

⑦  
22-27

## 对电磁感应通量法则的准确理解

朱如曾<sup>1)</sup> 朱颖<sup>2)</sup>

O441.3

(1) 中国科学院力学研究所, 北京 100080; (2) 东南大学电气工程系, 南京 210018)

A

**摘要** 本文引进“回路构成法则”的新表述, 以及单参数随体回路族和双参数回路族的概念, 阐明“回路构成法则”的普适性; 在此基础上证明“内禀通量法则”的普适性, 指出“表现通量法则”的适用条件, 给出“内禀通量定理”和“表现通量定理”的准确表述, 讨论两者之间的关系; 并评论费曼的有关观点。

**关键词** 电磁感应, 回路构成法则, 通量法则, 内禀通量法则, 表现通量法则

**分类号** O441.3

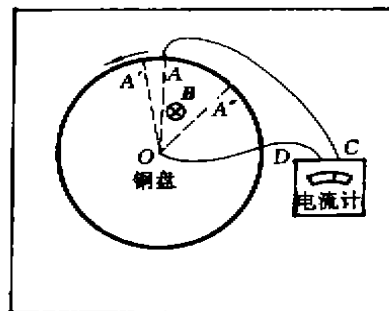


图1

### 1 引言

如果  $t_1$  时刻我们欲计算空间某闭合曲线 (即“闭合回路”, 又简称“回路”)  $L$  的电磁感应电动势  $\mathcal{E}(L)$ , 则称  $L$  为“ $t_1$  待定回路”<sup>[1,2]</sup>. 此处,  $L$  可以全部或部分地位于某些材料中, 而其余部分, 甚至全部位于真空中. 人们往往对某段时间间隔内的每个时刻  $t$  都想计算一个回路的电动势, 因此能够得到一个以  $t$  为参数的回路族  $L(t)$ , 称为“ $t_1$  待定回路族”, 或称为“随时间变化的  $t_1$  待定回路”. 显然  $L(t)$  随时间的变化行为完全由研究者的兴趣和意志所决定.

**例1** 在图1所示的费曼圆盘实验中<sup>[3]</sup>, 我们往往关心瞬时电流分布最为集中的代表性回路族的电动势, 故常取

$$L(t) = CAODC \quad (1)$$

回路电动势的动生感生公式是

$$\mathcal{E}(L(t)) = - \iint_{S(L(t))} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S} + \oint_{L(t)} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} \quad (2)$$

式中,  $S(L(t))$  是以  $L(t)$  为边界的任一曲面;  $\mathbf{B}$  是磁感应强度,  $\mathbf{v}(r, t)$  是由下式确定的空间速度分布

$$\mathbf{v}(r, t) = \begin{cases} \mathbf{v}_m(r, t) & \text{对材料中的点 } P(r) \\ 0 & \text{对真空中的点 } P(r) \end{cases} \quad (3)$$

式中  $\mathbf{v}_m(r, t)$  是材料质点的速度.

运动着的封闭细导线圈所占有的、随时间变化的空间点集, 自然地构成了一个回路族  $\tilde{L}(t)$ , 如果  $t_1$  待定回路族  $L(t)$  正好与  $\tilde{L}(t)$  时时重合, 则我们有如下两种结果相同但概念有别的“通量法则”

$$\mathcal{E}(L(t)) = - \frac{d}{dt} \varphi(\tilde{L}(t)) = - \frac{d}{dt} \iint_{S(\tilde{L}(t))} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (4)$$

和

$$\mathcal{E}(L(t)) = - \frac{d}{dt} \varphi(L(t)) = - \frac{d}{dt} \iint_{S(L(t))} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (4')$$

能否将“通量法则”推广到任意给定材料分布、速度分布  $\mathbf{v}_m(r, t)$  和任意给定  $L(t)$  的一般情况? 这里最简单的推广办法是将(4')原封不动地用到一般情况, 然而此时(4')右边为

$$-\frac{d}{dt} \varphi(L(t)) = - \iint_{S(L(t))} \frac{\partial}{\partial t} B \cdot dS + \oint_{L(t)} v \times B \cdot dl \quad (5)$$

