第5卷 第3期
1985年7月

爆 炸 与 冲 击
EXPLOSION AND SHOCK WAVES

Vol. 5, No. 3
Jul., 1985

# 滑移爆轰作用下的金属复板运动*

邵丙璜 张登霞 李国豪 周之洪

（1984年5月2日收到）

滑移爆轰作用下金属复板运动过程是一个二维不定常问题，迄今还没有一个严格的解析解。本文在忽略引爆端部影响的定常假设下，根据Prandtl-Meyer的绕流理论和Lighthill的"活塞理论"给出了二维近似解析解。将不同质量比和不同爆速条件下的计算结果同闪光X光照片比较，通常，角度误差为1°～2°。

## 一、前 言

滑移爆轰作用下的复板运动是爆炸复合中的一个重要问题，只有复板与基板以最佳速度和碰撞角复合，才能获得高的焊接质量。这是一个相当复杂的二维问题，迄今还没有找到它的分析解。许多作者[1-4]都对它进行过研究。使用的公式可归结为两类，一类是半经验公式，另一类是基于一维抛体的公式[5-9]。

Richter的近似模型能够提供一个简便的工程计算表达式[10]，但模型缺乏严格论证又显见得过于粗略，这就促使我们企图建立一个比较严格的，反映滑移爆轰作用下复板运动的近似表达式。

我们建立的公式和大量实验结果对比，一般误差在5%左右。张凯付教授用电测法、数值计算法和近似解三者对比，结果是相当吻合的[11]。

## 二、基本原理

图1中给出了滑移爆轰作用下复板运动过程的示意图。当爆轰波由左向右推移时，$OO'$表示爆轰波阵面。设爆轰波阵面已远离引爆端，则上述过程可以认为是二维定常的。当炸药（Ⅳ区）在空气中爆炸时，炸药上侧$OS$面为斜激波阵面；它的右侧为常压空气区Ⅰ；左侧则为激波压缩空气区Ⅱ。$OD$面为爆炸产物区Ⅲ和压缩空气区的分界面。在闪光X光照片上，我

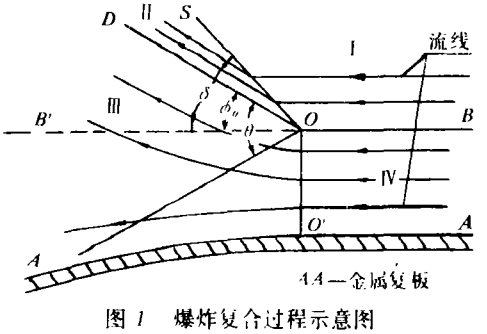


图1 爆炸复合过程示意图

* 本文部分内容于1981年9月在苏联第二届爆炸加工会议上宣读过。

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

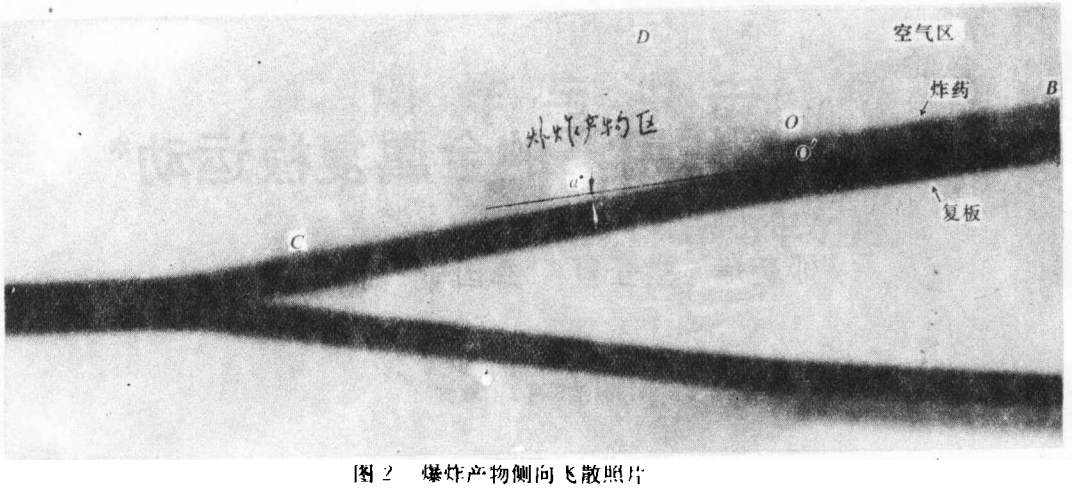


图2 爆炸产物侧向飞散照片

们能清晰看到$OD$分界线 如图2所表示 在滑移爆轰作用的同时，金属复板发生弯曲，其弯曲角用$\alpha$表示

不难看到在滑移爆轰作用下，爆炸产物的稀疏作用主要来自三方面

首先，稀疏作用主要来自爆炸产物的上自由边界$OD$ 这种稀疏对产物的作用是主导的

其次，稀疏作用来自复板的存在和向下的弯曲运动 但由于复板的惯性作用，它所产生的稀疏作用要远小于前者空气自由面的稀疏作用

第三，引爆端自由膨胀产生稀疏效应 在端部附近这种稀疏影响是应该考虑的 但是，随着爆轰波的推进，它的影响很快衰减，因此在足够远处（例如炸药厚度的15～20倍以远）端部稀疏作用可以忽略 这样，过程简化为二维定常问题

此外，复板的极限弯矩和爆炸载荷的弯矩相比通常为高阶小量，可以忽略材料强度的影响 当用高强度材料（如65Nb）或板厚$h$很大时，弯矩的影响应予考虑 从图2中可以看到$O'C$的复板段是相当平直的，不存在可见的减速区，表明空气阻力可以忽略

