

文章编号:1000-8055(2017)01-0177-11

doi:10.13224/j.cnki.jasp.2017.01.024

# 高度欠膨胀声速射流的自相似特性

李晓鹏<sup>1</sup>, 姚卫<sup>1</sup>, 范学军<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院力学研究所 高温气体动力学国家重点实验室, 北京 100190;

2. 中国科学院大学 工程科学学院, 北京 100049)

**摘 要:** 构建了高压气体射流模型和高分辨率的计算网格,对喷压比(NPR)为 5.60、流动雷诺数  $Re$  为  $10^5$  量级的高度欠膨胀射流进行了三维大涡模拟(LES)计算. 讨论了时均的射流近场结构,发现大涡模拟成功捕捉到了高度欠膨胀射流近场的典型波系结构,并与文献结果吻合较好. 研究着重定量考察流向速度和氮气质量分数的分布规律,以揭示高度欠膨胀射流的自相似特性. 结果表明:在射流核心区之后,不同流向位置上流向速度和氮气质量分数沿径向的分布呈现出与亚声速射流类似的自相似特性. 但射流流场开始呈现自相似的位置仍然为超声速,这是高度欠膨胀射流自相似特性的独有特征. 提出了高斯拟合公式,在靠近和远离射流中心线的区域内均可较好地表征射流的自相似特性. 此外,还考察了射流剪切层的发展特征,比较了计算得到的射流剪切层增长率与先前实验测量结果的差异,并分析了其中可能的原因.

**关键词:** 高度欠膨胀射流; 大涡模拟; 自相似特性; 高斯拟合; 剪切层发展

中图分类号: V231.3

文献标志码: A

## Self-similarity characteristics of highly underexpanded sonic jet

LI Xiao-peng<sup>1</sup>, YAO Wei<sup>1</sup>, FAN Xue-jun<sup>1,2</sup>

(1. State Key Laboratory of High Temperature Gas Dynamics,

Institute of Mechanics, Chinese Academy of Science, Beijing 100190, China;

2. School of Engineering Science,

University of Chinese Academy of Science, Beijing 100049, China)

**Abstract:** A three-dimensional large eddy simulation (LES) of a highly underexpanded jet with nozzle pressure ratio (NPR) of 5.60 and the magnitude of flow Reynolds number of  $10^5$  was carried out based on high-pressure gas jet injection model and high-resolution mesh. The near-field wave structures of the highly underexpanded jet were successfully captured by LES, and also agreed well with the available references data. The quantitative investigation of the radial distributions of streamwise velocity and nitrogen mass fraction was performed to reveal the self-similarity characteristics of the highly underexpanded jet. Result showed that, the self-similarity characteristics of radial profiles of streamwise velocity and nitrogen mass fraction previously observed for subsonic jets were also confirmed in the downstream jet core for the current highly underexpanded jet. The flow where the self-similarity started was still supersonic, showing a distinctive feature for the self-similarity characteristics of highly underexpanded jets. The proposed Gauss fitting formulas can well present the self-similarity characteristics of the regions close to or far away from the jet centerline. In addition, the de-

收稿日期:2015-05-11

基金项目:国家自然科学基金(11502270); 中国博士后科学基金(2016M591258)

作者简介:李晓鹏(1987-),男,博士生,主要从事大涡模拟、超声速混合与燃烧等方面的研究.

引用格式:李晓鹏,姚卫,范学军. 高度欠膨胀声速射流的自相似特性[J]. 航空动力学报,2017,32(1):177-187. LI Xiaopeng, YAO Wei, FAN Xuejun. Self-similarity characteristics of highly underexpanded sonic jet[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(1):177-187.

velopment feature of the jet shear layer was studied, the jet growth rate obtained was compared with the previous experimental results, and the possible explanation for the difference was observed.

**Key words:** highly underexpanded jet; large eddy simulation; self-similarity characteristics; Gauss fitting; shear layer development

射流是自然界和生活生产中常见的一种流动现象, Donaldson 等<sup>[1]</sup>在总结大量实验测量结果的基础上, 根据喷压比 (nozzle pressure ratio, NPR, 量符号记为  $R_{np}$ ) 将射流分为 3 种不同的类型: ①亚声速射流; ②中度欠膨胀射流; ③高度欠膨胀射流. 在亚声速射流中, 通常根据流向速度受扰动情况将流场分为 3 个典型的流动区域<sup>[2]</sup>: ①初始段, 喷嘴出口至射流核心区的末端; ②主体段, 射流下游绝大部分为充分发展的湍流掺混区; ③过渡段: 初始段和主体段之间的区域. 大量的实验测量<sup>[2-5]</sup>和数值计算<sup>[6-7]</sup>结果表明, 在亚声速射流的主体段, 不同流向位置处时均流向速度沿径向上的分布是相似的或自保持的.

高度欠膨胀射流是指射流喷压比满足  $2 < p_1/p_\infty$ ,  $3.83 < p_0/p_\infty$  的情形, 其中  $p_0$  是射流来流总压,  $p_1$  是射流喷管出口处的静压,  $p_\infty$  是外部环境压力, 喷压比  $R_{np} = p_0/p_\infty$ . 高度欠膨胀射流在高速推进领域得到广泛的应用, 如超燃冲压发动机燃烧室内的燃料喷注、超声速战机和航天飞机以及火箭等的推进系统, 一直是国际上研究的热点<sup>[1,8-13]</sup>. 但值得注意的是, 在高度欠膨胀射流喷嘴出口附近, 形成了不同于亚声速射流的典型波系结构, 包括马赫桶、马赫盘、反射激波、拦截激波, 和滑移线等, 这使得高度欠膨胀射流的流场结构更加复杂.

与亚声速射流相比, 高度欠膨胀射流近场的特征运动时间尺度较小, 一般在  $\mu\text{s}$  量级, 这使得采用实验手段测量射流流场的速度分布等较为困难. 因此, 自 Adamson 等<sup>[8]</sup>给出高度欠膨胀射流的近场结构后, 国际上开展的相关实验研究主要采用纹影等实验手段研究射流近场的时均特征或者准稳态结构. 例如, Crist 等<sup>[9]</sup>等采用纹影方法考察了马赫盘高度和宽度随喷压比的变化规律; Chuech 等<sup>[10]</sup>研究了可压缩性对近场波系结构的影响; Panda<sup>[11]</sup>考察了欠膨胀射流的激波振荡现象; Wu 等<sup>[12]</sup>研究温度对射流马赫盘结构、尺度, 以及扩展角等的影响; Daniel 等<sup>[14]</sup>考察了射流马赫盘与内剪切层的关系. 迄今为止, 国内外对高度欠膨胀射流下游是否满足类似于亚声速射流的速

度自相似特性还鲜有相关的研究和报道.

近年来, 随着计算机水平的提高和数值方法的发展, 开始有学者采用数值手段研究高度欠膨胀射流的流动特性. 但由于欠膨胀射流具有高度的三维效应和非定常特性, 以及其流动雷诺数较大 (为  $10^5$  量级), 使得数值计算较为困难. 目前对高度欠膨胀射流开展的数值研究主要采用雷诺平均方法<sup>[15-17]</sup>, 也基本给出射流近场的时间平均特征. 目前对高度欠膨胀射流三维大涡模拟 (LES) 计算的研究较为少见, Vuorinen 等<sup>[18]</sup>在国际上采用大涡模拟方法首先考察了射流喷压比对欠膨胀射流流场结构的影响. 此外, 在欠膨胀射流中, 射流下游剪切层/激波相互作用所产生的声波会反馈到上游改变射流出口处初始剪切层的形状和结构, 而上游流场结构的改变又会影响到下游剪切层的发展<sup>[19-22]</sup>. 因此, 能否构建符合实际流动规律的高压气体射流模型正确的捕捉这种声波反馈现象, 成为高度欠膨胀射流三维数值模拟成功与否的关键.