其中  $v(r, t)$  是为保证  $L(t)$  在  $t + \Delta t$  正好变化为  $L(t + \Delta t)$  所需空间点的速度分布 ( $v(r, t)$  显然并不唯一),  $L(t)$  的主观性决定了  $v(r, t)$  的主观性, 它与 (3) 所表示的  $v(r, t)$  是绝然不同的两个概念, 因此 (4) 式不能适合于一般情况, (4) 式能否推广到一般情况呢? 这里前提条件是在一般情况下  $\tilde{L}(t)$  要有恰当的定义, 文 [1] 提出的“回路构成法则”保证了对任何情况,  $\tilde{L}(t)$  都有恰当的定义, 而且严格地证明了在该定义下, (4) 式成立, 故 (4) 式具有普适性, 从而是通量法则的一般数学形式, 为了区别起见, 本文把它称为“内禀通量法则”, 或简称“通量法则”, 而把 (4) 式称为“表观通量法则”。

文 [1] 的“回路构成法则”和“内禀通量法则”的普适性得到文 [4] 等作者的赞同, 但也有一种观点认为总存在即使怎么努力, 也配不成合适回路的情况, 从而否认了“回路构成法则”和“内禀通量法则”的普适性, 显然“内禀通量法则”的普适性是否可靠, 关键在于“回路构成法则”的普适性是否可靠, 本文将引进“回路构成法则”的另一种等价的新表述, 阐明它的普适性, 进而证明“内禀通量法则”的普适性, 给出“表观通量法则”的适用条件, 并评论费曼的有关观点。

## 2 “回路构成法则”的新表述及普适性

本节将给出的“回路构成法则”的新表述, 与文 [1] 给出的表述等价, 但更为简洁、自然。

对于  $t_1$  时刻任意给定的, 待定回路  $L(t_1)$ , 任意选择以  $L(t_1)$  为边界的一个曲面  $S(t_1)$ , 想象将曲线  $L(t_1)$  “冻结”在它所处的材料或真空中, 由于 (3) 所示速度分布,  $L(t_1)$  在  $t_1$  到  $t'$  时间间隔内必定随材料的运动而扫过了一个空间曲面  $\Delta S(t_1, t')$ , 这里  $t'$  可大于、等于或小于  $t_1$ , 只要不超出 (3) 有定义的时间范围,  $S(t_1)$  和

$\Delta S(t_1, t')$  连成一个较大的曲面  $S(t_1, t')$

$$S(t_1, t') = S(t_1) \dot{+} \Delta S(t_1, t') \quad (6)$$

这里符号“ $\dot{+}$ ”与集合“并”的符号“ $\cup$ ”的相异之处在于, 如果记

$$S'(t_1, t') = S(t_1) \cup \Delta S(t_1, t')$$

那么  $S(t_1)$  与  $\Delta S(t_1, t')$  的交  $S(t_1) \cap \Delta S(t_1, t')$  只作为一块曲面计入  $S'(t_1, t')$ , 但作为完全相同的, 重合着的两块曲面计入  $S(t_1, t')$ , 例如图 2 为一平面图形, 设  $L(t_1) = abcd$ , 它与金属线框重合, 在  $t_1$  到  $t'$  时间间隔内只导线  $cd$  运动到  $c'd'$ , 其余不动, 则

$$S(t_1) = \text{▭ } abcd$$

$$\Delta S(t_1, t') = \text{▭ } cdd'ec'$$

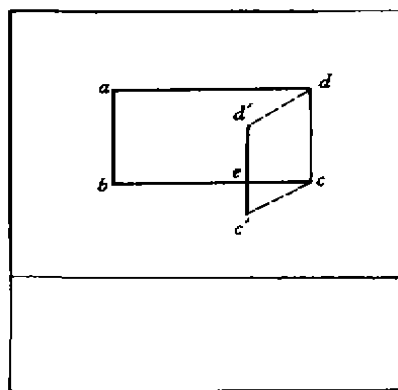


图 2

$S'(t_1, t')$  的边界为  $abec'dca$ , 但  $S(t_1, t')$  的边界为

$$L(t_1, t') = abcc'd'da \quad (7)$$

**定义 1** 对于指定的  $t_1$  和  $t'$ , 待定回路  $L(t_1)$  和速度分布 (3), 由 (5) 表示的曲面  $S(t_1, t')$ , 其封闭边界  $L(t_1, t')$  称为  $L(t_1)$  生成的“随体回路”; 若视  $t'$  为参变数, 则  $L(t_1, t')$  称为“ $L(t_1)$  生成的单参数 ( $t'$ ) 随体回路族”或“ $L(t_1)$  生成的随时间  $t'$  而变的随体回路”。