因此，本文将首先考虑前两种稀疏对爆炸载荷的影响 第一步先考虑爆炸产物上侧自由表面的稀疏影响 将坐标置于爆轰波头$O$点，则可以看到爆炸产物以$BOD$为边界的二维定常绕流运动，即Prandtl-Meyer绕流问题 求解后可以得到压力$p$、流场质点速度$q$以及在任意点$(x,\delta)$处流线的速度方向角$\lambda$等参量 第二步，我们考虑由于复板的存在和运动所引起的稀疏作用 这种稀疏作用弱于前者约一个量级，因此它的作用可视为对Prandtl-Meyer解的一维修正，即根据Lighthill的"Piston理论"进行修正，其误差为$O((\alpha+\lambda)^2)$量级 当$\alpha$角和$\lambda$角（参看图3,4）趋于零值时，误差为

## 三、求解过程

我们置极坐标原点于图1中的$O$点，$OB$，$OD$为两条直的边界线，这时爆炸产物和空气都将绕$BOD$倾角作二维的绕流运动 如图3所示，现设炸药为无限厚，求相应绕流解

我们取$OD$为极坐标轴，$\theta$表示转角，逆时针为正向，$r$表示向径，$u$表示沿径向运动速度，$v$表示沿切向运动速度 我们在爆炸产物区中任意截取一个微元体来建立相应的动量与质量守恒方程，即

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

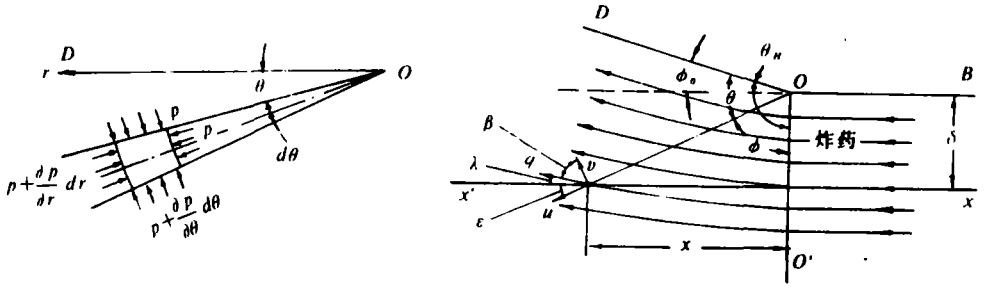


图3　滑移爆轰中爆炸产物绕流运动计算示意图

$$\frac{\partial p}{\partial r}+\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial u}{\partial r}u+\frac{\partial u}{\partial \theta}\frac{v}{r}-\frac{v^2}{r}\right)=0 \qquad \text{（径向动量守恒）} \qquad (1)$$

$$\frac{\partial p}{r\partial \theta}+\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\partial v}{\partial r}u+\frac{\partial v}{\partial \theta}\frac{v}{r}+\frac{uv}{r}\right)=0 \qquad \text{（切向动量守恒）} \qquad (2)$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho u)+\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}(\rho v)=0 \qquad (3)$$

由于爆轰波阵面$OO'$和$OD$边界上压力、流速均为常数，与向径无关，因此，$DOO'$区域内，一切物理量仅与$\theta$有关。这样，(1)～(3)式可简化为

$$v\frac{\partial u}{\partial \theta}-v^2=0 \qquad (4)$$

$$v\frac{\partial v}{\partial \theta}+uv+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial \theta}=0 \qquad (5)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \theta}+\frac{v}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial \theta}+u=0 \qquad (6)$$

由(4)式得到：

$$v=\partial u/\partial \theta \qquad (7)$$

而

$$\frac{dp}{d\theta}=\frac{dp}{d\rho}\frac{d\rho}{d\theta}=c^2\frac{d\rho}{d\theta}$$

代入(5)(6)式得

$$\left(\frac{dv}{d\theta}+u\right)(c^2-v^2)=0 \qquad (8)$$

上式的解有两种可能，其中之一为$dv/d\theta=-u$代入(5)(6)式得$p$、$\rho$为常数，它表示恒值区。另一个解为$v=\pm C$。因切向速度$v$和$\theta$反向，故

$$v=-c \qquad (9)$$

这里，取爆炸产物的状态方程为

$$p\rho^{-\gamma_0}=p_H\rho_H^{\gamma_0} \qquad (10)$$

式中脚注$H$表示爆轰波波头状态，$\gamma_0$为有效多方指数[12]。根据伯努利方程

$$\int(1/\rho)dp\cdot(u^2+v^2)/2=\text{常值}$$

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

可知，沿着流线上式可写成如下形式：

$$\frac{1}{2}\left(u^2+\frac{\gamma_0+1}{\gamma_0-1}c^2\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{\gamma_0+1}{\gamma_0-1}\right)c_H^2 \tag{11}$$

其中$c_H=\frac{\gamma_0}{1+\gamma_0}v_d$，$c_H$为声速，$v_d$为爆轰速。利用(7)式、(9)式和(11)式可得：

$$v=-\left\{\left[\frac{\gamma_0+1}{\gamma_0-1}c_H^2-u^2\right]\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0+1}\right\}^{1/2}=\frac{du}{d\theta}$$

积分可得

$$\theta=-\sqrt{\frac{\gamma_0+1}{\gamma_0-1}}\left[\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0+1}}\frac{u}{c_H}\right)-\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0+1}}\frac{u_*}{c_H}\right)\right]$$

这里$u_*$表示沿着向径$OD$的径向质点速度。求解上式则得：

$$\frac{u}{c_H}=\sqrt{\frac{\gamma_0+1}{\gamma_0-1}}\sin\left[-\sqrt{\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0+1}}\theta+\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0+1}}\frac{u_*}{c_H}\right)\right]=\sqrt{\frac{\gamma_0+1}{\gamma_0-1}}\sin\beta \tag{12}$$

又由$v=(du/d\theta)$得到

$$\frac{v}{c_H}=-\cos\left[-\sqrt{\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0+1}}\theta+\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0+1}}\frac{u_*}{c_H}\right)\right]=-\cos\beta \tag{13}$$

