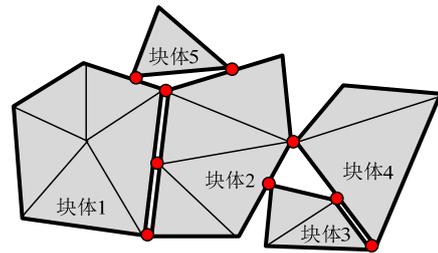


图 1 二维非连续介质系统

Fig.1 2D discontinuous media system

图 1 表示的二维非连续介质系统共包含 5 个块体,块体 1 由 5 个单元组成,块体 2 由 4 个单元组成,块体 3 及块体 4 由 2 个单元组成,块体 5 由 1 个单元组成。块体 1、块体 2 之间,块体 3、块体 4 之间为棱-棱接触;块体 5、块体 1 之间,块体 5、块体 2 之间及块体 3、块体 2 之间为点-棱接触;块体 2、块体 4 之间为点-点接触。

非连续介质中的热传导包含块体内部的热传导及块体间的热传导两部分。块体内部的热传导采用经典的连续介质热传导模型进行描述(本文采用有限体积法进行求解)。块体间的热传导包括块体间接触边界的热传导、块体间通过气相或液相进行的热传导等。考虑到热量传递的效率及速度等问题,本文主要关注块体接触边界上的热传导,即重点关

注块体-接触面-块体的热传导模式。接触边界上的热传导采用一维热传导模型进行描述,并通过调整接触界面的刚度因子实现接触界面对热传导的不同抵抗效应。为了快速建立非连续介质系统内复杂的接触关系,本文采用半弹簧-半棱耦合模型进行接触对的描述及标记。

1.2 热传导方程描述

介质中的热传导过程需要满足能量守恒方程(式(1))及输运方程(式(2))。

$$-q_{i,i} + q_v = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

$$q_i = -k \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2)$$

其中: $q_i/(W/m^2)$ 为热流速矢量; $q_v/(W/m^3)$ 为单位体积热源强度; $T(^{\circ}C)$ 为温度; $\rho/(kg/m^3)$ 为介质的密度; $C/(J/kg/^{\circ}C)$ 为比热容; t/s 为热传导时间; $k/(W/m/^{\circ}C)$ 为热传导系数; x_i 为空间坐标。

将式(2)代入式(1),即可获得热传导方程的经典表述,为:

$$k \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} + q_v = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3)$$

数值计算时,为了求解某一空间区域温度场的演化,需要知道该区域的初始温度场(初值条件),及边界温度或边界热流量(边值条件)。

1.3 块体内部的热传导计算

采用有限体积法求解块体内部的热传导过程。由于每个块体由若干个单元组成,首先根据节点的温度计算单元热流速 q_i , 为:

$$q_i = -\frac{k}{V} \sum_{j=1}^N \bar{T} n_i^j \Delta S^j \quad (4)$$

其中: N 为某单元包含的面个数(三角形单元中 $N=3$,四面体单元中 $N=4$); ΔS^j 为第 j 个面的面积; n_i^j 为面 j 的单位外法向量在 i 方向的分量; \bar{T} 为温度在第 j 个面上的平均值。

根据单元热流速计算流经每个节点的热流量 q , 为:

$$q = \sum_{j=1}^M \frac{q_i n_i^j \Delta S^j}{N^j} \quad (5)$$

其中: M 表示单元中与某节点相关的面个数(三角形中 $M=2$,四面体中 $M=3$); N^j 为第 j 个面的节点数; j 为面号。

当有多个单元时,需对公共节点处的流量进行叠加,并与外加热流量及接触边界热流量累加获得

节点总热流量 Q_t , 为:

$$Q_t = \sum_{j=1}^{N_c} q + Q_{app} + Q_{cn} \quad (6)$$

其中: N_c 为与某节点相关的单元数; Q_{app} 为外加热流量边界; Q_{cn} 为接触边界处获得的热流量。

根据总热流量 Q_t 计算温度改变量 ΔT , 为:

$$\Delta T = \frac{Q_t \Delta t}{C \rho V_n} \quad (7)$$

其中: Δt 为计算时步; V_n 为节点体积。

根据本时步的温度该变量计算下计算步的温度,为:

$$T(t + \Delta t) = T(t) + \Delta T \quad (8)$$

对于四边形单元、五面体单元及六面体单元的热传导计算,可采用混合离散的方式,分别拆成4个三角形单元、6个四面体单元及10个四面体单元。

1.4 块体间接触关系的确定

为了进行块体间热量的传递计算,需要建立块体间的接触拓扑关系。本文采用半弹簧-半棱联合接触模型^[14-15]进行接触对的检索及标记。

半弹簧由单元顶点缩进至各棱(二维)或各面(三维)内形成;半棱仅在三维情况下起作用,由各面内相邻的半弹簧连接而成(图2)。图2的二维三角形中共包含6个半弹簧,三维四面体中共包含12个半弹簧及12个半棱。半弹簧形成时,缩进距离一般取顶点到各棱或各面中心距离的1%~5%(本文取5%)。

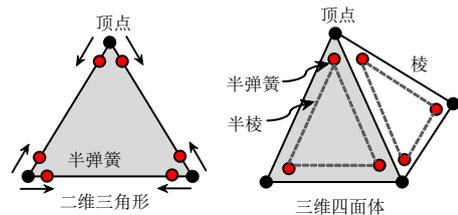
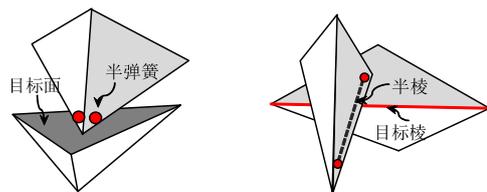


图2 半弹簧-半棱示意

Fig.2 Description of semi-springs and semi-edges

由于半弹簧及半棱找到对应的目标面及目标棱后,方能构建出完整的接触,因此称之为“半”弹簧及“半”棱(图3)。



(a) 半弹簧-目标面接触 (b) 半棱-目标棱接触

图3 两类接触对

Fig.3 Two contact pairs

对于传统的接触检测方法,除面-面接触外均无法准确计算出两个块体的接触面积。而本文采用的半弹簧-半棱接触模型,由于半弹簧、半棱均位于各棱(二维)或各面(三维)内,因此均具有各自的特征面积(二维情况下取单位厚度),为:

$$A_{SS} = A_f / N_v \quad (9)$$

$$A_{SE} = A_{SS-i} + A_{SS-j} \quad (10)$$

其中: A_{SS} 、 A_{SE} 是半弹簧、半棱的特征面积; A_f 为半弹簧、半棱所在母面的面积; N_v 表示所在母面的顶点数; A_{SS-i} 、 A_{SS-j} 为组成半棱的两根半弹簧的面积。

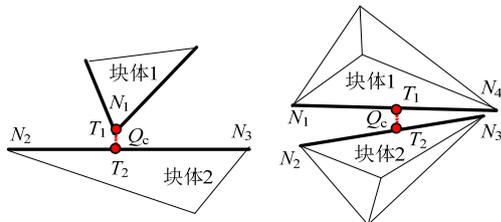
利用上述方法构建接触对时,包含初步检测及精确检测等两个步骤。初步检测用于筛选出当前时步与半弹簧或半棱可能接触的单元,并形成相应的单元集合;为了加速搜索计算,本文采用了子空间法。精确检测时,分别循环每个单元的每个面及每条棱,判断半弹簧是否存在目标面(棱),半棱是否存在目标棱(仅三维情况下实施)。

半弹簧-半棱联合接触模型将二维情况下的三类接触关系转化为半弹簧-目标棱的关系(即广义的点-面接触关系),将三维情况下的六类接触关系转化为半弹簧-目标面及半棱-目标棱等两类关系(即广义的点-面、棱-棱接触关系),从而简化了计算,提升了接触检索效率。