定义 1 连同对  $S(t_1, t')$  的文字说明, 是一种“发生定义”<sup>[5]</sup>, 它同时也就是  $L(t_1, t')$  的构成法则, 称为“回路构成法则”, 因此“回路构成法则”的普适性, “随体回路族”的普遍存在性和唯一性 [ 由于  $S(t_1, t')$  只有唯一的封闭边界 ] 是显然的。

由于速度分布 (3) 的有界性,  $L(t_1, t')$  随  $t'$  变化必然是连续的, 这里“连续”是关于“附录”

中描述的豪斯道夫距离而言的.此外,取  $t' = t_1$ , 显然有

$$L(t_1, t_1) = L(t_1) \quad (8)$$

### 3 双参数回路族

由于  $t_1$  的任意性,可将定义 1 中的  $t_1$  改为参变数  $t$ ,则  $L(t_1)$  和  $L(t_1, t')$  分别成为  $L(t)$  和  $L(t, t')$ ;于是  $L(t, t')$  成为以  $t$  和  $t'$  为参变数的双参数回路族,它满足

$$L(t, t) = L(t) \quad (9)$$

$L(t, t')$  关于  $t'$  是连续的;但由于  $L(t)$  依赖于人们的主观意志,关于  $t$  可以连续(如例 1),也可以不连续(如例 2),从而  $L(t, t')$  关于  $t$  可以连续(如例 3)或不连续(如例 4).

上述分析就是以如下定理 1 的证明:

**定理 1** 对于任意给定的材料分布、材料速度分布  $v_m(r, t)$  和  $t$  待定回路族  $L(t)$ ,都存在由“回路构成法则”所决定的、唯一的、由  $L(t)$  生成的双参数回路族  $L(t, t')$ ,它关于  $t'$  是连续的,并满足关系式(9).

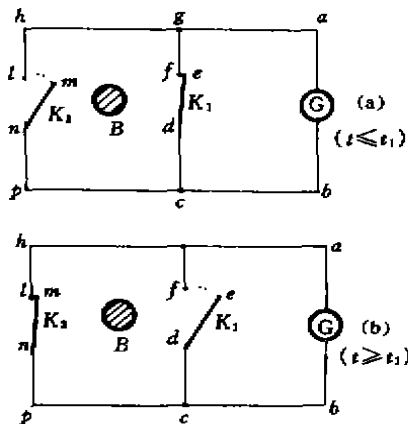


图 3

**例 2** 在图 3 所示装置中,  $t_1$  时刻之前  $K_1$  关闭而  $K_2$  开着(如图 3(a)),在  $t_1$  时刻突然把  $K_1$  打开,而把  $K_2$  合上(如图 3(b))并保持  $K_1$  和  $K_2$  的运动并不切割磁力线.为了分析电流计 G 中有无电流通过,我们应计算“通路”的电势.对  $t < t_1$  和  $t > t_1$ , 闭合通路各有一个,前者通过  $K_1$ , 后者通过  $K_2$ ; 对  $t = t_1$ , 则有二个并联的通路;为了保持整个电路在  $t_1$  时刻前后

( $t_1 - \delta, t_1 + \delta$ ) 一直不断路,而又要在  $t_1$  时刻换路,  $K_1$  和  $K_2$  必定在  $t_1$  时刻都合着[这是因为,如果  $t_1$  时刻  $K_1$  不闭合,即  $e$  点和  $f$  点不重合,则由于  $K_1$  运动速度的有限性,必存在小正数  $\theta$ ,使得在  $(\theta + t_1 > t > t_1 - \theta)$  内,  $K_1$  不闭合;这一结论对  $K_2$  也成立].因此我们有二个同等重要的“待定回路族(当然也可表示成在  $t_1$  时刻取双值的一个回路族)  $L_1(t)$  和  $L_2(t)$ , 它们在  $t = t_1$  处都不连续:

$$L_1(t) = \begin{cases} feK_1 dcbGagf & (t \leq t_1) \text{ (图 3(a))} \\ lmK_2 npc bGaghl & (t_1 < t) \text{ (图 3(b))} \end{cases} \quad (10)$$