本文首先简要概述了不可压缩射流速度相似率的主要结论, 然后构建了符合物理流动规律的高压气体射流模型和高分辨率的计算网格, 采用基于开源的 OpenFOAM C++ 函数库<sup>[23]</sup>开发的 AstroFoam 求解器对射流喷压比为 5.60、流动雷诺数为  $10^5$  量级的高度欠膨胀声速射流进行了大涡模拟计算. 考察了射流近场马赫桶的形状和尺寸, 和实验测量以及相关研究结果进行了比较, 验证了本文中采用的计算模型和数值方法的可靠性, 然后通过仔细分析 LES 结果, 定量的考察了高度欠膨胀射流速度和射流气体质量分数的分布规律, 探讨了高度欠膨胀射流流场的自相似特征.

## 1 亚声速射流的速度相似率

在亚声速射流的主体段, 不同流向位置处时均流向速度  $U_y$  沿径向上的分布满足相似率<sup>[2-7]</sup>

$$\frac{U_y}{U_{y,cl}} = f\left(\frac{x}{b_{1/2}}\right) \quad (1)$$

其中  $U_y$  是射流某一断面上任一点的时均流向速度,  $U_{y,cl}$  是该断面上中心线上的时均流向速度,

$b_{1/2}$  是射流特征半厚度, 是  $U_y = 1/2U_{y,cl}$  时  $x$  的值. 此外, 实验也发现, 亚声速射流的半扩展厚度沿着流向线性扩展, 即有

$$b_{1/2} = C_b(y - c) \quad (2)$$

其中  $C_b$  是常数,  $c$  是射流源点或极点的坐标.

Tollmien 和 Schlichting 采用 Prandtl 混合长模式和涡黏性模型求解边界层控制方程, 分别给出了低速圆形射流时均速度分布的 Tollmien 和 Gortler 数值解<sup>[24-25]</sup>, 其形式分别为

$$\frac{U_y}{U_{y,cl}} = \left(0.8 + \frac{0.2}{1 - |x/b_{1/2}|}\right) \cdot \exp\left[-0.588\left(\frac{x}{b_{1/2}}\right)^2\right] \quad (3)$$

$$\frac{U_y}{U_{y,cl}} = \frac{1.0}{[1.0 + 0.414(x/b_{1/2})^2]^2} \quad (4)$$

刘沛清<sup>[25]</sup>给出了这两个解的详细推导过程, 并与 Reichardt 的实验数据进行了比较, 发现: 在整体上, 这两个理论解都和实验测量吻合得很好; 在靠近射流中心轴线附近, Gortler 解与实验结果吻合的更好; 在远离射流中心轴线区域, Tollmien 解与实验吻合得更好.

## 2 计算方法

### 2.1 物理模型

图 1 给出了本文采用的计算模型与计算网络. 计算区域大小为  $50 \text{ mm} \times 100 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$ , 高压氮气经一个变截面收缩喷管喷注到静止大气中. 喷管的总高度为  $20 \text{ mm}$ , 喷管入口直径  $d$  为  $8 \text{ mm}$ , 出口直径  $D$  为  $2 \text{ mm}$ .

在计算中, 静止大气分别由质量分数为  $0.76699$  的氮气和  $0.23301$  的氧气组成, 温度为

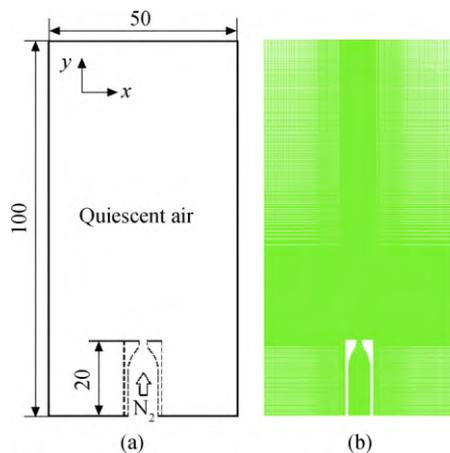


图 1 计算模型与计算网格(单位: mm)

Fig. 1 Computational model and grid (unit: mm)

$T_\infty = 300 \text{ K}$ , 压力  $p_\infty = 101325 \text{ Pa}$ , 密度  $\rho_\infty = 1.17 \text{ kg/m}^3$ , 速度  $U_\infty = 0 \text{ m/s}$ . 射流气体为氮气, 即氮气质量分数  $\omega_{N_2} = 1.0$ , 射流喷压比  $R_{np} = 5.60$ , 射流出口约为声速, 具体参数见表 1 所示, 表中  $Ma_1, U_1, Re_1$  表示喷管出口的马赫数, 速度, 雷诺数;  $T_0$  表示射流来流总温. 值得注意的是, 为了加快喷管内流动的收敛, 本文采用了一个线性分布来初始化喷管内的压力场和温度场.

表 1 流动参数与仿真条件

Table 1 Flow parameters and simulation conditions

$Ma_1$	$p_1/\text{MPa}$	$p_0/\text{MPa}$	$T_0/\text{K}$
1.0	0.3	0.57	360.0
$U_1/(\text{m/s})$	$Re_1/10^5$	$p_1/p_\infty$	$p_0/p_\infty$
353.1	1.36	2.96	5.60

边界条件的具体提法为: ①喷管入口. 亚声速入流条件, 采用总温和总压条件, 允许速度随时间变化; ②喷管壁面. 温度采用绝热壁边界条件, 压力采用零梯度条件, 速度采用无滑移条件; ③计算区域的出口和 4 个自由面. 速度、压力和温度均采用零梯度边界条件. 流动中大尺度结构的特征运动时间  $t_0$  采用喷管出口直径  $D$  和射流近场附近最大速度  $2U_1$  定义, 即  $t_0 = D/2U_1 \approx 2.5 \times 10^{-6} \text{ s}$ . 氮气流过整个计算域的时间  $t_{total} \approx 0.5 \text{ ms} = 200t_0$ , 本文总模拟时间  $4t_{total} = 2.0 \text{ ms} = 800t_0$ , 是 Vuorinen 等<sup>[18]</sup>进行欠膨胀射流大涡模拟计算时间的 4 倍. 每  $2t_0$  输出一次计算结果, 并根据  $200t_0 \sim 800t_0$  的计算结果(共 300 个时间步)进行时均统计.