上述接触模型的基本算法、检索步骤、计算精度及计算效率已在文献[14-15]中详细论述,此处不再赘述。

1.5 接触边界上的热传导计算

基于 1.4 节构建出的半弹簧-目标面(棱)接触对及半棱-目标棱接触对,形成点面接触型热传导模型及棱棱接触型热传导模型(图 4)。图中, Q_c 为流经接触面的热流量, T_1 、 T_2 分别表示接触点处块体 1 及块体 2 的插值温度, N_1 、 N_2 、 N_3 、 N_4 为块体



(a) 点-面接触型热传导 (b) 棱-棱接触型热传导

图 4 接触界面上的两类热传导模型

Fig.4 Two heat conduction models on the interface

节点编号。

接触界面上的一维热传导方程为:

$$Q_c = -\beta k_b \frac{T_1 - T_2}{\Delta L} A \quad (11)$$

其中: ΔL 为接触边界的特征厚度(本文取半弹簧或半棱所在母单元的特征长度); A 为半弹簧或半棱的特征面积; k_b 为接触界面两侧块体的平均热传导系数; β 为刚度因子(一般取 0.1~100)。

令接触界面上的热传导系数 $k_i = \beta k_b$ 。则当 $\beta = 0$ 时,接触面热传导系数为 0,表明热量无法在两个接触块体间进行传递;当 $\beta = +\infty$ 时,接触界面热传导系数为 $+\infty$,表明热量在两个接触块体间瞬时完成传递(等价于连续介质模型)。

因此, β 表示的是接触界面热传导系数与连续介质热传导系数的比值。数值计算时,可以通过调整刚度因子 β , 获得不同的接触界面热传导系数。

利用式(11)计算获得接触面热流量 Q_c 后,需将 Q_c 按照形函数插值的方式返回至块体节点,并进行节点热流量累积。以二维点-面接触类型为例,如图 4(a)中,对于块体 1,直接将 Q_c 累加至 N_1 ;对于块体 2,需将 Q_c 按照权系数分配给 N_2 及 N_3 (式(12))。以三维棱-棱接触类型为例,如图 4(b)中,对于块体 1, Q_c 将通过权系数分配给 N_1 及 N_4 ;对于块体 2, Q_c 将按权系数分配给 N_2 及 N_3 (式(13))。

$$\begin{cases} Q_{N_1} = -Q_c \\ Q_{N_2} = \xi Q_c \\ Q_{N_3} = (1 - \xi) Q_c \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} Q_{N_1} = -\xi_1 Q_c \\ Q_{N_4} = -(1 - \xi_1) Q_c \\ Q_{N_2} = \xi Q_c \\ Q_{N_3} = (1 - \xi) Q_c \end{cases} \quad (13)$$

其中: $Q_{N_1} \sim Q_{N_4}$ 为节点 1~节点 4 上分配的热流量; ξ 、 ξ_1 为权系数。

2 算例

2.1 块体内部热传导过程的验证

建立长 1 m, 宽 0.02 m 的连续介质二维数值模型,采用 398 个三角形单元进行离散(代表 1 个块体,图 5)。该介质的热传导系数 1.6 W/m²/°C, 比热容 0.2 J/kg/°C, 密度 1000 kg/m³, 初始温度 0°C。模型左、右两侧施加常温度边界,分别为 100°C 及 0°C。

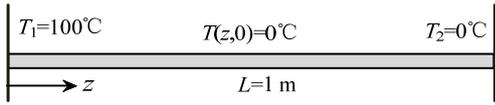


图5 一维热传导模型

Fig.5 1D heat conduction model

上述热传导过程存在级数解，为：

$$T(z,t) = T_1 + \frac{z}{L}(T_2 - T_1) + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\kappa n^2 \pi^2 t / L^2} \left(\frac{T_2 \cos(n\pi) - T_1}{n} \right) \sin\left(\frac{n\pi z}{L}\right) \quad (14)$$