和

$$L_2(t) = \begin{cases} feK_1 dcbGagf & (t < t_1) \text{ (图 3(a))} \\ lmK_2 npc bGaghl & (t_1 \leq t) \text{ (图 3(b))} \end{cases} \quad (11)$$

**例 3** 对图 1,取(1)式,并设圆盘角速度为  $\omega$ , 则

$$L(t, t') = \begin{cases} CAA'ODC & (t' \geq t, \angle AOA' = \omega(t' - t)) \text{ (12)} \\ CAA''ODC & (t' \leq t, \angle AOA'' = \omega(t' - t)) \text{ (13)} \end{cases}$$

**例 4** 对图 3,取(10)和(11)式,则

$$L_1(t, t') = \begin{cases} feK_1 dcbGagf, & \begin{cases} t \leq t_1, t' \leq t_1, \text{图 3(a)} \\ t \leq t_1, t' > t_1, \text{图 3(b)} \end{cases} \\ lmK_2 npc bGaghl, & \begin{cases} t > t_1, t' \geq t_1, \text{图 3(b)} \\ t > t_1, t' < t_1, \text{图 3(a)} \end{cases} \end{cases} \quad (14)$$

$$L_2(t, t') = \begin{cases} feK_1 dcbGagf, & \begin{cases} t < t_1, t' \leq t_1, \text{图 3(a)} \\ t < t_1, t' > t_1, \text{图 3(b)} \end{cases} \\ lmK_2 npc bGaghl, & \begin{cases} t \geq t_1, t' \geq t_1, \text{图 3(b)} \\ t \geq t_1, t' < t_1, \text{图 3(a)} \end{cases} \end{cases} \quad (15)$$

### 4 内禀通量法则与表观通量法则

由双参数回路族  $L(t, t')$  的每对参数  $(t, t')$  所确定的回路都有电动势  $\mathcal{E}(L(t, t'))$ , 从而形成二元电动势函数.

**定理 2 (内禀通量定理)** 由任意给定的  $\mathcal{L}$  待定回路函数  $L(t)$  所生成的双参数回路族  $L(t, t')$ , 其二元电动势函数由如下的内禀通量法则给出

$$\mathcal{E}(L(t, t')) = - \frac{\partial}{\partial t'} \varphi(L(t, t')) \quad (16)$$

特别, 当  $t' = t$  时有

$$\mathcal{E}(L(t)) = - \frac{\partial}{\partial t} \varphi(L(t, t)) \Big|_{t'=t} \quad (17)$$

$$\text{证 } \varphi(L(t, t')) = \iint_{S(t, t')} \mathbf{B}(r, t') \cdot d\mathbf{S}$$

式中  $S(L(t, t'))$  由(6)式定义, 故

$$- \frac{\partial}{\partial t'} \varphi(L(t, t')) = - \iint_{S(t, t')} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t'} \cdot d\mathbf{S} - \iint_{S(t, t')} \mathbf{B} \cdot \frac{\partial}{\partial t'} d\mathbf{S} \quad (18)$$

此式右边两项分别对应于场变和  $d\mathbf{S}$  的扩展贡献. 由(6)式可见, 在  $S(t, t')$  的各内点处,  $d\mathbf{S}$  无扩展, 即

$$\frac{\partial}{\partial t'} d\mathbf{S} \Big|_{S(t, t') \text{ 内部}} = 0 \quad (19)$$

在  $S(t, t')$  的边界  $L(t, t')$  上, 有公式(3)所示速度分布, 它使  $d\mathbf{l}$  在  $dt'$  时间间隔内扩展为  $(\mathbf{v} \times d\mathbf{l}) dt'$ , 故

$$\frac{\partial}{\partial t'} d\mathbf{S} \Big|_{L(t, t')} = \mathbf{v}(r, t') \times d\mathbf{l} \Big|_{L(t, t')} \quad (20)$$

将(19)和(20)代入(18), 并利用矢量混合积的轮换公式得

$$- \frac{\partial}{\partial t'} \varphi(L(t, t')) = - \iint_{S(t, t')} \frac{\partial}{\partial t'} \mathbf{B}(r, t') \cdot d\mathbf{S} + \oint_{L(t, t')} (\mathbf{v}(r, t') \times \mathbf{B}(r, t')) \cdot d\mathbf{l} \quad (21)$$

在(2)式中将  $L(t)$  换成  $L(t, t')$ , 并与上式比较即得(16)式. 证毕.