### 2.2 数值方法

本文采用作者课题组开发的 AstroFoam 求解器对经过 Favre 滤波后的 Navier-Stokes 方程(包含组分输运方程)进行离散求解, 滤波后的亚格子项采用湍动能-一方程模型进行模拟. AstroFoam 求解器是以 OpenFoam C++ 函数库中标准的 rhoCentralFoam 求解器<sup>[26]</sup>为基础开发的超声速可压缩化学反应流动大涡模拟求解器. 在 AstroFoam 求解器中, 数值通量构造采用可压缩 Kurganov-Tadmor 中心-迎风差分格式<sup>[27]</sup>, 原始变量界面值重构采用 NVD(normalised variable diagram)系列激波高分辨率差分格式. 方程矩阵代数求解采用预条件共轭梯度求解器(PCG/PBiCG)和代数多重网格迭代方程求解器(GAMG). 时间推进采用 2 阶隐式 Euler 方法. 此

外,热物性参数和输运参数采用 NIST-JANAF 的热动力学数据库<sup>[28]</sup>和 Sutherland 公式进行计算,相关细节可参见文献<sup>[29-30]</sup>.

计算中采用的计算网格见图 1(b)所示,为六面体的结构网格,总数约为  $27.3 \times 10^6$ . 在网格的设计过程中,根据李晓鹏等<sup>[31]</sup>给出的湍流特征尺度预估方法估计了本文计算工况下流动的特征长度尺度,对射流出口、射流剪切层等流动核心区域的网格进行了加密,使得喷嘴附近的网格分辨率与文献<sup>[18,32-34]</sup>进行超声速射流大涡模拟计算采用的网格基本一致. 在计算中,稳定性系数 CFL (Courant-Friedrich-Lewy) 数取为 0.6,与之相对应的的时间步长为  $\Delta t \approx 1.37 \times 10^{-8}$  s,此时  $\Delta t \cdot a/D = 2.42 \times 10^{-3}$ ,这与 Génin 等<sup>[33]</sup>在超声速横向射流大涡模拟计算中采用的时间步长接近.

### 3 结果及讨论

#### 3.1 马赫盘

图 2(a)给出了本文 LES 计算得到的高度欠膨胀射流的时均密度梯度 ( $\lg(|\nabla \bar{\rho}|)$ ) 分布. 可以看出,本文成功的捕捉到了高度欠膨胀射流近场的典型结构,如拦截激波、马赫盘、滑移线,反射激波,以及四者交汇的分叉点,这与先前的实验测量<sup>[1,8-10,12-14]</sup>和数值计算<sup>[15-18]</sup>结果吻合较好.

杨猛<sup>[35]</sup>对射流总压为 0.25~5.0 MPa 的氮气声速射流进行了纹影测量,实验中采用的曝光时间为 600  $\mu$ s,因此其测量结果可以看作是时间平均的结果. 图 2(b)给出了与本文数值计算在相同喷压比下的纹影测量结果. 可以看出,在射流近场  $y/D < 5$ , LES 计算结果和实验结果符合的非常好,特别是本文 LES 计算准确地捕捉到了马赫盘的位置(第 1 条线)、射流边界上第 1 个激波反射点的位置(第 2 条线),以及射流边界上第 2 个激波反射点的位置.

Ashkenas 等<sup>[36]</sup>通过大量实验测量,给出了在高喷压比下 ( $R_{np} = 20 \sim 200$ ) 马赫盘高度  $H_m$

和射流喷压比  $R_{np}$ 的经验关系式<sup>[9,36]</sup>

$$\frac{H_m}{D} = C_h \sqrt{\frac{p_0}{p_\infty}} \quad (5)$$

其中  $C_h$  是常数,其值为 0.67. Ewan 等<sup>[37]</sup>的实验测量发现,在低喷压比条件下 ( $R_{np} < 10$ ) 无量纲常数  $C_h \approx 0.55$ ,随着射流喷压比的增大,  $C_h$  逐渐趋近于 0.67. 表 2 定量的给出了本文 LES 计算的射流马赫盘的高度 ( $H_m$ ) 和直径 ( $W_m$ ),以及 Vuorinen 等<sup>[18]</sup>采用 LES 计算的在相近喷压比下 ( $R_{np} = 5.5$ ) 的结果. 可以看出,本文 LES 计算的无量纲马赫盘高度系数为  $C_h = 0.61$ ,位于 Ashkenas 等<sup>[36]</sup>与 Ewan 等<sup>[37]</sup>的实验结果之间,与 Vuorinen 等<sup>[18]</sup>的大涡模拟计算的结果 ( $C_h = 0.62$ ) 非常接近.

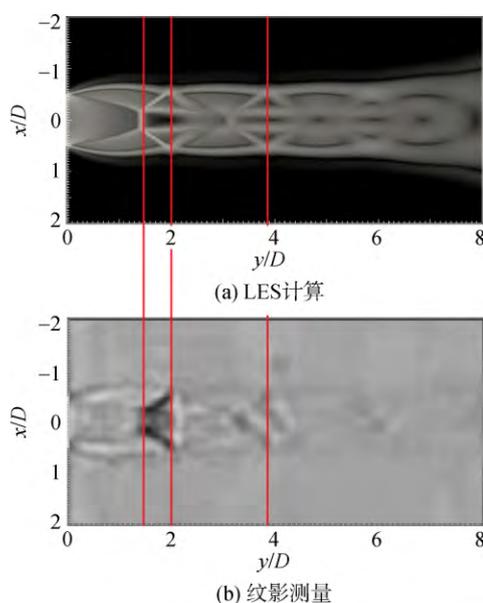


图 2 LES 计算和纹影测量的时均密度梯度

Fig. 2 Time-averaged density gradient obtained by LES and schlieren measurement

#### 3.2 流向速度分布

图 3 给出了射流处于准稳态时中心线平面上的瞬时和平均速度分布. 从中可以看出,在射流近

表 2 马赫盘高度和直径比较

Table 2 Comparison of the Mach disk height and diameter

References	Technique	$D/\text{mm}$	$p_0/p_\infty$	$H_m/D$	$W_m/D$	$C_h$
Ref. [36]	Exp.		20~200			0.67
Ref. [37]	Exp.		~10			0.55
Ref. [18]	LES	1.4	5.50	1.43	0.36	0.62
Present work	LES	2.0	5.60	1.45	0.38	0.61

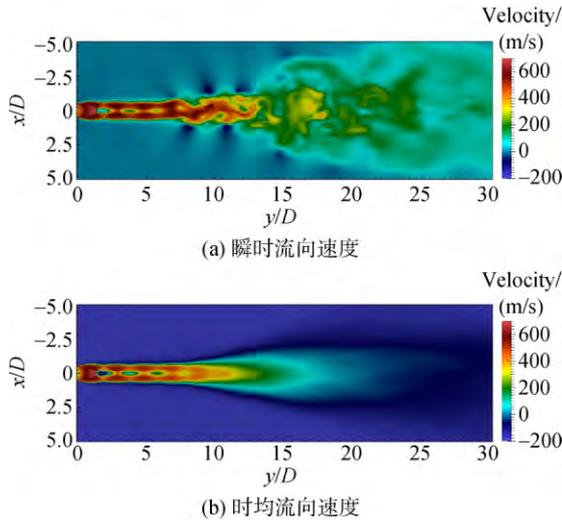


图 3 射流中心线平面上的瞬时和时均流向速度分布  
Fig. 3 Instantaneous and time-averaged contour of streamwise velocity on the jet centerline plane

场  $y/D < 10$  范围内,射流剪切层较窄,流向速度受到准稳态激波胞格的调制作用,高速和低速区交替出现.在射流下游  $y/D > 10$ ,随着剪切层上大尺度拟序结构的发展,剪切层逐渐变宽,流向速度呈现出中心线附近的值较大等分布特点.此外,图 3 也表明,射流的瞬时和时均速度分布存在较大的差异,流场中存在着较强的湍流脉动特征,采用高时空分辨率的大涡模拟方法对高度欠膨胀射流进行研究显得极其必要.