$\beta$角代表上式中方括弧内值。令$q^2=u^2+v^2$，则：

$$q^2=c_H^2\left(\frac{\gamma_0+1}{\gamma_0-1}\sin^2\beta+\cos^2\beta\right) \tag{14}$$

令$\angle DOO'=\theta_H$表示爆轰波阵面的角度。在爆轰波阵面上$q_H=c_H$，则由(14)式可知$\beta=0$ 则由(12)式得到

$$\theta_H=\sqrt{\frac{\gamma_0+1}{\gamma_0-1}}\cdot\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0+1}}\frac{u_*}{c_H}\right) \tag{15}$$

考虑到$OD$自由边界外侧为空气或真空，对于复板运动姿态的影响，差别甚微。为简便起见令$OD$为真空边界，则爆炸产物向真空的侧向飞散角$\phi_0$为：

$$\phi_0=\sqrt{\frac{\gamma_0+1}{\gamma_0-1}}\cdot\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0+1}}\frac{u_*}{c_H}\right)-\frac{\pi}{2} \tag{16}$$

其中$u_*$满足$OD$流线上的伯努利方程：

$$\frac{1}{2}\left(u_*^2+\frac{\gamma_0+1}{\gamma_0-1}v_*^2\right)=\frac{1}{2}\frac{\gamma_0+1}{\gamma_0-1}c_H^2$$

对于真空而言$\rho_*=0$，所以$v_*=C_*=0$，则有

$$u_*=\sqrt{\frac{\gamma_0+1}{\gamma_0-1}}c_H, \tag{17}$$

代入(16)式得到：

$$\Phi_0=\left(\sqrt{(\gamma_0+1)/(\gamma_0-1)}-1\right)\pi/2$$

现在求爆炸产物区$O'OD$中的压力$p$表达式。利用$c^2/c_H^2=(p/p_H)^{(\gamma_0-1)/\gamma_0}$代入(11)式，并利用(12)、(17)式得到：

$$(p/p_H)=\sin^{2\gamma_0/(\gamma_0-1)}\left(\sqrt{(\gamma_0-1)/(\gamma_0+1)}\,\theta\right)$$

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

如图3所示，$\theta=\theta_H-\phi$，其中$\mathrm{tg}\phi=x/\delta$。这里$\delta$表示某点距上自由边界$OB$的距离（在下一步计算中$\delta$实际上代表炸药厚度），$x$表示该点水平位置。则

$$\frac{p}{p_H}=\cos^{2\gamma_0/(\gamma_0-1)}\left[\sqrt{\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0+1}}\ \mathrm{tg}^{-1}\frac{x}{\delta}\right] \tag{18}$$

该点的速度分别为：

$$\frac{u}{c_H}=\sqrt{\frac{\gamma_0+1}{\gamma_0-1}}\sin\left[\sqrt{\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0+1}}\ \mathrm{tg}^{-1}\frac{x}{\delta}\right] \tag{19a}$$

$$\frac{v}{c_H}=-\cos\left[\sqrt{\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0+1}}\ \mathrm{tg}^{-1}\frac{x}{\delta}\right] \tag{19b}$$

$$\frac{q}{c_H}=\frac{1}{c_H}(u^2+v^2)^{1/2}=\left[1+\frac{2}{\gamma_0-1}\sin^2\left(\sqrt{\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0+1}}\ \mathrm{tg}^{-1}\frac{x}{\delta}\right)\right]^{1/2} \tag{19c}$$

令$\lambda$角表示速度$q$的倾角，则：

$$\lambda=\frac{\pi}{2}-\varepsilon-\beta=\frac{\pi}{2}-\mathrm{tg}^{-1}\frac{\delta}{x}-\mathrm{tg}^{-1}\frac{u}{v}$$

即：

$$\lambda=\frac{\pi}{2}-\mathrm{tg}^{-1}\frac{\delta}{x}-\mathrm{tg}^{-1}\left[\sqrt{\frac{\gamma_0+1}{\gamma_0-1}}\ \mathrm{tg}\left(\sqrt{\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0+1}}\ \mathrm{tg}^{-1}\frac{x}{\delta}\right)\right] \tag{20}$$

这样，我们得到了$xx'$截面上任意点（$x$，$\delta$）处的压力、速度和方向角的表达式。

由于爆炸产物下侧金属复板的存在和弯曲所引起的稀疏作用，利用“Piston理论”对上述解进行一维修正，以求得复板表面上的压力表达公式。其物理模型如下：

不存在刚性复板时，爆炸产物区内的流线将不同程度地向$OD$边界偏转，如图3所表示。流线的流向就是压力稀疏的方向。

当$xx'$截面为刚性壁面如图4所示时，上述的流线将不同程度地向$xO'x'$壁面偏转，其

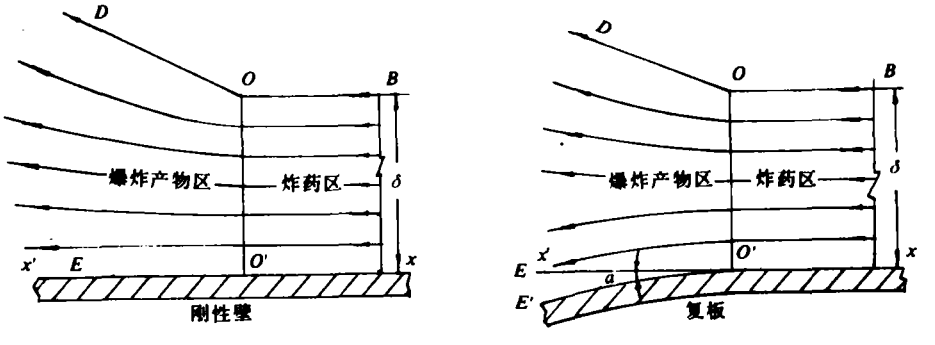


图4　复板存在和弯曲时的流线

中流过$O'$点的流线将沿着$O'x'$壁面水平地流向左方，或者说与$xx'$面的交角$\lambda$为零值。这表明刚壁存在的本身就能引起压力稀疏。当复板发生弯曲时，流过$O'$点的流线（$O'E$）将进一步向下弯曲，并沿着复板表面$O'E'$流动。