定理 2 表明了内禀通量法则的普适性和

(17)与(2)式的等价性, 并赋予(2)式以新的解释:

(2)右边  $-\int_L (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l}$  本来仅表示  $L$  上的材料对磁力线的切割率, 它并不具有穿过某回路所张面积的磁通量  $\varphi$  的变化率的意义, 现在(21)式表明, 它具有了穿过  $L(t, t')$  的磁通量的偏变化率  $\frac{\partial}{\partial t'} \varphi(L(t, t')) \Big|_{t'=t}$  的意义,

而(2)右边另一项显然为  $-\frac{\partial}{\partial t'} \varphi(L(t, t)) \Big|_{t'=t}$ ,

因此(2)和(17)可被分别视为内禀通量法则的分解式和综合式.

对于时时保持与封闭细导线圈所确定的回路族  $\tilde{L}(t)$  重合的  $\mathcal{L}$  待定回路族  $L(t)$ , 它所生成的  $L(t, t')$  与  $t$  无关, 就是  $\tilde{L}(t')$ , 于是(17)化为

$$\mathcal{E}(L(t)) = - \frac{\partial}{\partial t'} \varphi(\tilde{L}(t)) \Big|_{t'=t} = - \frac{d}{dt} \varphi(\tilde{L}(t))$$

此即(4)式. 这表明,  $L(t, t')$  确是  $\tilde{L}(t')$  的一般形式.

随体回路族  $L(t, t')$  在  $t_1$  到  $t_2'$  之间的平均电动势定义为

$$\overline{\mathcal{E}(L(t, t'))}^{[t_1, t_2']} = \frac{1}{t_2' - t_1} \int_{t_1}^{t_2'} \mathcal{E}(L(t, t')) dt' \quad (22)$$

(16)式给出如下推论 1.

**推论 1 (内禀通量定理的平均形式)** 随体回路族  $L(t, t')$  的平均电动势为

$$\overline{\mathcal{E}(L(t, t'))}^{[t_1, t_2']} = - [\varphi(L(t, t_2')) - \varphi(L(t, t_1'))] / (t_2' - t_1) \quad (23)$$

推论 1 是通常定性分析的理论依据, 文 [1] 和 [4] 中对几个例子的分析体现了推论 1 的精神.

如果我们只关心某  $t_1$  时刻的  $\mathcal{E}(L(t_1))$ , 则利用(17)和(23)式时, 其中的双参数回路族  $L(t, t')$  可用单参数随体回路族  $L(t_1, t')$  代替, 从而使概念简化.

**推论 2 (表观通量定理)** 如果对某  $t$ , 存在某一正数  $\varepsilon$ , 使得当  $t'$  满足条件

$$|t-t'| < \epsilon \quad (24)$$

时, 待定回路  $L(t')$  就是由  $L(t)$  生成的随体回路  $L(t, t')$ , 即

$$L(t, t') = L(t') \quad (25)$$

则在时刻  $t$ , 成立如下的表观通量法则

$$\dot{\varphi}(L(t)) = - \frac{d}{dt} \varphi(L(t)) \quad (26)$$

对时刻  $t_1$  和  $t_2$ , 如果存在某  $t$ , 使得如下范围

$$t_1 \leq t' \leq t_2 \quad (27)$$

内的  $t'$  都满足(24)式, 则有平均形式的表观通量法则

$$\overline{\dot{\varphi}(L(t))}^{[t_1, t_2]} = [\varphi(L(t_1)) - \varphi(L(t_2))] / (t_2 - t_1) \quad (28)$$

证 在假设条件下有

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial}{\partial t'} \varphi(L(t, t')) \right|_{t=t'} &= \left. \frac{d}{dt'} \varphi(L(t')) \right|_{t=t'} \\ &= \frac{d}{dt} \varphi(L(t)) \end{aligned}$$

将此式代入(17)式, 即得式(26), (28)是显然的. 证毕.

