

拓扑导向的自适应网格加密及其在多相流模拟中的应用¹

陈晓东 胡国庆

中国科学院力学研究所，非线性国家重点实验室，北京 100190

摘要 在空间特征尺寸变化较大的多相流动问题的模拟中，小尺寸区域要求比大尺寸区域更高的网格精度。针对局部区域的自适应网格加密能够在计算量一定的情况下提高局部网格精度，是量化流动细节的有效手段。根据数字拓扑理论，发展了拓扑导向的加密准则，可针对任意空间构型的薄区域进行动态加密。该技术可快速发现需要进行加密的区域，不需要厚度信息、方程求解或网格修复，且网格加密等级可在相关区域自动平滑分布。通过运行多个基准验证算例，证实了该方法的有效性和鲁棒性。该方法已被应用于雾化及相关问题的直接模拟和多相微流控问题的机理性研究。

关键词：自适应网格加密、拓扑导向、数字拓扑理论、多相流模拟。

对多尺度多相流动问题的数值模拟需要网格精度足以分辨最小的尺寸。在流动演变过程中，流动细节通常需要比初始特征尺寸小几个数量级的网格来捕捉。数值模拟的精度和消耗是基础和应用研究中需要权衡的关键因素。自适应网格加密算法是节约计算成本的常用方法。通过在特征尺寸大的区域布置稀疏网格，而在特征尺寸小的区域布置致密网格，可以在计算量一定的前提下增加模拟结果的细节。

自适应网格加密需要建立对应需求的准则。多相界面流动问题中通常需要针对界面区域进行局部加密，可根据界面处的物理量的特点建立加密准则。而在空间尺寸变化较大的问题中，特征尺寸小的区域内的网格精度相对不足，而特征尺寸大的区域内的网格精度过于致密。这就需要界面上的网格分辨率可以根据流场特征进行改变，以提供对流动细节的模拟。根据几何特征，小尺寸区域可以分为细和薄两种区域。细区域是界面当地曲率较大的区域，可以使用基于曲率半径的自适应网格加密方法进行局部加密[1]。而薄区域是界面当地曲率较大但厚度较小的区域，以往的加密方法采用测量薄区域厚度或建立长度准则的方式，方法复杂，且在初始化或计算过程中需要额外的算法进行网格修复。我们在基于八叉树自适应直角网格的基础上，发展了拓扑导向的高效动态加密方法[2]，不需要厚度信息、求解方程或网格修复。该方法已被应用于多个工程和基础研究问题中。

¹ 国家自然科学基金项目（11272321 和 11402274）资助。

图 1 显示了拓扑导向的自适应网格加密过程。图(a)和(b)为两界面在均一网格中相互靠近。图(a)中的液膜最薄处存在一个网格，而图(b)中的液膜内网格不足，无法准确求解薄膜内的流动。这就需要对液膜附近的网格进行动态拆分（图(c)和(d)），以保证在厚度方向上至少分布一个网格。实际上，这种加密方式保证了界面的拓扑结构。我们根据拓扑学中的 Jordan 曲线定理，建立了一个适用于计算流体力学的数字拓扑分离准则，即在每一个界面网格的顶端相邻网格中至少有两个分别包含两种流体的网格。这样只要网格加密保证了界面的拓扑分离准则，就可以保证薄区域的拓扑结构不发生变化，即薄区域得到了局部加密。具体算法简单可行，只要求在计算中判断界面处网格相邻网格的体积分数数值，并进行计数，就可以确定该界面是否需要网格拆分加密或网格合并疏化。

为满足薄区域中厚度方向上分布多个网格的要求，我们还对上述方法进行了扩展，基于八叉树的特点实现了任意层数的加密。为验证拓扑导向自适应网格加密方法的效率和鲁棒性，模拟了多个测试算例。结果表明该方法计算量要求极小，能得到与均一网格相同的结果，最大程度上减小了计算量。另外，在二维问题中，该方法还可为曲率半径较大的区域进行自适应加密。