如果令$a$角表示弯曲角，则在初始$xx'$截面上任意点（$x$、$\delta$）（如图3、4所表示）的质点

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

流动速度 $q$，它的流动方向将向下偏转$(\lambda+\alpha)$角度。

爆炸复合中复板弯曲角 $\alpha$ 一般为几度到十几度，因此，我们假设流线偏转时只改变流线的方向，而流线切线方向的速度变化量则认为是一个可以忽略的小量。因为：

1. 流速$q$沿着$x$轴的变化是缓慢的。(19c) 式的计算表明：从爆轰波阵面$OO'$到无穷远处，即$0<x/\delta<\infty$的极大范围内，$q/c_H$的变化范围为 $1\sim(1.44\sim1.53)$(括弧内表示不同的多方指数时的结果)。

2. 从滑移爆轰作用下复板运动的闪光X光照片（图2）中可以看到：复板弯曲运动的主要加速过程是在水平间距大约为炸药厚度两倍（$x/\delta\approx2$）的区间内完成的，和$0<x/\delta<\infty$的区间比较，加速区相当狭窄。因此，我们可以认为在上述狭窄范围内，流速 $q$ 的变化量是一个可予以忽略的高阶小量。这样，当 $(\lambda+\alpha)$ 用弧度表示时，在这主要加速区内存在$(\lambda+\alpha)q/c_H\ll1$的关系。根据Lighthill的"活塞理论"[13]，我们可以建立一个简便的一维修正公式。活塞理论的要点是当高速气流以 $q$ 速度流过机翼剖面时，如果机翼前端冲角 $\alpha$ 是一个小量，即 $\alpha\ll1$，以及 $\alpha\cdot q/c_0\ll1$，($c_0$ 为声速)。那么，流速 $q$ 在 $y$ 方向（即垂直于流速的方向）上的速度增量$(\Delta q)_y$和相应的扰动压力增量 $\Delta p$，可以用一维公式描写，即

$$\Delta p=\rho\cdot c\cdot(\Delta q)_y$$

而忽略侧向的影响。也即它所引起的扰动仿佛沿着一系列"活塞筒"在 $y$ 轴向作一维传播

我们的问题虽然和Lighthill所讨论的具体对象不同，但物理本质是相似的。在Lighthill的问题中具有小冲角的机翼引起了高速气流 $q$ 的偏转，在我们问题中，则是复板的弯曲引起了流速 $q$ 的偏转。由于$(\lambda+\alpha)$是一个小量，所以它的$(\Delta q)_y$也远小于$q$值 其$(\Delta q)_y$为：

$$(\Delta q)_y\approx q(\lambda+\alpha),\qquad 或(\Delta q)_y=q(\sin\lambda+\sin\alpha)\tag{21}$$

因此根据一维稀疏波公式可知复板弯曲所引起的压力降 $\Delta p$ 为

$$-\Delta p=\rho\cdot c\cdot(\Delta q)_y\tag{22}$$

由于采用这种一维近似，它引起的误差为$O([\lambda+\alpha]^2)$的量级，通常为百分之几。(22) 式中的 $\rho$、$c$ 分别表示爆炸产物中的密度和声速。根据多方方程(10)，可知：

$$\rho=\rho_l(p/p_l)^{1/\gamma_0}\tag{23a}$$

$$c=c_l(p/p_l)^{(\gamma_0-1)/2\gamma_0}\tag{23b}$$

这里 $\rho_l$，$c_l$和$p_l$分别表示只考虑了上自由面稀疏时，在爆炸产物区中$(x,\delta)$处的密度、声速和压力。压力$p_l$由(18)式给出。将(23a)、(23b)代入(22)式，积分得到

$$-\int_{p_l}^{p}\frac{dp}{\rho c}=\frac{2p_l\gamma_0}{(\gamma_0-1)p_lc_l}\left[1-\left(\frac{p}{p_l}\right)^{(\gamma_0-1)/2\gamma_0}\right]=\int_{q_y}^{q_y+(\Delta q)_y}dq=(\Delta q)_y=q(\sin\lambda+\sin\alpha)\tag{24}$$

由于$\gamma_0p_l/\rho_l=c_l^2$，以及$c_l=c_H(p/p_H)^{(\gamma_0-1)/2\gamma_0}$，代入(24)式得，

$$\frac{p}{p_l}=\left[1-\frac{(\Delta q)_y}{c_H}\cdot\frac{\gamma_0-1}{2}\cdot\sec\left(\sqrt{\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0+1}}\,\mathrm{tg}^{-1}\frac{x}{\delta}\right)\right]^{2\gamma_0/(\gamma_0-1)}$$

上式中 $p_l$用(18)式表示，则得到复板表面上 $x$ 处的压力 $p$ 的表达式为

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\frac{p}{p_H}=\left[\cos\left(\sqrt{\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0+1}}\,\mathrm{tg}^{-1}\frac{x}{\delta}\right)-\frac{(\Delta q)_v}{c_H}\cdot\frac{\gamma_0-1}{2}\right]^{2\gamma_0/(\gamma_0-1)} \tag{25}$$