图 4(a) 定量给出了射流近场附近不同流向位置上无量纲流向速度沿径向的分布,从中可以看出,在射流近场,流动主要位于和射流喷嘴直径相当的射流核心内 ( $x/D = -0.5 \sim 0.5$ ),对环境流体的影响较小.在马赫盘之后 ( $y/D > 2$ ),随着沿着流向分布的正激波串,内剪切层内出现交替分布的低速区和高速区.流向速度的最小值位于中心轴线上,最大值则也随着激波串交替出现在射流外剪切层和射流内剪切层(滑移线)上,比如,  $y/D = 3$  时流向速度的最大值位于内剪切层上,  $y/D = 4$  时流向速度的最大值位于外剪切层上,而  $y/D = 5$  时流向速度的最大值又位于内剪切层上.随着射流压力与环境压力匹配,沿着流向分布的正激波逐渐变弱,高速区和低速区的差异缩小,流动开始沿着径向方向发展,流向速度的最大值也开始位于中心轴线上.图 4(b) 定量的给出了射流下游不同流向位置上的均流向速度沿径向的分布.从中可以看出,在射流下游,流向速度的最大值位于射流中心轴线上,中心轴线上的无量纲速度沿着流向方向迅速衰减,从  $y/D = 10$  的约为

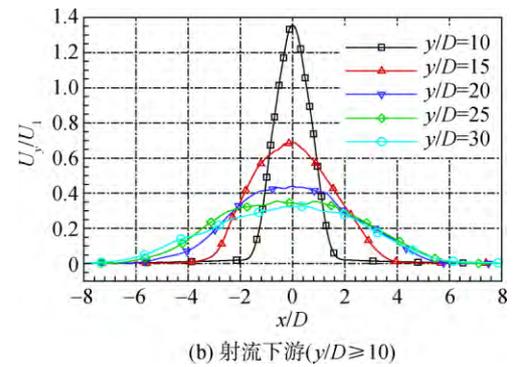
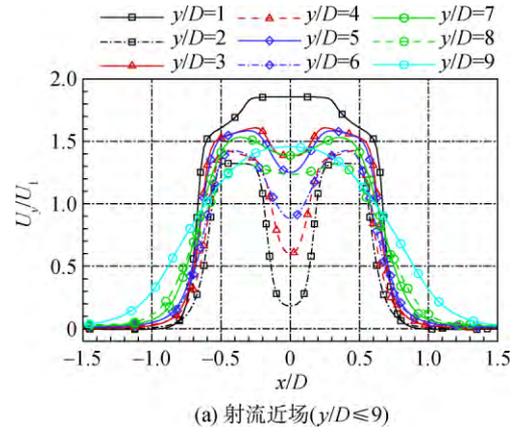


图 4 无量纲时均流向速度沿径向的分布  
Fig. 4 Radial profiles of non-dimensional time-averaged streamwise velocities

1.3,减小到  $y/D = 30$  的约为 0.3,与此同时,射流也发展到更远的径向方向上.

本文在射流下游,采用了和在第 1 章中介绍的亚声速射流中类似的处理方法,首先根据下式计算了射流不同流向位置上的特征半厚度  $b_{1/2}$ :

$$b_{1/2} = \frac{b_{1/2}^+ - b_{1/2}^-}{2.0} \quad (6)$$

其中  $b_{1/2}^+$  和  $b_{1/2}^-$  分别是  $x$  轴正、负半轴的特征半厚度.然后,采用中心轴线上值对不同位置上的速度进行无量纲化,由此得到的结果见图 5 所示.图 5 中也给出了式(3)和式(4)所示的 Tollmien 解和 Gortler 解,作为比较.可以看出,在欠膨胀射流下游 ( $y/D \geq 10$ ),不同流向位置上无量纲时均速度沿径向的分布曲线近似重合,可以用统一的表达式表示,即呈现出和亚声速射流类似的自相似特性.图 5 也表明,在整体上, Tollmien 解和 Gortler 解与本文 LES 计算的结果符合较好.在靠近中心轴线附近, Gortler 解与 LES 计算的结果吻合的更好;在远离射流中心轴线区域, Tollmien 解与本文 LES 计算的结果吻合的更好,这和在第 1 章所述关于亚声速射流实验测量的结论

基本一致. 图 5 中也给出了本文采用高斯函数进行拟合的结果, 其形式如下:

$$\frac{U_y}{U_{y,cl}} = \exp\left[-C_U\left(\frac{x}{b_{1/2}}\right)^2\right] \quad (7)$$

其中  $C_U$  是基于速度的拟合系数, 值为 0.757, 拟合的标准差为  $2.2 \times 10^{-3}$ . 可以看出, 不管是在靠近或者是远离射流中心线的区域, 式(7)给出的高斯拟合都与本文 LES 计算结果吻合较好.

图 6 给出了高度欠膨胀射流中心线上的时均压力、密度、氮气质量分数, 以及马赫数的分布. 从中可以看出, 欠膨胀射流核心区的长度约为  $9D$ . 在  $0 \sim 9D$  的射流近场, 存在 5 个准稳态的激波胞格结构, 压力沿着激波胞格结构呈振荡式的下降. 与此同时, 射流中心线上的马赫数分布也受到激波胞格的调制, 亚声速和超声速区交替出现. 在高度欠膨胀射流的流向速度分布开始呈现出自相似特性的约  $y/D=10$  处(高度欠膨胀射流核心区的末端), 中心线上的马赫数约为 1.5, 仍然为超声速, 并且超声速区域一直持续到约  $y/D=13$  处. 这是高度欠膨胀射流流向速度分布的自相似特性区别于低速不可压缩射流自相似特性的新特点.

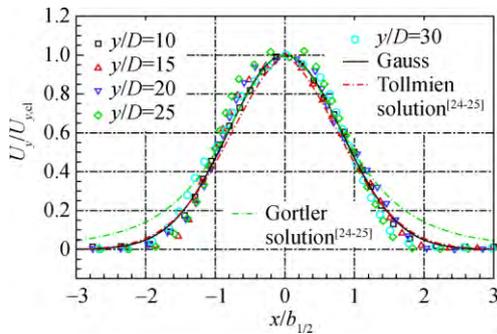
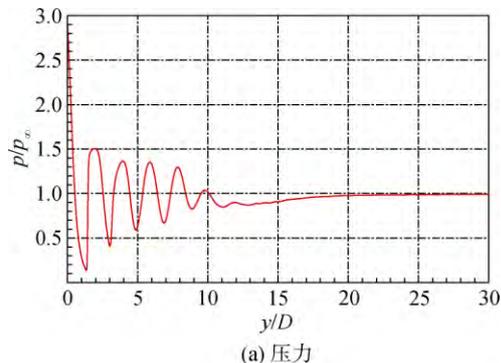
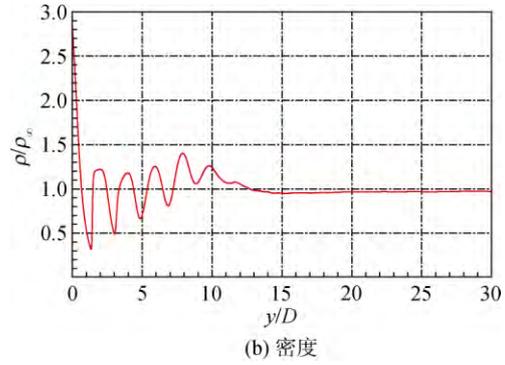