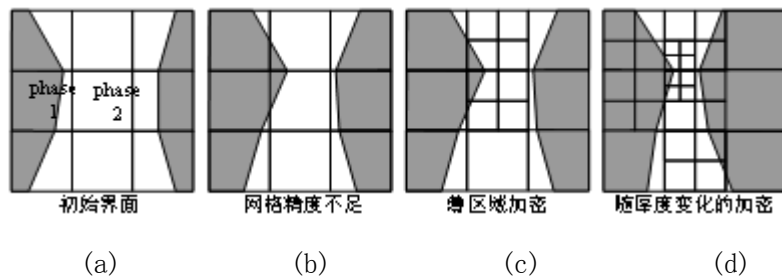


图1 拓扑导向的自适应网格加密过程的示意图。

该方法已被应用于雾化及相关问题的直接模拟。图 2(a)是两个油滴在空气中碰撞的三维模拟结果，使用了拓扑导向加密方法后，两液滴之间的空气薄膜中的流动可以得到很好的模拟，这保证了整个碰撞、弹开过程的真实模拟。在存在薄液膜的互击射流雾化的直接数值模拟中，拓扑导向的加密方法可以在空间变化的液膜中动态布置不同分辨率的网格，但始终保持厚度方向上分布两个网格。图 2(b)显示了模拟所得到的不同韦伯数下液膜的复杂的界面演化。

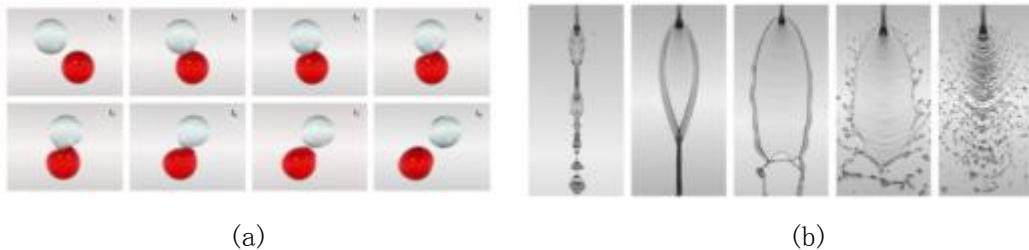


图2 拓扑导向的自适应网格加密方法在雾化及相关问题的直接模拟中的应用。

在液滴微流控中，受限液滴与壁面之间存在薄膜，使用拓扑导向的自适应网格加密

可在薄区域的厚度方向上生成指定层数的网格（图 3），提高基础研究的效率；在研究液滴在矩形微通道中的惯性迁移时，通道的长度为宽度的上百倍[3]，对液滴与壁面之间的局部加密可将计算消耗降低，从而将计算精度和时间控制在可行的范围内；在微通道中双液滴在电场中作用的模拟中，使用拓扑导向的自适应网格加密可以对泰勒锥前端进行局部加密，并真实模拟两液滴界面相互作用的动态过程[4]。

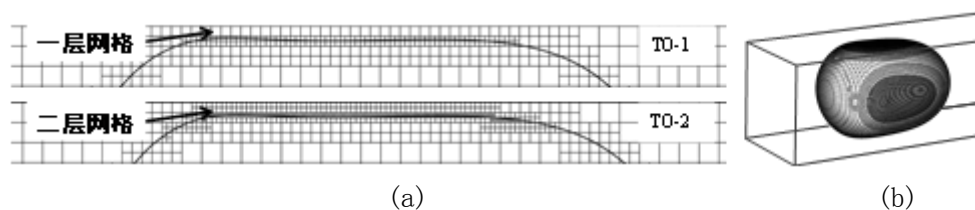


图3 拓扑导向的自适应网格加密在液滴微流动中的应用。(a)界面与通道壁面之间可生成指定层数的网格；(b)微通道中受限液滴界面网格。

参 考 文 献

- [1] S. Popinet, An accurate adaptive solver for surface-tension-driven interfacial flows, *J. Comput. Phys.* **228**, 5838 (2009).
- [2] X. Chen and V. Yang, Thickness-based adaptive mesh refinement methods for multi-phase flow simulations with thin regions, *J. Comput. Phys.* **269**, 22 (2014).
- [3] X. Chen, C. Xue, L. Zhang, G. Hu, X. Jiang, and J. Sun, Inertial migration of deformable droplets in a microchannel, *Phys. Fluids* **26**, 112003 (2014).
- [4] X. Chen, Y. Song, D. Li, and G. Hu, Deformation and Interaction of Droplet Pairs in a Microchannel Under ac Electric Fields, *Phys. Rev. Applied* **4**, 024005 (2015).