其中$(\Delta q)_v=q(\sin\lambda+\sin\alpha)$，通过(19c)和(20)式将$q$和$\lambda$代入，则：

$$(\Delta q)_v=\left\{1+\frac{2}{\gamma_0-1}\sin^2\left(\sqrt{\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0+1}}\,\mathrm{tg}^{-1}\frac{x}{\delta}\right)\right\}^{1/2}\cdot$$

$$\left\{\cos\left[\mathrm{tg}^{-1}\left(\sqrt{\frac{\gamma_0+1}{\gamma_0-1}}\,\mathrm{tg}\left(\sqrt{\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0+1}}\,\mathrm{tg}^{-1}\frac{x}{\delta}\right)\right)+\mathrm{tg}^{-1}\frac{\delta}{x}\right]+\sin\alpha\right\} \tag{26}$$

这样，通过(25)、(26)两式，我们给出了$x$处复板表面的压力公式。(25)式中方括弧中第一项代表由于上自由面稀疏的作用，使压力以余弦的$(2\gamma_0/\gamma_0-1)$次方形式衰减，而括弧中的第二项则代表由于复板运动所引起的稀疏项，并对第一项进行修正。

下面进一步求在压力$p$作用下的复板运动姿态（如图5所示）。

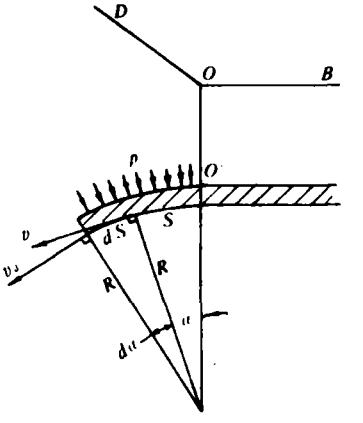


图5　爆炸载荷$p$与弯曲角$\alpha$的关系

在爆炸载荷作用下，复板发生弯曲。一般复板的极限弯矩和爆炸载荷弯矩比较是高阶小量。因此，与爆炸载荷平衡的是复板的惯性力。令向心加速度为$a$，则$a=V_d^2/R$，$u_d$为复板顺流线移动速度即爆速，$R$为该点处的复板曲率半径。

又因$R=ds/d\alpha$，则$a=v_d^2 d\alpha/ds$，$ds$表示单位弧元，$ds=dx/\cos\alpha$，因此根据牛顿第二定律可知：

$$m v_d^2\frac{d\alpha}{dx}\cdot\cos\alpha=p \tag{27}$$

即利用(25)式可知：

$$\cos\alpha\,d\alpha=\frac{p}{m v_d^2}dx=\frac{\rho_0\delta}{m}\frac{1}{(1+\gamma_H)}\cdot$$

$$\left[\cos\left(\sqrt{\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0+1}}\,\mathrm{tg}^{-1}\frac{x}{\delta}\right)-\frac{\gamma_0-1}{2}\frac{(\Delta q)_v}{c_H}\right]^{2\gamma_0/(\gamma_0-1)}d\left(\frac{x}{\delta}\right) \tag{28}$$

上式给出了复板弯曲角$\alpha$随$x/\delta$变化的规律。式中$\rho_0\delta/m$称为质量比，表示炸药量与复板质量的比值。$\gamma_H$为炸药在爆轰头上的多方指数，用传统的方法可以测量到。

这样，我们把滑移爆轰作用下复杂的二维问题简化为精度在工程上合用，形式比较简单的一个微分方程，该方程有很简便的程序可用来求解。

我们在计算中，采用迭代法求弯曲角$\alpha(x/\delta)$，要求每步迭代误差小于$5\times10^{-5}$。从后面给出的计算结果和实验比较来看，一般误差在5%左右。这种误差来源于我们的一些近似假设，如炸药的初始参数（如$\gamma_H$，$\gamma_0$，$\rho_0$）的测量不准，也来源于实验的安装误差和X光照片边界的清晰程度。当然主要也包括我们采用一维修正所带来的误差$O([\alpha+\lambda]^2)$，不难看到$\alpha$角增大即质量比增大则误差可能上升。

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

## 四、其他影响因素的分析

滑移爆轰作用下的复板运动还受到一些我们认为是次要因素的影响：如空气的阻力、复板的强度以及引爆端的稀疏影响。在某些特定情况如超高强度的复板材料或引爆端近区，后两者的影响应予考虑。

1．关于复板材料强度的影响

Prümmer等人[4]认为复板的强度将影响复板运动的弯曲角$\alpha$。

我们用$\sigma_T$表示复板屈服强度，$h$ 表示复板厚度，则复板抗弯极限弯矩为$\sigma_T h^2/4$。从后面图8中看到，$x/\delta=7$以左爆炸载荷可近似视为零值，即$p/p_H\approx 0$，相应地(27)式可改写为

$$\int_{7\delta}^{x}\left(m v_d^2\frac{d\alpha}{dx}\cos\alpha\right)x\cdot dx=\int_{7\delta}^{x}p(7\delta-x)\,dx-\sigma_T\frac{h^2}{4} \tag{29}$$

(29)式右侧第一项为爆炸载荷对复板的弯矩。图8采用的是无量纲爆炸载荷弯矩$M$，表式为

$$M=\int_{7\delta}^{x}p(7\delta-x)\,dx/p_H\delta^2$$

图8中用的是80/20塑性炸药，$p_H=158kbar$，药厚$\delta=5.3mm$，CT3低碳钢复板厚$h=2.5mm$，$\sigma_T$为$3900kg/cm^2$。在$x=0$处，$M_{max}=0.9$。由此求得

$$\frac{\text{复板抗弯极限弯矩}}{\text{爆炸载荷最大弯矩}}=\frac{\sigma_T h^2}{4M_{max}p_H\delta^2}=\frac{1}{66}$$

这表明材料抗弯极限是一个高阶小量，这时材料强度影响可以忽略。当质量比$R$一定时，上式中$h^2/\delta^2$为常数值，因此，强度$\sigma_T$是弯矩比中唯一的可变因素。当复板为超高强度钢时（例如$\sigma_T$为低碳钢的5～6倍），则不能完全忽略$\sigma_T$的影响。使用低爆速炸药时，虽然爆轰波头压力$p_H$大大下降了，例如铵油炸药$p_H=13.2kbar$，但因其$\nu_H$和$\nu_0$较小，压力衰减缓慢，计算结果其比弯距也同样远小于1，通常也可忽略$\sigma_T$的影响（参见后文）。