图 5 高度欠膨胀射流下游不同流向位置上流向速度分布的自相似特性

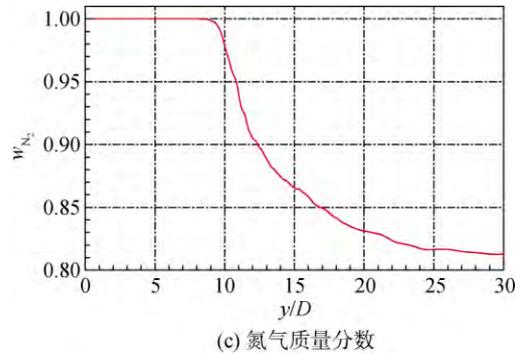
Fig. 5 Self-similarity characteristics of streamwise velocities at different streamwise positions for highly underexpanded jet



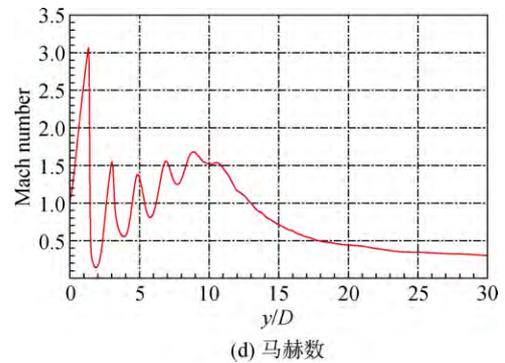
(a) 压力



(b) 密度



(c) 氮气质量分数



(d) 马赫数

图 6 射流中心线上的时均流动参量分布

Fig. 6 Time-averaged flow parameters along the jet centerline

### 3.3 氮气质量分数分布

图 7 给出了欠膨胀射流处于准稳态时的瞬时和时均氮气质量分数分布. 可以看出, 在射流近场  $y/D < 10$ , 射流剪切层的宽度沿着流向几乎不变, 氮气射流主要分布在与射流孔直径相当的范围内 ( $-0.5 < x/D < 0.5$ ), 对环境的影响较小. 在射流下游  $y/D > 10$ , 射流剪切层上形成的大尺度拟序结构将氮气射流输运到更远的径向方向上, 提高了氮气在法向方向上的射流穿透深度, 有力的促进其与周围环境空气之间的混合.

图 8 定量地给出了射流近场和下游不同流向位置上时均氮气质量分数沿径向的分布. 可以看出, 在射流近场 ( $y/D < 6$ ), 在不同的流向位置上

氮气沿径向的分布几乎是相同的,即可以用下面的表达式表示:

$$w_{N_2} = f\left(\frac{x}{D}\right) \quad (8)$$

射流在向下游发展的同时,也开始向较远的径向方向上扩展.在射流远场( $y/D \geq 10$ ),氮气质量分数在中心线上有最大值.由于质量扩散和湍流掺

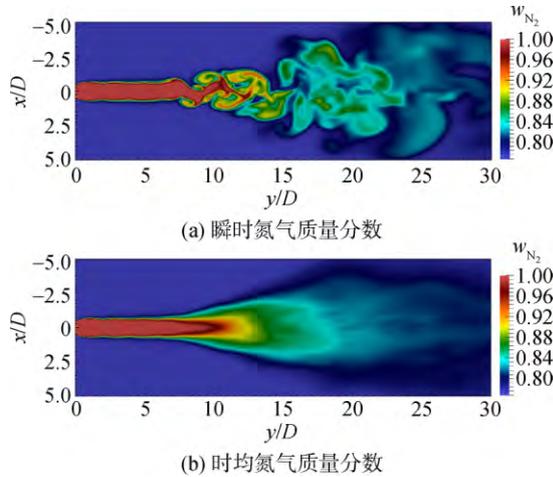


图 7 射流中心线平面上的瞬时和时均氮气质量分数分布

Fig. 7 Instantaneous and time-averaged nitrogen mass fraction contour on the jet centerline plane

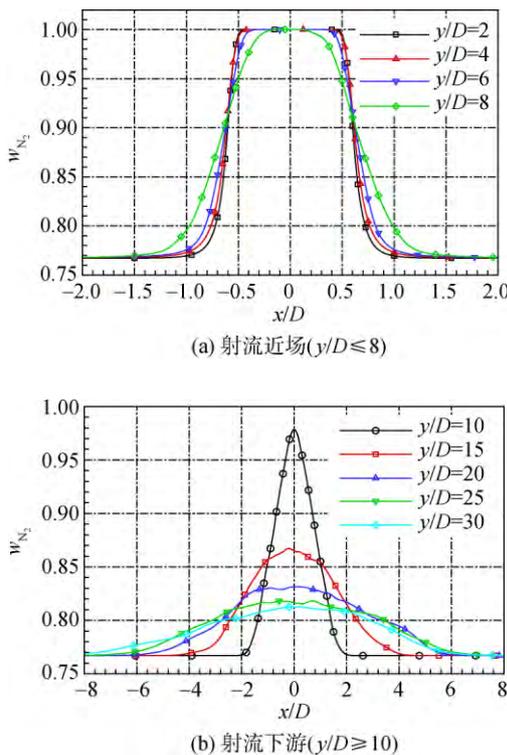


图 8 时均氮气质量分数沿径向的分布

Fig. 8 Radial profiles of time-averaged nitrogen mass fraction

混的共同作用,中心线上氮气质量分数沿着流向迅速减小,由  $y/D=10$  处的 0.98 减小到  $y/D=30$  处的约 0.813.与此同时,在径向方向上氮气射流扩展到更远的距离.

Wu 等<sup>[12]</sup>采用拉曼散射(Raman scattering)方法测量了欠膨胀乙烯射流中乙烯的空间分布,发现在下游  $y/D=112$  处,乙烯摩尔分数  $X$  沿径向的分布符合形如式(7)的高斯分布

$$\frac{X}{X_{cl}} = \exp\left[-C_X \left(\frac{x}{D}\right)^2\right] \quad (9)$$

其中  $X_{cl}$  是中心线上乙烯的摩尔分数,  $C_X$  是基于摩尔分数的拟合系数,其值为  $C_X \approx 0.0062$ .

图 9 给出了本文 LES 计算得到的高度欠膨胀射流时均的氮气质量分数(采用中心轴线上值进行无量纲化)在  $y/D=10, 20,$  和  $30$  等位置处沿径向的分布.图 9 同时也给出了相应位置上采用式(9)进行高斯拟合的结果,其中 3 个不同位置上的拟合系数  $C_X$  依次是 0.94, 0.075 和 0.05.可以看出,在射流下游的不同的流向位置上,本文 LES 计算的氮气质量分数分布与高斯拟合曲线吻合较好.由此可以得到与 Wu 等<sup>[12]</sup>通过实验测量类似的结论,即在高度欠膨胀射流下游不同的流向位置上,氮气沿径向的分布符合高斯分布.