其中： $T(z,t)$ 为某一时刻某一位置处的温度； T_1 、 T_2 为左右两侧的温度； L 为模型长度， $\kappa=k/(\rho C)$ 。

距模型左侧 0.2 m、0.5 m 及 0.8 m 处温度随着时间的变化曲线如图 6 所示。由图可得，数值计算结果与理论解完全一致，表明了本文所述方法在求解连续介质热传导过程中的精度。

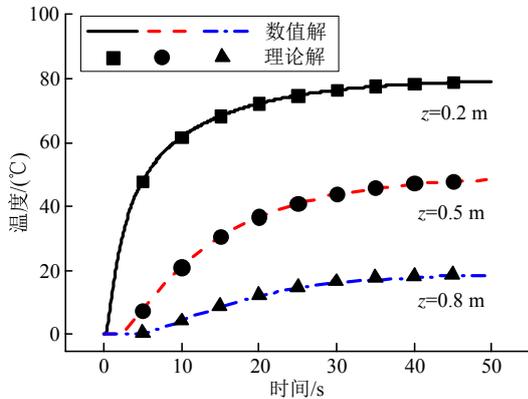


图6 测点温度随时间的变化

Fig.6 Temperature vs time

2.2 刚度系数对块体间热传导过程的影响

建立内径为 2 m，外径为 5 m 的圆环热传导模型，并用 960 个三角形单元进行离散(如图 7)。该介质的热传导系数 4.2 W/m/°C，比热容 880.0 J/kg/°C，密度 2000 kg/m³，初始温度 0°C。模型内、外两侧施加常温度边界，分别为 100°C 及 0°C。对模型中所有

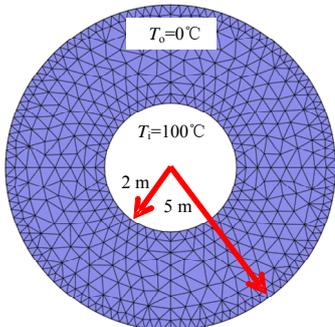


图7 圆环热传导模型

Fig.7 Annual conduction model

的公共棱及公共节点进行分离，建立半弹簧-目标棱接触对，构建点面接触型热传导网络。进行上述分离后，模型共包含 960 个块体(每个块体含 1 个单元)及 5760 个接触对。