2．引爆端的稀疏影响

迄今所考虑的问题，都假设爆轰波阵面已远离引爆端，端部的稀疏影响已相当微弱，由于已忽略了端部的稀疏效应，问题可简化为定常的。如果又不存在前面讨论的侧面稀疏影响，则爆轰波头后面的爆炸产物压力$p_*$，在一个不长的工作区间（指对复板运动有效作用范围）内，即2～5倍炸药厚度范围内，近似地可以认为$p_*=p_H$，即用常值的爆压$p_H$来代替爆炸产物压力$p_*$。正是根据这种近似，在(18)、(25)式中用常值$p_H$代替了$p_*$。

然而在实际的爆炸复合时，需要考虑的部位并不总是远离引爆端，这时不能认为$p_*$等于$p_H$，而是受到引爆端稀疏影响的值。这种稀疏将按照“一维开管爆轰”的自模拟规律衰减。由于端部稀疏作用和上、下侧面稀疏作用相比是一种更弱的作用，因此，我们也把它的影响作为一维近似修正项于以考虑，即用一维开管爆轰自模拟解求取$p_*$来代替(18)、(25)式中的爆压$p_H$。

根据一维不定常的气体动力学的基本方程，可以得到：

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(u\pm\frac{2}{\nu_H-1}c\right)+(u\pm c)\frac{\partial}{\partial x}\left(u\pm\frac{2}{\nu_H-1}c\right)=0 \tag{30}$$

当爆轰波上的多方指数$\nu_H=3$时，可得解析解

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\begin{cases} u-\dfrac{2}{\gamma_H-1}c=\text{常数} \\ \overline{x}=(u+c)t+F(u) \end{cases} \tag{31}$$

(31)式描述了顺介质流动方向（向右）传播的简单波。利用爆轰波头上的参数条件，即$u_H=v_d/(1+\gamma_H)$和$c_H=\gamma_H v_d/(1+\gamma_H)$，代入(31)式得到：

$$\begin{cases} u=\dfrac{2c-v_d}{\gamma_H-1} \\ \dfrac{\overline{x}}{t}=u+c \end{cases} \tag{32}$$

式中$\overline{x}$表示引爆端到爆轰波上某点$A$的距离。若该点为波头，则$\overline{x}=v_d t$。由(32)式可知：

$$c=\left(\frac{\overline{x}}{t}+\frac{v_d}{\gamma_H-1}\right)\Big/\left(1+\frac{2}{\gamma_H-1}\right) \tag{33}$$

将坐标原点置于爆轰波头上，$A$点距波头为$x$（如图6所表示），则$x/t=v_d-\overline{x}/t$，代入(33)式则$A$处的声速$c_*$如下

$$c_*=\left(v_d-\frac{x}{t}+\frac{v_d}{\gamma_H-1}\right)\Big/\left(1+\frac{2}{\gamma_H-1}\right)$$

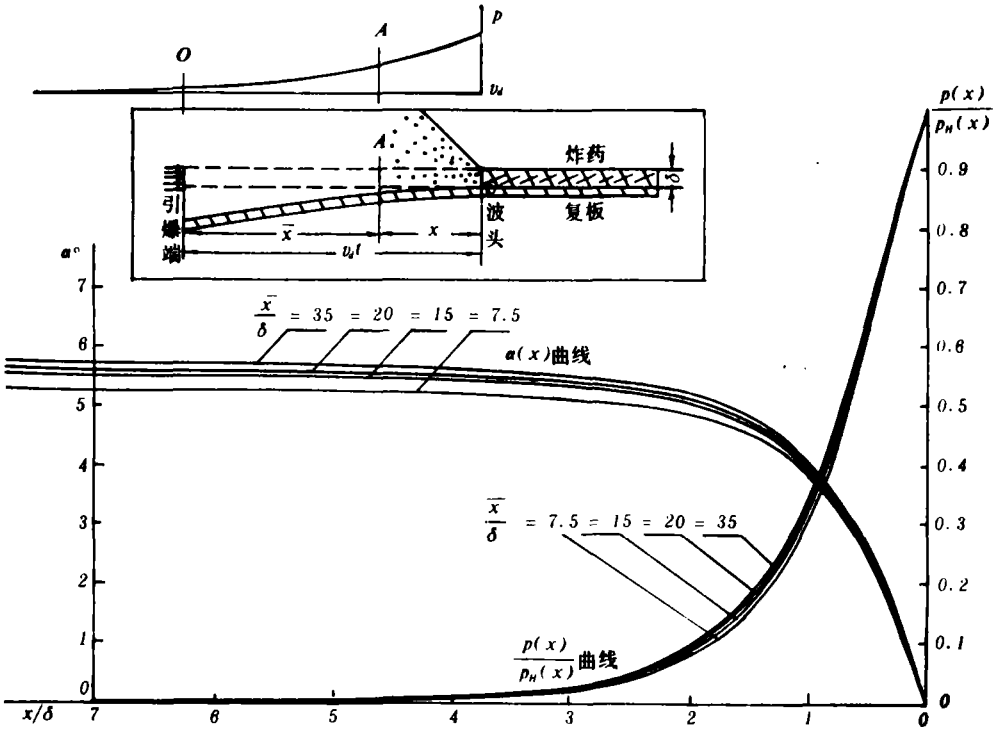


图6　引爆端稀疏作用对压力和弯曲角的影响

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

"*"表示一维开管爆轰产物中的参量。由(10)式可知 $p_*/p_H=(c_*/c_H)^{2\gamma_0/(\gamma_0-1)}$，故

$$\frac{p_*}{p_H}=\left[\left(v_d-\frac{x}{t}+\frac{v_d}{\gamma_H-1}\right)\Big/\left(1+\frac{2}{\gamma_H-1}\right)c_H\right]^{2\gamma_0/(\gamma_0-1)}$$