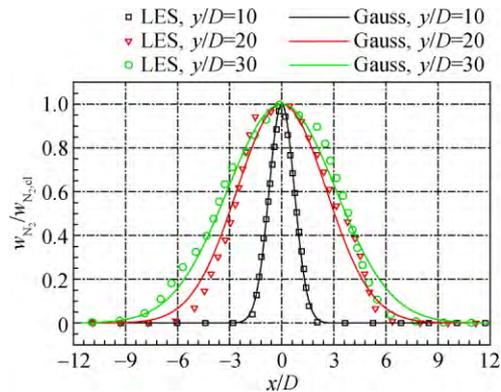


图 9 不同流向位置上 LES 和 Gauss 拟合的时均氮气质量分数比较( $y/D=10, 20, 30$ )

Fig. 9 Comparison between the LES results and the Gauss fitting on the time-averaged nitrogen mass fraction at different streamwise positions ( $y/D=10, 20, 30$ )

本文按照与第 3.2 节中给出的时均流向速度分析类似的处理方法,计算了射流下游  $y/D \geq 10$  不同流向位置上基于时均氮气质量分数的特征半厚度  $b_{1/2}$ , 并采用中心线上的氮气质量分数 ( $w_{N_2, cl}$ ) 值对氮气质量分数进行了无量纲化处理,由此得到的结果见图 10 所示.值得注意的是,在

图 10 中,  $b_{1/2}$  的定义为  $\omega_{N_2} = 1/2\omega_{N_2,cl}$  时的  $x$  值, 同样采用式(6)进行计算. 从图 10 可以看出, 射流下游的不同流向位置上的无量纲时均氮气质量分数沿径向的分布曲线近似重合, 即呈现出与图 5 所示的流向速度分布类似的自相似特性. 图 10 也给出了本文采用类似式(7)和式(9)的形式进行高斯拟合得到的结果, 拟合表达式为

$$\frac{\omega_{N_2}}{\omega_{N_2,cl}} = \exp\left[-C_w\left(\frac{x}{b_{1/2}}\right)^2\right] \quad (10)$$

其中  $C_w$  是基于质量分数的拟合系数, 其值为  $C_w = 0.755$ , 拟合的标准差为  $2.4 \times 10^{-3}$ . 可以看出, 不管是在靠近或者远离中心线的位置上, 式(10)给出的高斯拟合均可以很好地表征高度欠膨胀射流下游不同流向位置上时均氮气质量分数沿径向分布的自相似特性. 更重要的是, 图 5 和图 10, 以及式(7)和式(10)增加了目前对高度欠膨胀射流的流场分布规律以及射流气体混合规律等的认识, 可以为预测射流下游的流向速度分布以及射流气体质量分数分布提供一定的理论参考.

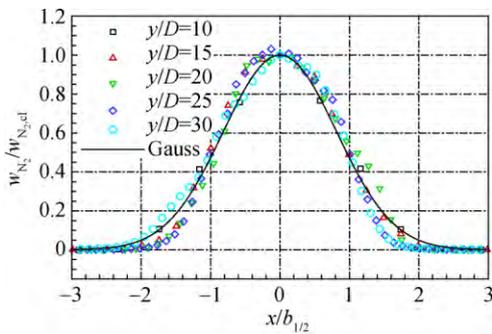


图 10 射流下游不同流向位置上时均氮气质量分数沿径向分布的自相似特性 ( $y/D \geq 10$ )

Fig. 10 Self-similarity characteristics of the time-averaged nitrogen mass fraction at different streamwise positions in the downstream of jet ( $y/D \geq 10$ )

### 3.4 剪切层发展

射流的半扩展厚度可以定量的反映射流剪切层的发展. 图 11 给出了基于氮气质量分数和流向速度的特征半厚度  $b_{1/2}^w$  和  $b_{1/2}^U$  沿流向的分布. 从中可以看出, 在射流近场  $y/D \leq 8$ , 基于氮气质量分数的特征半厚度  $b_{1/2}^w$  几乎不随流向位置而改变. 在欠膨胀射流下游  $y/D \geq 10$ ,  $b_{1/2}^w$  和  $b_{1/2}^U$  均沿着流向线性增加, 这与在第 1 章中所述的亚声速射流的半扩展厚度沿着流向线性扩展的结论是相似的. 值得注意的是, 在  $y/D = 10 \sim 15$  的范围内, 基于氮气质量分数的特征半厚度  $b_{1/2}^w$  和基于流向速

度的特征半厚度  $b_{1/2}^U$  近似相等. 然而, 在  $y/D = 20$  之后, 由于质量扩散的作用, 使得  $b_{1/2}^w > b_{1/2}^U$ , 并且随着射流向下游的发展, 两者的差距进一步增大. 图 11 中给出了射流下游  $b_{1/2}^w$  和  $b_{1/2}^U$  的线性拟合曲线. 其中,  $b_{1/2}^w$  的拟合直线的斜率为 0.208,  $b_{1/2}^U$  的拟合直线的斜率为 0.184, 这定量的反映了氮气质量分数的剪切层与速度边界层发展速率之间的差异.

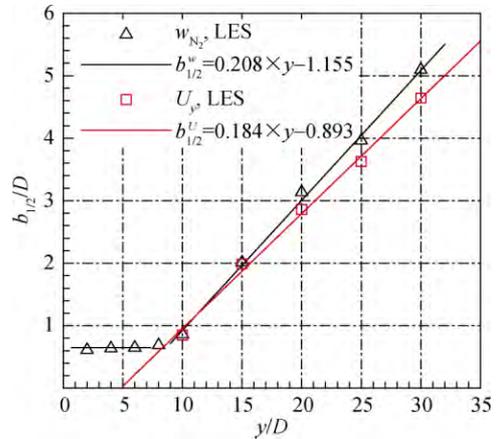


图 11 基于氮气质量分数和流向速度的特征半厚度比较

Fig. 11 Comparison between the nitrogen mass fraction half-width and the streamwise velocity half-width

Ferdman 等<sup>[38]</sup> 针对低速不可压缩圆孔射流的实验测量结果表明, 在射流下游的自相似区域内, 时均流向速度的倒数沿着流向方向线性增加, 即有

$$\frac{U_1}{U_y} = 1.7\alpha\left(\frac{y}{D}\right) \quad (11)$$

其中  $\alpha$  近似等于射流剪切层宽度沿流向的增长率, 即有

$$\alpha = \frac{\partial(b_{1/2}^U/D)}{\partial(y/D)} \quad (12)$$

Bülent 等<sup>[39]</sup> 采用实验手段测量了欠膨胀射流下游速度的分布, 并在式(11)的基础上引入  $(\rho_\infty/\rho_2)^{1/2}$  考虑可压缩性对射流剪切层发展的影响 ( $\rho_2$  表示完全膨胀时的密度), 即有

$$\frac{U_2}{U_y} = 1.7\alpha\left(\frac{\rho_\infty}{\rho_2}\right)\left(\frac{y}{D_2}\right) \quad (13)$$

值得注意的是, 文献[39]研究的是欠膨胀射流处于完全膨胀(完全膨胀时的压力  $p_2 = p_\infty$ ) 状态之后  $y/D = 40 \sim 300$  之间流向速度的分布特征, 式(13)中也采用射流处于完全膨胀时的速度  $U_2$  和喷管出口直径  $D_2$  进行无量纲处理. 在采用式

(13)所示的可压缩修正对实验结果进行处理后, Bülent 等<sup>[39]</sup>得到了不同喷压比下流向速度增长率 $\alpha$ 的平均值,即有  $K=1.7\alpha\approx 0.16$ ,并由此得到射流剪切层宽度的增长率为  $\alpha=K/1.7=0.095$ .