不同接触边界热传导的刚度因子下，半径 3.97 m 处的温度随着时间的变化规律如图 8 所示，热传导达到稳态时温度随半径的变化规律如图 9 所示。

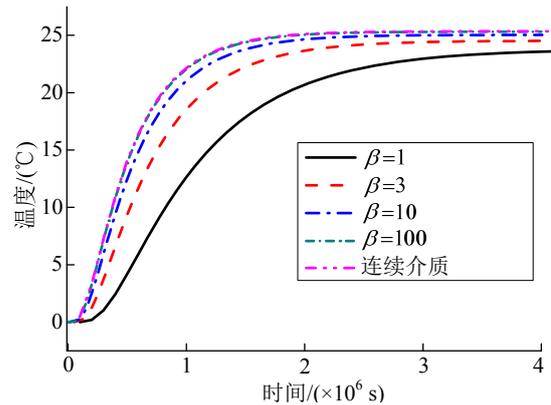


图8 半径 3.97 m 处温度随时间的变化规律

Fig.8 Temperature vs time at radius 3.97 m

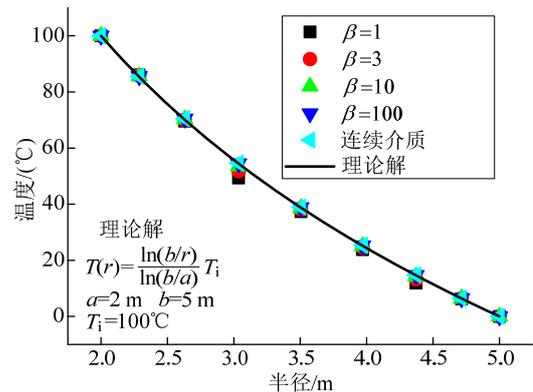


图9 稳态时温度随半径的变化规律

Fig.9 Temperature vs radius at steady state

由图 8 可得，刚度因子越大，热传导越早达到稳态；刚度因子大于 100 后，非连续模型和传统连续介质的计算规律基本一致。由此表明，只要刚度因子足够大，非连续热传导模型可以获得与连续热传导模型相同的结果。

由图 9 可得，当热传导达到稳态后，不同刚度因子下温度随半径的变化规律基本一致，表明刚度因子并不影响稳态的计算结果。

2.3 非对齐网格下的二维热传导

地质体中存在大量的断层、节理等非连续面，网格剖分时，非连续面两侧的网格往往不共节点(即非对齐网格)。建立长 2 m、宽 2 m 的数值模型(图

10), 该模型被两条正交的节理分割成 4 个块体(共 1196 个三角形单元), 编号分布为 A、B、C、D, 4 个块体网格的平均尺寸分别为 0.3 m、0.2 m、0.1 m、0.05 m。从图 10 可以看出, 交界面附近的网格并不彼此连续, 呈现典型的非对齐特征。

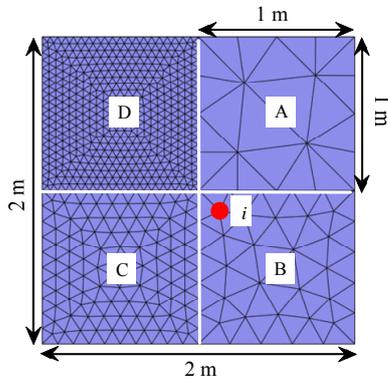


图 10 非对齐网格数值模型

Fig.10 Numerical model of non-alignment grid

该数值模型的热传导系数 $4.2 \text{ W/m}^\circ\text{C}$, 比热容 $880.0 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$, 密度 2000 kg/m^3 , 初始温度 0°C , 接触边界热传导刚度因子为 10。模型四周施加常温度边界条件, 温度值为 0°C ; 在 B 块体靠近模型中心处的节点 i 上施加常温度条件(图 10), 温度值为 100°C 。热传导达到稳态后的温度场分布如图 11 所

