(18)

第 26 卷 第 2 期　　力学学报　　Vol. 26, No.2
1994 年 3 月　　ACTA MECHANICA SINICA　　Mar., 1994

198-206

聚变等离子体理想动力系统的非线性热不稳定性 1)

徐复　陈乐山　　O53
(中国科学院力学研究所，非线性连续介质力学开放研究实验室，北京 100080)

A

提要　本文讨论氘氚聚变等离子体理想动力系统的非线性热不稳定性问题．这个系统与外界有物质与能量交换，采用几何上零维近似的演化方程．对自治系统，讨论了在各种不同粒子约束定律和能量约束定律下的非线性热不稳定性问题，给出稳定性判据．研究了自治系统不稳定解的非线性演化．

关键词　聚变等离子体，聚变反应堆，热不稳定性，非线性稳定性

等离子体，动力学

引　　言

近 20 年来等离子体物理的研究取得很大进展． 1991 年 11 月份在英国的大型托卡马克装置 JET 上，第一次氘、氚聚变实验取得成功．其峰值功率近 2MW，在约 2 秒脉冲时间内释放的总聚变能近 2MJ[1]．这样，原子核聚变反应堆的前景变得更加现实了 [2]．自 1985 年开始，国际合作研制的国际热核实验反应堆 ITER(International Thermonuclear Experimental Reactor) 于 1990 年完成初步概念设计，在 1991 年已开始工程设计阶段．

1971 年，Ohta 等研究了聚变等离子体理想动力系统的热不稳定性与控制问题 [3,4]．这是一种简化模型．文中做了线性稳定性分析，给出稳定性判据．对于不稳定运行模式讨论了反馈控制方法．近年来这方面研究工作的总结，可参看文献 [5,6]．在热不稳定性的理论研究中一般采用两种方法，一种是数值方法，一种是解析方法．迄今文献中解析方法限于线性稳定性分析． 1991 年， Mandrekas 等为聚变堆 ITER 所做的热稳定性与控制方法分析中 [7]，用 POPCON 分析和线性稳定性分析确定了运行参数的稳定区与不稳定区，对于用不稳定区参数作为运行参数的情形讨论了多种控制方法，并评价了这些方法在 ITER 上使用的优缺点．

本文用解析方法讨论了聚变等离子体自治理想动力系统的非线性热不稳定性问题．根据用 Lyapunov 直接方法证明的定理，讨论了各种不同约束定律情况下的非线性热不稳定性问题．在非线性稳定性判据中包含约束定律中的指数 l, m_p, m_E 等．聚变反应堆的运行参数通常有两种可能的取法，一种取在稳定区，一种取在不稳定区．当以不稳定区的参数作为运行参数时需要使用控制方法． ITER 的运行参数选在不稳定区．其原因，一是稳定运行参数要求温度高，密度低，对偏滤器的运行不

1) 国家自然科学基金资助项目．

本文于 1992 年 5 月 22 日收到第一稿， 1993 年 8 月 10 日收到修改稿．

利．二是稳定运行参数接近比压极限，容易出现大破裂等．本文的结果表明，一组运行参数如果是线性不稳定的，则其扰动随时间作指数增长，必须使用控制方法才可能稳定运行．而如果是非线性不稳定的，则其扰动随时间的演化可能饱和，扰动的渐近状态也保持为有限值．在某些很特殊的条件下，也许可以不使用控制方法．

布鲁塞尔学派把系统分为孤立系统，封闭系统与开放系统[8]．现在研究的是开放系统，即系统与外界既有能量交换也有物质交换．此外，不仅核反应的规律表现为非线性的形式，由于托卡马克等离子体所具有的湍流性质、扩散、黏性、热导和电导等输运系数其表达形式也是非线性的．这就是说，我们研究的是一个具有非线性性质的开放系统．分叉理论，耗散结构等非线性问题将是很有意义的研究内容．

二、基本方程

首先引进聚变等离子体理想动力系统的基本方程[3,4]．假定：

1) 托卡马克聚变等离子体是氘、氚等离子体，其组元为电子，氘核，氚核和 α 粒子，其中氘核和氚核数密度的比例为 1:1.

2) 未知函数为粒子数密度 n，粒子温度 T 或 $p = nT$．均为在角向平面截面上所取的平均值，即采用几何上零维的近似．自变量为时间 t．

n 为电子数密度或者离子数密度，后者是氘核、氚核和两倍 α 粒子数密度之和．n 的量纲为 m^{-3}．

T 为各种粒子的平均温度，量纲为 K.

$p = nT$，量纲为 $\mathrm{K \cdot m^{-3}}$．注意内能为 $\frac{3}{2}K_B nT$，K_B 为 Boltzmann 常数．为方便起见，以后称 p 为内能．

t 为时间，量纲为 s.