对于本文考虑的工况,上文的时均统计结果表明,在  $y/D\geq 10$  的范围内,流向速度和氮气质量分数的分布呈现出了自相似特性.但由于计算区域的限制,在本文讨论的范围内,射流始终没有达到完全膨胀状态,见图 12 所示.正如上文所言,本文考虑的高度欠膨胀射流的自相似特性包含了射流近场的部分超声速区域,由此可以预期的是,本文得到射流剪切层增长率等结果将会与 Bülent 等<sup>[39]</sup>针对射流处于完全膨胀状态之后进行统计得到的结果不同.图 13 给出了本文计算的无量纲流向速度沿射流中心线的分布,其中采用喷嘴出口参数无量纲化得到的斜率为 0.121,小于进行可压缩修正后得到的结果 0.202,这一趋势和 Bülent 等<sup>[39]</sup>的实验测量相一致.更重要的是,图 13(b)给出的考虑可压缩修正后流向速度分布的斜率  $K=0.202$ ,大于 Bülent 等<sup>[39]</sup>实验测量的结果  $K\approx 0.16$ .这说明,在本文重点考察的  $10\leq y/D\leq 30$  范围内,大量大尺度拟序结构得以快速从射流剪切层形成并向下游输运(见图 3(a)和图 7(a)所示),此时欠膨胀射流处于快速发展区域,射流剪切层的增长速率要大于在更远的下游射流压力与环境压力匹配后射流处于充分发展阶段时剪切层的增长速率.

此外注意到,根据 Ferdman 等<sup>[38]</sup>针对不可压缩射流提出的经验关系式  $\alpha=K/1.7$  计算得到的剪切层增长率为  $\alpha=0.202/1.7=0.119$ ,要小于

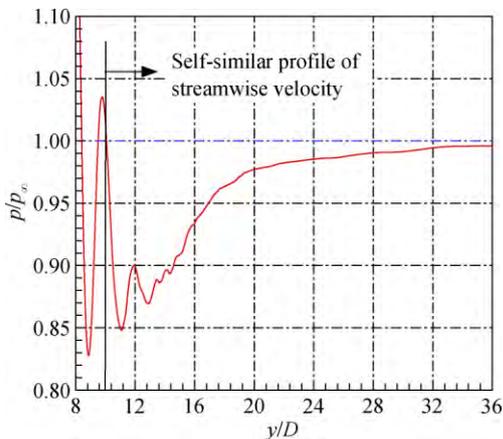
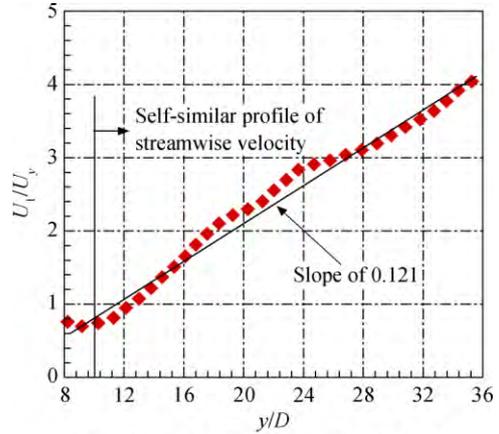
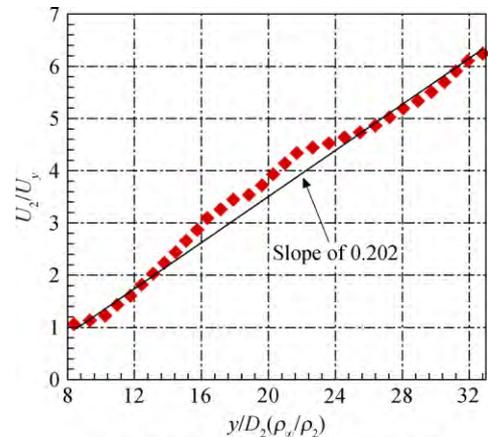


图 12 射流下游时均压力沿射流中心线的分布  
Fig. 12 Time-averaged profile of pressure along the jet centerline in the downstream of jet

图 11 中给出的 0.184,这也是由于基于更远的射流下游(射流处于完全膨胀状态之后)的实验统计结果得到的经验常数不能更好表征包含超声速区域的射流上游的自相似特征造成的.



(a) 采用喷嘴出口参数( $U_1, D$ )进行无量纲



(b) 采用射流处于完全膨胀时的流动参数( $U_2, D_2, p_2=p_0$ )进行无量纲,并考虑可压缩修正( $\rho_2/\rho_0$ )

图 13 射流下游时均流向速度沿射流中心线的分布  
Fig. 13 Time-averaged profile of streamwise velocity along the jet centerline in the downstream of jet

### 4 结 论

本文构建了符合物理流动规律的高压气体射流模型,设计了高分辨率的计算网格,采用大涡模拟方法对  $R_{np}$  为 5.60 的高度欠膨胀射流进行了三维数值计算,主要结论如下:

- 1) 本文 LES 计算成功重现了欠膨胀射流近场典型的波系结构,并与实验测量和典型文献[18, 35-37]结果吻合较好,验证了本文采用的物理模型和数值方法的可靠性.
- 2) 高度欠膨胀射流近场的流向速度分布受

到准稳态激波结构的调制,高速区和低速区交替出现.在射流下游,不同流向位置上无量纲的时均流向速度沿径向的分布近似重合,呈现出自相似特性.本文给出的 Gauss 拟合公式在靠近或者是远离中心线的区域均可以很好地表征流向速度分布的这一自相似特性.流向速度开始呈现出自相似特性的位置大约在射流核心区的末端,其流动仍然为超声速,这是高度欠膨胀射流流向速度分布的自相似特性的新特点.

3) 在高度欠膨胀射流近场,氮气射流主要集中在与射流孔直径相当的空间范围内,与环境空气的混合较为有限.在射流下游,时均氮气质量分数沿径向的分布满足高斯分布,并且在不同的流向位置呈现出类似流向速度分布的自相似特性.本文也给出了一个高斯拟合公式,可以较好地表征射流气体质量分数分布的自相似特征.

4) 在欠膨胀射流下游,基于时均流向速度和氮气质量分数的特征半厚度  $b_{1/2}^U$  和  $b_{1/2}^w$  均沿流向线性增加,但由于质量扩散作用,  $b_{1/2}^w$  的增长率大于  $b_{1/2}^U$  的增长率.在本文考察的包含部分超声速区的欠膨胀射流自相似区域内,大尺度拟序结构快速在剪切层上形成和发展,使得射流剪切层的增长速率要大于在更远的下游射流压力与环境压力匹配后射流处于充分发展阶段时剪切层的增长速率.

此外,在低速不可压缩射流中,射流剪切层主要受大尺度逆序结构的发展所主导,在这其中黏性起着主要作用.在高度欠膨胀射流中,除了黏性外,可压缩性的作用不可忽视.本文的 LES 结果也表明,可压缩性对欠膨胀射流流场自相似特性(速度和氮气质量分数分布)的影响有限,但会较为明显地影响射流剪切层的增长速率.