由于  $L(t, t')$  关于  $t'$  是连续的, 如果  $L(t)$  在某时刻  $t_1$  不连续, 则(24)和(25)不可能在  $t=t_1$  处被满足, 故有如下的推论 3.

**推论 3** 在  $L(t)$  的间断时刻, (26)往往不成立; 若  $L(t)$  在平均区间  $[t_1, t_2]$  中含有间断内点, 则(28)往往不成立.

以往所有的悖谬都是在违反条件(25)时应用了表观通量法则(26)或(28)所致.

**例 5** 对图 1, 有(1), (12)和(13)式. 假定  $B$  均匀, 则

$$\varphi(L(t, t')) = - \frac{1}{2} \omega R^2 |B|(t' - t) + \varphi(CAODC)$$

于是公式(17)给出

$$\dot{\varphi}(L(t)) = \frac{1}{2} \omega |B|R^2$$

此处如果误用公式(26), 则导致错误结果  $\dot{\varphi}(L(t)) = 0$ .

**例 6** 对图 3, 我们已有(10), (11), (14), 和(15)式, 于是

$$\varphi(L_1(t, t')) =$$

$$\begin{cases} \varphi(feK_1dcbGagf) = c_1 \text{ (小常数)} (t \leq t_1) \\ \varphi(lmK_2npcbGaghl) = c_2 \text{ (大常数)} (t > t_1) \end{cases}$$

$$\varphi(L_2(t, t')) = \begin{cases} c_1 (t < t_1) \\ c_2 (t \geq t_1) \end{cases}$$

将此二式代入(16)和(23)式得

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}(L_1(t, t')) &= \dot{\varphi}(L_2(t, t')) = \overline{\dot{\varphi}(L_1(t, t'))}^{[t_1, t_2]} \\ &= \overline{\dot{\varphi}(L_2(t, t'))}^{[t_1, t_2]} = 0 \end{aligned}$$

$L_1(t)$  和  $L_2(t)$  在  $t=t_1$  处不连续, 按照推论 3, 公式(26)和(28)在该处不适用. 确实, 若在  $t=t_1$  处误用公式(26), 将出现  $\dot{\varphi}(L_1(t))$  和  $\dot{\varphi}(L_2(t))$  的左右导数不等, 从而  $\dot{\varphi}(L_1(t_1))$  和  $\dot{\varphi}(L_2(t_1))$  不存在的错误结果; 若在含有内点  $t_1$  的区间  $[t_1', t_2']$  上误用平均公式(28)则得出如下错误结果

$$\begin{aligned} \overline{\dot{\varphi}(L_1(t))}^{[t_1', t_2']} &= \overline{\dot{\varphi}(L_2(t))}^{[t_1', t_2']} \\ &= (c_1 - c_2) / (t_2' - t_1') > 0 \end{aligned}$$

现在讨论内禀通量定理(定理 2)与表观通量定理(推论 2)之间的关系.

虽然表观通量法则(26)并不普适(受到条件(25)的限制), 但表观通量定理(推论 2)既是定理, 它就是普适的. 不仅如此, 由于“待定回路族  $L(t)$  的任意性, 推论 2 蕴含定理 2, 故定理 2 与推论 2 等价! 但在著名的“思维经济原则”<sup>[10]</sup> 面前, 定理 2 明显优于推论 2. 原来,

对于指定的  $L(t_1)$ , 量  $-\frac{d}{dt} \varphi(L(t)) \Big|_{t=t_1}$  不仅与  $L(t_1)$  有关, 还与  $L(t)$  在  $t_1$  附近的变化有关, 后者完全取决于研究者的主观意志, 故  $-\frac{d}{dt} \varphi(L(t)) \Big|_{t=t_1}$  具有主观任意性, 它当然

不能决定本应由客观量  $-\frac{\partial}{\partial t'} \varphi(L(t_1, t')) \Big|_{t=t_1}$  决定的客观量  $\dot{\varphi}(L(t_1))$ . 可是表观通量法则(26)却硬要用主观量来表示客观量, 当然只好附以使  $L(t')$  正好就是  $L(t_1', t')$  的条件(25), 而组成“表观通量定理”了. 用思维经济原则这