聚变等离子体理想动力系统的基本方程为

粒子数平衡方程

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = -\frac{n}{\tau_p} + S(\omega t) \tag{1}$$

能量平衡方程

$$\frac{\mathrm{d}(nT)}{\mathrm{d}t} = n^2 \cdot f(T) - \frac{nT}{\tau_E} + T_S \cdot S(\omega t) \tag{2}$$

其中

1) 粒子约束定律：$\tau_p = \tau_p(n, T)$

能量约束定律：$\tau_E = \tau_E(n, T)$

分别代表系统的粒子数和能量减少 $\frac{1}{e}$ 倍所需特征时间．函数形式由输运理论给出，或者由实验的定标律给出，τ_p、τ_E 的量纲为 s.

2) 燃料注入率 $S(\omega t)$ 量纲为 $\mathrm{m^{-3} \cdot s^{-1}}$．其中 ω 代表角频率，量纲为 $\mathrm{s^{-1}}$，而周期为 $t^* = \frac{2\pi}{\omega}$，量纲为 s.

3) 注入燃料温度为 $3T_s$，量纲为 K.

4) 能量密度增加率函数 $f(T)$，量纲为 $\mathrm{K \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}}$．它由以下两部分组成．

一部分是氘核、氚核经过聚变反应后沉积在等离子体系统中的能量, 即每个 α 粒子所带的能量 3.5MeV, 而能量为 14.1MeV 的中子则逸出磁约束等离子体系统以外.

另一部分是电子与离子散射时所产生的轫致辐射功率损失. 在这个简化模型中, 不计回旋辐射功率损失. 结果是

$$\begin{aligned} f(T) &= \frac{1}{12}Q_c < \sigma v > -1.12 \times 10^{-15} \times T^{1/2} \\ &= 1.0792 \times 10^{-9} \times h(T) \times T^{-2/3} \times e^{-20T^{-1/3}} - 1.12 \times 10^{-15} \times T^{1/2} \end{aligned} \tag{3}$$

其中

$$h(T) = \begin{cases} 1 & \text{当 } T \le 50 \\ \left[1 + \left(\frac{T}{70}\right)^{1.3}\right]^{-1} & \text{当 } 50 < T < 500 \end{cases}$$

5) 压力 压力的表达式为 $K_B \cdot nT$. 如果 T 的量纲为 K, 则压力即 nT.

前面已经提到、理想动力系统中对自治系统的线性稳定性分析已经完成 [3,4], 而对于非自治系统和非线性稳定性的研究, 我们补充以下的条件:

1) $\tau_p(n, T)$ 和 $\tau_E(n, T)$

取

$$\begin{aligned} \tau_p &= \tau_{p0} \times n^l \times T^{m_p} = \tau_{p0} \times n^{l-m_p} \times p^{m_p} \\ \tau_E &= \tau_{E0} \times n^l \times T^{m_E} = \tau_{E0} \times n^{l-m_E} \times p^{m_E} \end{aligned} \tag{4}$$

其中 τ_{p0}, τ_{E0}, l, m_p 和 m_E 为常数, 对不同的理论模型、l, m_p, m_E 的取法不同. 本文考虑以下几种约束定律 [3,4]:

(1) Bohm 扩散 $l = 0$, $m_p = m_E = m = -1$.

(2) 反常约束 (漂移波湍流) $l = 0$, $m_p = m_E = m = -\frac{3}{2}$.

(3) 经典扩散 $l = -1$, $m_p = m_E = m = \frac{1}{2}$.

(4) 新经典扩散 $l = -1$, $m_p = \frac{1}{2}$, $m_E = \frac{3}{2}$.

(5) 常数约束 $l = m_p = m_E = 0$.

2) $S(\omega t)$

采用靶丸注入的方式添加燃料、本文在研究自治系统时取

$$S = S_0 = \text{const} \tag{5}$$

这相当于靶丸连续注入的极端情况. 在以后研究的非自治系统中, 我们分别取

$$S(\omega t) = S_0(1 + \sin \omega t) \tag{6a}$$

和

$$S(\omega t) = N \cdot \delta(t - t_m), \ t_m = mt^*, \ m = 1, 2, 3, \cdots \tag{6b}$$