## 参考文献:

- [1] Donaldson C D, Snedeker R S. A study of free jet impingement: Part 1 mean properties of free and impinging jets [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1971, 45: 281-319.
- [2] Wagnanski I, Fiedler H. Some measurements in the self-preserving jet [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1969, 38 (3): 577-612.
- [3] Namer I, Otügen M. Velocity measurements in a plane turbulent air jet at moderate Reynolds numbers [J]. *Experiments in Fluids*, 1988, 6(6): 387-399.
- [4] Panchapakesan N, Lumley J. Turbulence measurements in axisymmetric jets of air and helium: Part I air jet [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1993, 246: 197-223.
- [5] Hussein J H, Steven P C, William K G. Velocity measurements in a high-Reynolds number, momentum conserving, axisymmetric, turbulent jet [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1994, 258: 31-75.
- [6] Bogey C, Bailly C. Large eddy simulations of transitional round jets: influence of the Reynolds number on flow development and energy dissipation [J]. *Physics of Fluids*, 2006, 18(6): 065101. 1-065101. 13.
- [7] Deo R C, Mi J C, Nathan G J. The influence of Reynolds number on a plane jet [J]. *Physics of Fluids*, 2008, 20(7): 075108. 1-075108. 16.
- [8] Adamson T C, Jr, Nicholls J A. On the structure of jets from highly underexpanded nozzles into still air [J]. *Journal of the Aerospace Sciences*, 1959, 26(1): 16-24.
- [9] Crist S, Sherman P, Glass D. Study of the highly underexpanded sonic jet [J]. *AIAA Journal*, 1966, 4(1): 68-71.
- [10] Chuech S G, Lai M C, Faeth G M. Structures of turbulent sonic underexpanded free jets [J]. *AIAA Journal*, 1989, 27 (5): 549-559.
- [11] Panda J. Shock oscillation in underexpanded screeching jets [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1998, 363: 173-198.
- [12] Wu P K, Shahnam M, Kirkendall K A, et al. Expansion and mixing processes of underexpanded supersonic fuel jets injected into superheated conditions [J]. *Journal of Propulsion and Power*, 1999, 15(5): 642-649.
- [13] Yüceil K B, Ötügen M V, Arık E. Interferometric Rayleigh scattering and PIV measurements in the near field of underexpanded sonic jets [R]. AIAA-2003-917, 2003.
- [14] Daniel E M, Honnery D R, Soria J. The underexpanded jet Mach disk and its associated shear layer [J]. *Physics of Fluids*, 2014, 26(9): 096101. 1-096101. 8.
- [15] Otake Y, Kashimura H, Matsuo S. Influence of nozzle geometry on the near-field structures of a highly underexpanded sonic jet [J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2008, 24(2): 281-293.
- [16] Menon N, Skews B W. Shock wave configurations and flow structures in non-axisymmetric underexpanded sonic jets [J]. *Shock Waves*, 2010, 20(3): 175-190.
- [17] Hatanaka K, Saito T. Influence of nozzle geometry on underexpanded axisymmetric free jet characteristics [J]. *Shock Waves*, 2012, 22(5): 427-434.
- [18] Vuorinen V, Yu J, Tirunagari S. Large-eddy simulation of highly underexpanded transient gas jets [J]. *Physics of Fluids*, 2013, 25(1): 016101. 1-016101. 22.
- [19] Powell A. On the mechanism of choked jet noise [J]. *Proceedings of the Physical Society; Section B*, 1953, 66(12): 1039-1056.
- [20] Alan P, Umeda Y, Ishii R. Observations of the oscillation modes of choked circular jets [J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1992, 92(5): 2823-2836.
- [21] Seiner J M. Advances in high speed jet aeroacoustics [R]. AIAA 84-2275, 1984.
- [22] Tam C K W. Supersonic jet noise [J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1995, 27: 17-43.

- [23] Jasak H, Aleksandar J, Zeljko T. OpenFOAM: a C++ library for complex physics simulations [R]. Dubrovnik, Croatia: International Workshop on Coupled Methods in Numerical Dynamics, 2007.
- [24] Tesar V. Similarity solutions of jet development mixing layers using algebraic and 1-equation turbulence models [J]. Acta Polytechnica, 2006, 46(1): 40-56.
- [25] 刘沛清. 自由紊动射流理论[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2008.
- [26] Greenshields C J, Weller H G, Gasparini L, et al. Implementation of semi-discrete, non-staggered central schemes in a collocated, polyhedral, finite volume framework, for high-speed viscous flows [J]. International Journal of Numerical Methods in Fluids, 2010, 63(1): 1-21.
- [27] Kurganov A, Tadmor E. New high-resolution central schemes for nonlinear conservation laws and convection-diffusion equations [J]. Journal of Computational Physics, 2001, 160(1): 241-282.
- [28] Chase M W. JANAF thermochemical tables [J]. Journal of Physical and Chemical Reference Data, 1974, 3(2): 311-480.
- [29] LI Xiaopeng, WU Kun, YAO Wei, et al. A comparative study of highly underexpanded nitrogen and hydrogen jets using large eddy simulation [J]. International Journal of Hydrogen Energy, 2016, 41(9): 5151-5161.
- [30] LI Xiaopeng, YAO Wei, FAN Xuejun. Large-eddy simulation of time evolution and instability of highly underexpanded sonic jets [J]. AIAA Journal, 2016, 54(10): 3191-3211.
- [31] 李晓鹏, 张泰昌, 齐力, 等. 超声速燃烧中的特征尺度及影响因素 [J]. 航空动力学报, 2013, 28(7): 1458-1466.
- LI Xiaopeng, ZHANG Taichang, QI Li, et al. Characteristic scales and influential factors in supersonic combustion [J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(7): 1458-1466. (in Chinese)
- [32] Kawai S, Lele K. Large-eddy simulation of jet mixing in supersonic crossflows [J]. AIAA Journal, 2010, 48(9): 2063-2083.
- [33] Génin F, Menon S. Dynamics of sonic jet injection into supersonic crossflow [J]. Journal of Turbulence, 2010, 11(4): 1-30.
- [34] Rana Z A, Thornber B, Drikakis D. Transverse jet injection into a supersonic turbulent cross-flow [J]. Physics of Fluids, 2011, 23(4): 046103. 1-046103. 21.
- [35] 杨猛. 高速脉冲纹影技术及其在超声速燃烧室流场显示中的应用 [D]. 北京: 中国科学院, 2012. YANG Meng. High speed pulsed schlieren technology and its application to flow visualization in supersonic combustion [D]. Beijing: Chinese Academy of Science, 2012. (in Chinese)
- [36] Ashkenas H, Sherman F. Structures and utilization of supersonic free jets in low density wind tunnels [R]. NASA Technical Report CR-60423, 1965.
- [37] Ewan B C R, Moodie K. Structures and velocity measurements in underexpanded jets [J]. Combustion Science and Technology, 1986, 45(5/6): 275-288.
- [38] Ferdman E, Otugen M V, Kim S. Effect of initial velocity profile on the development of round jets [J]. Journal of Propulsion and Power, 2000, 16(4): 676-686.
- [39] Büilent Y K, Volkan O M. Scaling parameters for underexpanded supersonic jets [J]. Physics of Fluids, 2002, 14(12): 4206-4215.

(编辑: 王碧珺)