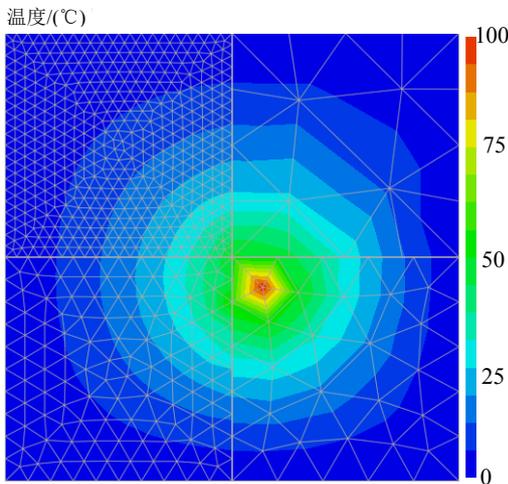


图 11 稳态时的温度场

Fig.11 Temperature contour at steady state

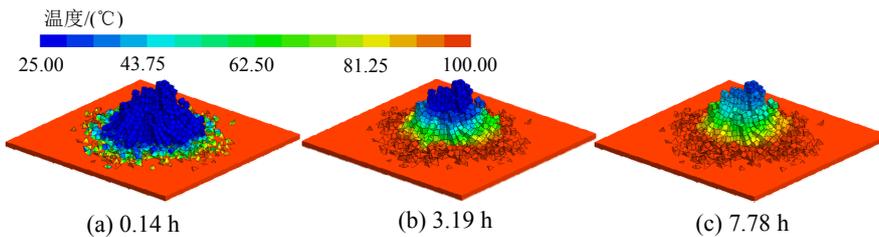


图 13 松散堆积体中的热传导过程

Fig.13 Heat conduction in loose accumulation

示, 由图可得, 利用本文所述方法, 可以计算非对齐网格间的热传导问题, 从而为不连续体间的热量传递分析提供了有效手段。

2.4 散体介质中的三维热传导

首先利用文献[14—15]中所述的半弹簧-半棱接触模型产生松散堆积体。建立长 2 m、宽 2 m、厚 5 cm 的堆积平台, 在平台中心上方距平台 0.3 m 处设置直径为 0.4 m 的球体, 在球体正上方设置边长为 0.4 m 的立方体, 模型总共包含 7552 个块体, 每个块体一个单元(图 12(a)); 在重力作用下, 球体及正方体逐渐下落, 并形成稳定的堆积体(图 12(b))。

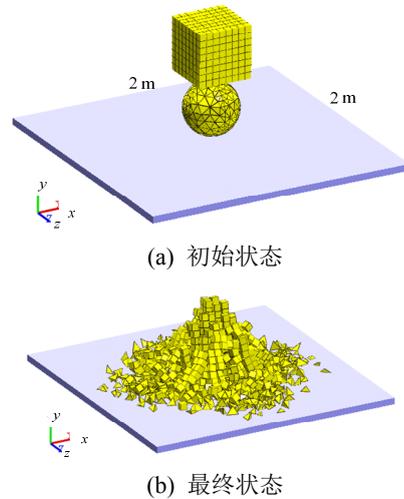


图 12 松散堆积体的形成

Fig.12 Formation of loose accumulation

设上述松散堆积体及底部平台的热传导参数一致。其中, 热传导系数 $3.1 \text{ W/m}^\circ\text{C}$, 比热容 $880.0 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$, 密度 2500 kg/m^3 , 初始温度 25°C , 接触边界热传导刚度因子为 10。在底部平台施加 100°C 的温度边界条件, 观察松散体中温度随时间的变化规律(图 13)。由图可得, 随着时间的增加, 热量逐渐向松散体顶部传递, 松散体温度逐渐升高; 热传导 0.14 h 后, 松散体底部附近区域的温度已经有了明显的变化; 热传导 7.78 h 后, 绝大部分松散体的温度均发生了显著变化, 且越靠近底部平台, 温度越高。

松散堆积体中心距底部平台不同距离处的温

度随热传导时间的变化曲线如图 14 所示。由图可得,随着热传导时间的增加,不同位置处的温度逐渐上升,且距离底部平台越近,温升速度越快。12 h 后,距平台底部 0.11 m 处的温度已达 95℃,而距平台底部 0.49 m 处的温度也已达 50℃。

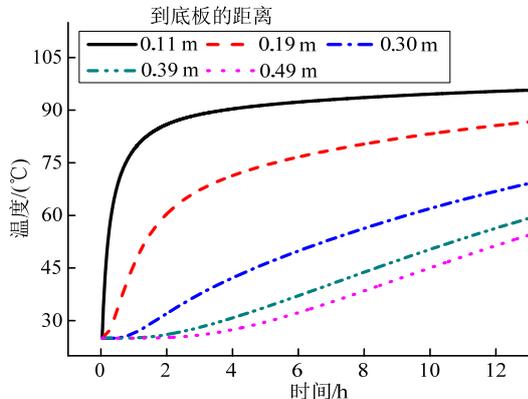


图 14 散体中心典型位置的温度随时间的变化

Fig.14 Temperature vs time at different positions

图 13、图 14 给出的计算结果表明了本文所述方法可以较为准确地分析松散堆积体中的热传导过程。

3 结论

文章提出了一种计算非连续介质中热传导过程的数值模拟方法。该方法将计算模型离散为块体及接触边界等两部分;块体由一个或多个单元构成,采用有限体积法进行热传导过程的求解;接触边界由半弹簧-半棱联合接触模型构建,采用点面接触型及棱棱接触型热传导模型进行两个接触块体间热量传递过程的计算,并利用刚度因子表征接触界面对热传导过程的抵抗效应。