或

$$p_*=p_H\left[\left(1-\frac{x/\delta}{\overline{x}/\delta}+\frac{1}{\gamma_H-1}\right)\Big/\left(\frac{\gamma_H}{\gamma_H-1}\right)\right]^{2\gamma_0/(\gamma_0-1)} \tag{34}$$

将此式代入(25)式或(28)式则得到

$$\cos\alpha d\alpha=\frac{\rho_0\delta}{m(1+\gamma_H)}\left[\left(1-\frac{x/\delta}{\overline{x}/\delta}+\frac{1}{\gamma_H-1}\right)\Big/\left(\frac{\gamma_H}{\gamma_H-1}\right)\right]^{2\gamma_0/(\gamma_0-1)}$$

$$\left[\cos\left(\sqrt{\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0+1}}\,\mathrm{tg}^{-1}\frac{x}{\delta}\right)-\frac{(\Delta q)_y}{c_H}\,\frac{\gamma_0-1}{2}\right]^{2\gamma_0/(\gamma_0-1)}d\left(\frac{x}{\delta}\right) \tag{35}$$

图6中给出端部稀疏对复板运动的影响。炸药为80/20塑性炸药，$v_d=6600\,m/s$，$\gamma_H=3$，$\gamma_0=2.28$，$R=0.4$。计算给出了引爆端距爆轰波阵面 $\overline{x}/\delta$ 分别为7.5、15、20和35时，稀疏对 $\alpha_{max}$ 的影响，其大小相差8.5%。复合段通常距引爆端有一定距离，并且，工艺上实际采用强引爆，其增强效应在某种程度上减缓了端部稀疏作用。因此，端部稀疏可以忽略，并可以把问题当作定常的。

## 五、具体计算结果

图7给出了最终弯曲角 $\alpha_{max}$ 一质量比 $R$ 的关系曲线。炸药为80/20塑性炸药，复板为3号钢板。图8给出 $R=0.4$ 条件下，$\alpha(x/\delta)$、$p(x/\delta)/p_H$ 曲线和复板运动姿态曲线。爆炸参量见

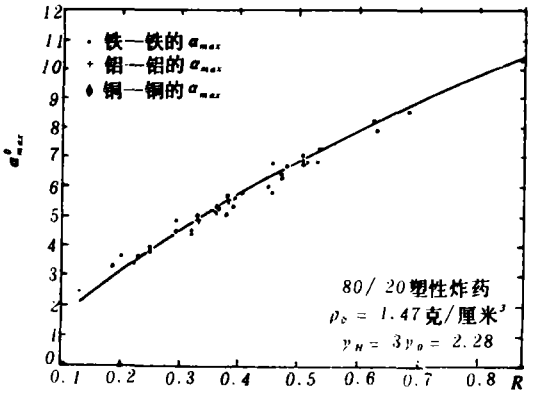


图7 弯曲角 $\alpha_{max}$ 和质量比 $R$ 的关系曲线

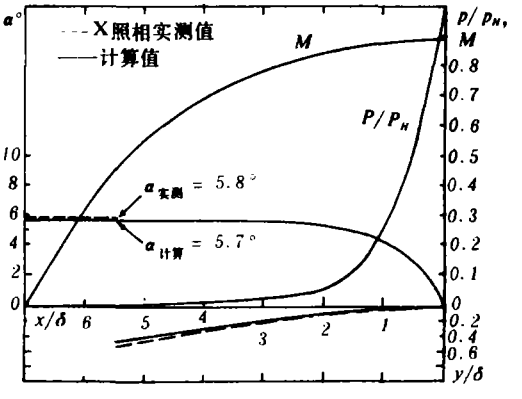


图8 典型的 $\alpha$、$p/p_H$、$y/\delta$、$M$ 等对 $x/\delta$ 的关系曲线

第四·1节。

图9为同样炸药 $R=0.326$ 时铝的 $\alpha(x/\delta)$ 和 $p(x/\delta)/p_H$ 曲线。图10为低爆速铵油炸药驱动复板的运动姿态曲线。其质量比 $R=1.269$，在 $x=12.5\,mm$ 处计算 $\alpha_{计}=20.8°$ 实测 $\alpha_{测}=22.5°$，误差7.6%。类似的结果如下表所示。

图11为张凯、金小石用数值解、电测和近似解的对比曲线[11]。

从上述结果可以看到，本文所提供的解析解对于不同品种炸药和质量比 $R$ 在不同飞行间

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

| 质量比 R | $a_{计}$ (度) | $a_{测}$ (度) |
|---|---|---|
| 0.812 | 14.0 | 14.0 |
| 1.269 | 20.8 | 22.5 |
| 1.569 | 22.7 | 23.5 |
| 2.22 | 25.3 | 25.0 |