把“剃刀”将多余的主观量 $\frac{d}{dt} \varphi(L(t))$ “剃除”后剩下的精华就是“内禀通量法则”(17)。

## 5 关于费曼的观点

费曼认为<sup>[3]</sup>“通量法则”无普适性,它只适用于“材料保持不变的回路”,“当回路的材料在改变时,我们必须回到基本定律”,即回到

$$\nabla \times E = - \frac{\partial}{\partial t} B \quad (29)$$

$$F = q(E + v \times B) \quad (30)$$

这里费曼针对的是全部位于材料中的一类特定的、待定回路族——瞬时电流分布最集中的代表性回路 $L'(t)$ ,如本文例1.他所谓的“回路”就是回路族 $L'(t)$ ,他所谓的“通量法则”就是取 $L(t) = L'(t)$ 的“表观通量法则”,(25)给出其适用条件为

$$L'(t, t') = L'(t') \quad (31)$$

此即“回路的材料保持不变”,费曼没有“随体回路族”的概念,所以一旦“回路(族)的材料在改变”,即条件(31)被破坏时,他便别无选择地“必须回到基本定律”(29)和(30),照本文理论,这显然并不“必须”,因为还有“内禀通量法则”的综合式(17)和分解式(2)可供选择。

## 附录 关于 $L(t, t')$ 随 $t'$ 变化的连续性定义

记空间两点 $P_1$ 和 $P_2$ 之间的距离为 $\rho(P_1, P_2)$ ,点 $P$ 与曲线 $L$ 之间的距离 $\rho(P, L)$ 为 $P$ 与 $L$ 上各点距离的下确界

$$\rho(P, L) = \inf_{P_1 \in L} \rho(P, P_1)$$

两条曲线 $L_1$ 和 $L_2$ 之间的豪斯道夫距离 $\rho(L_1, L_2)$ 指 $L_1$ 和 $L_2$ 中每条曲线与另一条曲线上各点之间距离的上确界中的最大值

$$\rho(L_1, L_2) = \max \{ \sup_{P_1 \in L_1} \rho(P_1, L_2), \sup_{P_2 \in L_2} \rho(P_2, L_1) \}$$

$L(t, t')$ 随 $t'$ 变化连续是指

$$\lim_{\Delta t' \rightarrow 0} \rho(L(t, t'), L(t, t' + \Delta t')) = 0$$

## 6 参考文献

- 1 朱如曾. 回路构成法则, 电磁感应作谬的消除与电磁感应定律两种表述的等价性. 物理通报, 1983, (15).
- 2 朱如曾. 对“通量法则诸反例的两个特点”一文的几点看法. 大学物理, 1987, 6 (7): 8.
- 3 R.P.Feynman. The Feynman Lectures on Physics. Chap. 17. (1966).
- 4 赵凯华. 通量法则反例问题. 大学物理, 1987, 6 (7): 10.
- 5 苏天辅. 形式逻辑. 北京: 中央广播电视大学出版社, 1983.
- 6 中国大百科全书哲学编辑委员会. 哲学. 北京: 中国大百科全书出版社, 1987.

# THE PRECISE UNDERSTANDING OF FLUX RULE FOR ELECTROMAGNETIC INDUCTION

Zhu Ruzeng<sup>1)</sup> Zhu Ying<sup>2)</sup>

(<sup>1)</sup>Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing, China, 100080; <sup>2)</sup>Department of Electric Engineering, Southeast University, Nanjing, China, 210018)

**Abstract** The universal validity of “circuit construction rule” is proven by introducing a new formulation thereof and the new concepts of “one-parameter family of circuits moving with materials” and “double-parameter family of circuits”. On this basis, the universal validity of “intrinsic flux rule” and the condition of application of “apparent flux rule” are shown. The “intrinsic flux theorem” and the “apparent flux theorem” are given with the relation between them is discussed. In addition, Feynman’s relevant point of view is commented upon.

**Key words** electromagnetic induction, circuit construction rule, flux rule, intrinsic flux rule, apparent flux rule