4 个数值算例表明,本文所述方法可以较为准确地模拟热量在非连续介质及散体间的传递过程;接触界面上的刚度因子越大,界面对热传导过程的抵抗效应越小;此外,刚度因子仅影响热传导的瞬态过程,而不影响其稳态解;当上述刚度因子在 100 及以上时,非连续介质的计算结果与连续介质的计算结果完全一致,表明了本文所述方法可以退化到经典的连续介质模型。

接触界面上热传导系数中刚度因子的获取,不同接触类型对热传导过程的影响,非连续介质中气-固界面及液-固界面的热传递描述,非连续介质温度、应力、渗流等多场耦合计算,热传导引起的接触界面断裂滑移等将是今后的研究重点。

参考文献:

- [1] 陈卫忠, 谭贤君, 于洪丹, 等. 低温及冻融环境下岩体热、水、力特性研究进展与思考[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(7): 1318—1336.
Chen Weizhong, Tan Xianjun, Yu Dongdan, et al. Advance and review on thermo-hydro-mechanical characteristics of rock mass under condition of low temperature and freeze-thaw cycles [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30(7): 1318—1336. (in Chinese)
- [2] 经来旺, 李华龙. 冻结法施工中温度变化对井壁强度的影响[J]. 煤炭学报, 2000, 25(1): 40—45.
Jing Laiwang, Li Hualong. The affection caused by variance of temperature to the strength of shaft wall in shafts constructed by freezing method [J]. Journal of China Coal Society, 2000, 25(1): 40—45. (in Chinese)
- [3] 夏长念, 吴超. 采场硫化矿石爆堆自燃危险性评价研究[J]. 火灾科学, 2005, 15(2): 106—110.
Xia Changnian, Wu Chao. Study of risk assessment technique for evaluating the spontaneous combustion of sulfide ore in mining stope [J]. Fire Safety Science, 2005, 15(2): 106—110. (in Chinese)
- [4] Lewis R W, Morgan K, Thomas H R, et al. The finite element method in heat transfer analysis [M]. Hoboken: John Wiley & Sons, 1996: 1—290.
- [5] Itasca Consulting Group Inc. FLAC-3D (Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3 Dimensions), Version 3. 0, User's Manual [M]. USA: Itasca Consulting Group Inc, 2005.
- [6] 刘承论, 秦忠诚. 三维非稳态热传导问题的边界元法[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(18): 3168—3173.
Liu Chenglun, Qin Zhongcheng. Boundary element method for 3D non-steady heat conduction [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(18): 3168—3173. (in Chinese)
- [7] Itasca Consulting Group Inc. PFC3D (Particle Flow Code in 3 Dimensions), Version 4.0, User's Manual [M]. USA: Itasca Consulting Group Inc, 2003.
- [8] Zhang H W, Zhou Q, Xing H L, et al. A DEM study on the effective thermal conductivity of granular assemblies [J]. Powder Technology, 2011, 205(1): 172—183.
- [9] Munjiza A, Owen D R J, Bicanic N. A combined finite-discrete element method in transient dynamics of fracturing solids [J]. Engineering Computations, 1995, 12(2): 145—174.
- [10] Li S H, Zhao M H, Wang Y N, et al. A new numerical method for dem-block and particle model [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, 41(3): 436—436.