距上能提供相当准确的计算结果果，为确定焊接参数提供了一种较可靠的近似公式。

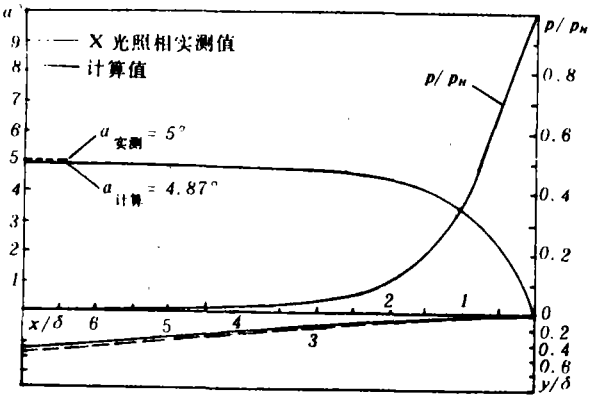


图9　铝的 $a$、$p/p_H$、$y/\delta$ 等对 $x/\delta$ 的关系曲线

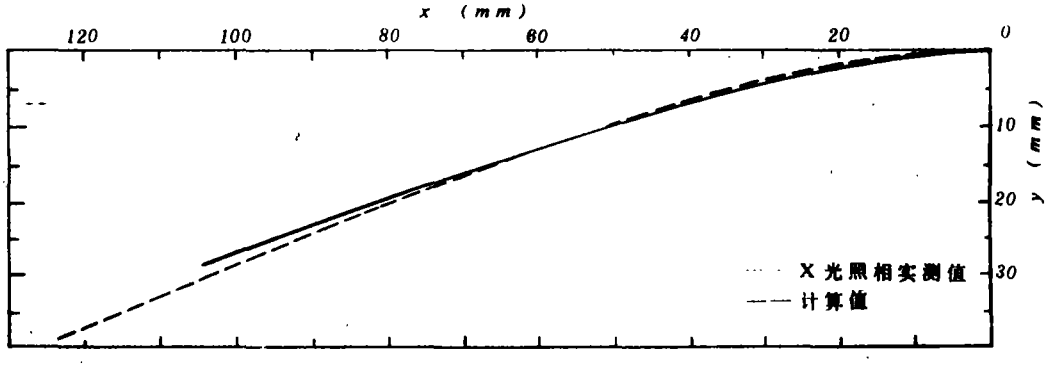


图10　复板运动姿态的计算曲线与X光照相结果对比。
铵油炸药，$\delta = 30mm$，$\rho = 0.75g/cm^3$，$\gamma_H = 2.0$，$\gamma_0 = 1.65$
复板　CT3钢板　$h = 2mm$

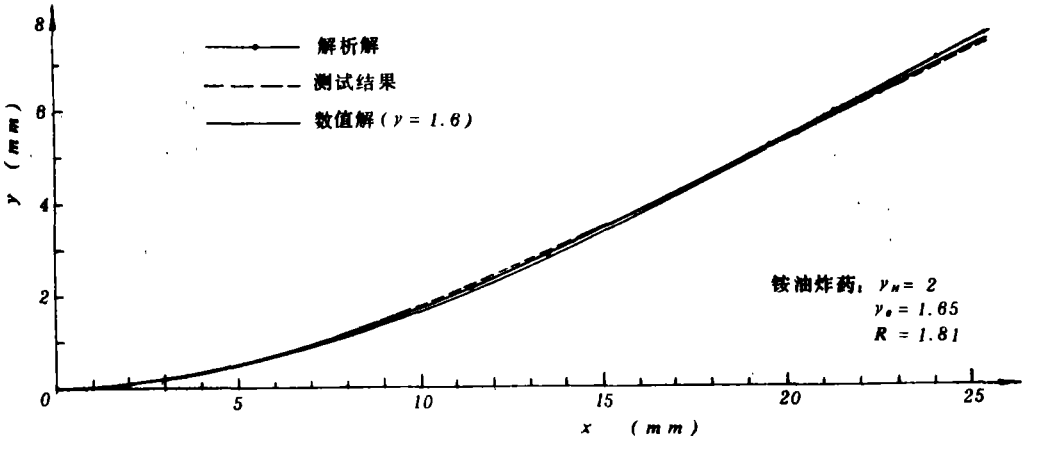


图11　测试结果与数值解、解析解的比较

本文得到郑哲敏教授的指导和谈庆明同志的帮助，本文工作还得到金辉、黄良佐、陈维波、陈火金、张凯等同志在各方面的帮助，本工作还得到大连造船厂的经济支持，在此一并致谢！

?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

## 参 考 文 献


[1] Shribman, V., Crossland, B., *Proc. 2nd Inte. Conf. Cent. High Energy Form.*, Estes Park, Colorado, (1969), p. 7.3.1.

[2] Smith, E.G., Laber, Jr. D. et al, *Proc. 3rd Inte. Conf. Cent. High Energy Form.*, (1971), p.1.1.1.

[3] Takizawa, Yu., Izuma, Takeshi et al, *Proc. 5th Inte. Conf. High Energy Rate Fab.*, (1975), p. 1. 18.1.

[4] Prümmar, R., *J. Indust. Expl. Soc.*, **35**(3)(1974).

[5] Gurney, R.W., *BRL Report*, No. 405, (1943).

[6] Aziz, A.K., Hurwitz, H. et al, *Phys. Fluids*, **4**(3)(1961), 380.

[7] Лерибас, А.А., *Физика Горения Взрыва*, **3**(4)(1967).

[8] Chadwick, M.D., Howd, D. et al, *British Welding J.*, **15**(1968), 180.

[9] Kennedy, K.E., *Proc. 12th Symp. New Mexico Section ASME*, (1972).

[10] 郑哲敏、杨振声等编著，爆炸加工，国防工业出版社，(1981).

[11] 张凯、金小石，爆炸与冲击，**4**(3)(1984), 20.

[12] 邵丙璜、陈维波等，爆炸与冲击，(2)(1981), 30.

[13] Lighthill, M J., *J. Aero. Sci.*, **20**(6)(1953), 402.


# MOTION OF THE FLYER PLATE UNDER GLANCING DETONATION


Shao Binghuang, Zhang Dengxia,

Li Guohao, Zhou Zhihong



**Abstract**

Motion of the flyer plate under glancing detonation is a two dimensional unsteady problem. Its analytical solution has not been found so far. In this paper, the end effect of the initiation is neglected, so this problem can be reduced to a steady problem. According to the theory of "Prandtl-Meyer" flow and Lighthill's "Piston Theory", a two dimensional approxmate solution is given. The calculated results of bending angle and the configuration of the flyer plate are in accord well with those shown in flash X-ray photographs. The error of the angle is generaly less than 2 degree.


?1994-2015 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net