(参考文献[11]—[15]转第 46 页)

- structures to a gusty wind [J]. ICE Proceedings, 1962, 23(3): 389—408.
- [2] Roberts J B, Surry D. Coherence of grid generated turbulence [J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1973, 99(6): 1227—1245.
- [3] 李明水, 贺德馨, 王卫华. 大跨度桥梁抖振响应的频域分析[J]. 空气动力学学报, 2000, 18(1): 74—80.
Li Mingshui, He Dexin, Wang Weihua. Frequency domain analysis to buffeting response of long-span bridges [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2000, 18(1): 74—80. (in Chinese)
- [4] Sankaran R, Jancauskas E D. Measurements of cross-correlation in separated flows around bluff cylinders [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1993, 49(1/2/3): 279—288.
- [5] Jakobsen J B. Span-wise structure of lift and overturning moment on a motionless bridge girder [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1996, 69/70/71: 795—805.
- [6] Kimura K, Fujino Y, Nakato H, et al. Characteristics of buffeting forces on flat cylinders [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1997, 69/70/71: 365—374.
- [7] Larose G L. The spatial distribution of unsteady loading due to gusts on bridge decks [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2003, 91(12): 1431—1443.
- [8] Larose G L, Mann J. Gust loading on streamlined bridge decks [J]. Journal of Fluids and Structures 1998, 12(5): 511—536.
- [9] 马存明. 流线箱型桥梁断面三维气动导纳研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2007.
Ma Cunming. 3D aerodynamic admittance response of streamlined box bridge decks [D]. Sichuan: Southwest Jiaotong University, 2007. (in Chinese)
- [10] 朱乐东, 赵传亮, 丁泉顺. 扁平箱主梁断面抖振力频谱特性以及桥梁方向相关性研究[J]. 结构工程师, 2009, 25(4): 96—101.
Zhu Ledong, Zhao Chuanliang, Ding Quanshun. Spectral characteristics and spanwise coherence of buffeting forces on a flat box-girder bridge deck [J]. Structural Engineers, 2009, 25(4): 96—101. (in Chinese)
- [11] 张文明, 葛耀君. 考虑特征紊流影响的大跨度桥梁静风稳定分析方法[J]. 工程力学, 2014, 31(9): 198—202.
Zhang Wenming, Ge Yaojun. An approach to aerostatic stability analysis of long-span bridges including effect of signature turbulence [J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(9): 198—202. (in Chinese)
- [12] ESDU 86010, Characteristic of atmospheric turbulence near the ground. Part III: Variations in space and time for strong winds (neutral atmosphere) [S]. London: Engineering Sciences Data Unit, 1986.
- [13] 李少鹏, 李明水, 马存明, 廖海黎. 大跨度桥梁抖振力与脉动风速空间相关性的对比研究[J]. 空气动力学学报, 2013, 31(6): 796—800.
Li Shaopeng, Li Mingshui, Ma Cunming, Liao Haili. Comparison of the spatial correlation of the buffeting force on long span bridge and wind fluctuations [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2013, 31(6): 796—800. (in Chinese)
- [14] Taylor J. Manual on aircraft loads [M]. New York: Pergamon Press, 1965: 200.

(上接第 31 页)

- [11] Wang Y N, Zhao M H, Li Shihai, et al. Stochastic structural model of rock and soil aggregates by continuum-based discrete element method [J]. Science in China Series E-Engineering & Materials Science, 2005, 48(Suppl): 95—106.
- [12] Lanru Jing, Ove Stephansson. Fundamentals of discrete element methods for rock engineering theory and applications [M]. Amsterdam: Elsevier, 2007: 235—306.
- [13] Itasca Consulting Group Inc. UDEC (Universal Distinct Element Code), Version 4.0, User's Manual [M]. USA: Itasca Consulting Group Inc, 2005.
- [14] 冯春, 李世海, 刘晓宇. 半弹簧接触模型及其在边坡破坏计算中的应用[J]. 力学学报, 2011, 43(1): 184—192.
Feng Chun, Li Shihai, Liu Xiaoyu. Semi-Spring contact model and its application to failure simulation of slope [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2011, 43(1): 184—192. (in Chinese)
- [15] Feng C, Li S H, Liu X Y, et al. A semi-spring and semi-edge combined contact model in CDEM and its application to analysis of Jiweishan landslide [J]. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2014, 6(1): 26—35.