(6b) 中 δ 即 delta 函数．相当于燃料注入是脉冲周期的．而 (6a) 相当于燃料注入是连续周期的． (6a) 可看作是 (6b) 的一种近似．

3) $f(T)$

$f(T)$ 的形式已经给出．为了便于用解析方法处理，我们用一个二次函数

$$g(T) = A + BT - CT^2 \tag{7}$$

来近似 $f(T)$. A,B,C 是三个常数． A,B,C 的确定可以有各种方法．例如，用最小二乘法．如果运行参数 n_0, T_0 已定，也可以从 $f(T), g(T)$ 在 T_0 的函数值相同．以及一阶，二阶微商的数值相同，来确定三个常数．这个近似和理想动力系统的其它近似一样，是会定量地影响稳定性的结论的．但是，正如在以后的工作中特别是非自治系统的研究工作中所看到的．在这些近似假定下，从解析研究能够得到一些概念和定性结论．这些概念和结论会加深我们对实际问题的理解，并有助于用数值方法所进行的数值模拟研究，因而是十分必要的．

最后，基本方程化为

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{\tau_{p0}} n^{1+m_p-l} \cdot p^{-m_p} + S(\omega t) \tag{8}$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = An^2 + Bnp + Cp^2 - \frac{1}{\tau_{E0}} n^{m_E-l} \cdot p^{1-m_E} + T_S \cdot S(\omega t) \tag{9}$$

其中 $S(\omega t)$ 见 (5), (6a) 和 (6b).

三、自治系统的非线性热不稳定性

对自治系统， $S(\omega t) = S_0$, 现在将基本方程 (8)、(9) 无量纲化．后用 $\overline{q}$ 、 q 来代表某一物理量 q 的有量纲量与无量纲量．设方程组的平衡点为 $\overline{n}_0$, $\overline{p}_0$, 则 $\overline{n}_0$、$\overline{p}_0$ 满足：

$$-\frac{1}{\overline{\tau}_{p0}} \overline{n}_0^{1+m_p-l} \cdot \overline{p}_0^{-m_p} + \overline{S}_0 = 0$$

$$\overline{A}\overline{n}_0^2 + \overline{B}\overline{n}_0\overline{p}_0 + \overline{C}\overline{p}_0^2 - \frac{1}{\overline{\tau}_{E0}} \overline{n}_0^{M_E-l} \cdot \overline{p}_0^{1-m_E} + \overline{T}_S \cdot \overline{S}_0 = 0$$

下面，用 $\overline{n}_0$、$\overline{p}_0$、$\overline{t}_0 = \overline{\tau}_{E0} \cdot \overline{n}_0^{l-m_E} \cdot \overline{p}_0^{m_E}$ 来进行无量纲化．令

$$n = \frac{\overline{n}}{\overline{n}_0} \qquad T = \frac{\overline{T}}{\overline{T}_0} \qquad p = \frac{\overline{p}}{\overline{p}_0} \qquad t = \frac{\overline{t}}{\overline{t}_0}$$

$$S_0 = \frac{\overline{S}_0 \cdot \overline{t}_0}{\overline{n}_0} \qquad T_S = \frac{\overline{T}_S}{\overline{T}_0} \qquad \tau = \frac{\overline{\tau}_{p0} \cdot \overline{n}_0^{l-m_p} \cdot \overline{p}_0^{m_p}}{\overline{t}_0}$$

$$A = \overline{A}\frac{\overline{n}_0\overline{t}_0}{\overline{T}_0} \qquad B = \overline{B}\overline{n}_0\overline{t}_0 \qquad C = \overline{C}\overline{n}_0\overline{t}_0\overline{T}_0$$

则无量纲形式的基本方程为

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{\tau} n^{1+m_p-l} \cdot p^{-m_p} + S_0 \tag{10}$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = An^2 + Bnp + Cp^2 - n^{m_E-l} \cdot p^{1-m_E} + S_0T_S \tag{11}$$

其中平衡点 $n=1$, $p=1$ 满足

$$S_0=\frac{1}{\tau} \tag{12}$$

$$A+B+C-1+S_0T_S=0 \tag{13}$$

以后取 $T_S=0$. 令

$$n=1+x, \qquad p=1+y$$

则基本方程 (10), (11) 化为

$$\begin{pmatrix} \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \\ \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} h_1(x,y) \\ h_2(x,y) \end{pmatrix} \tag{14}$$

其中

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -S_0(1+m_p-l) & S_0m_p \\ 2A+B-m_E+l & B+2C-1+m_E \end{pmatrix} \tag{15}$$

以及

$$h_1(x,y),\ h_2(x,y)=O(x^2+y^2) \quad \text{当 } x^2+y^2\to 0 \tag{16}$$

我们利用下面的定理来处理非线性热稳定性的问题. 其中定理 1, 定理 2 是用 Lyapunov 直接方法证明的 [9].

定理 1 设 (0,0) 是正则系统 (14) 的平衡点, 即零解, 其中性质 (16) 成立. 若零解是线性渐近稳定的, 则零解也是非线性渐近稳定的.

定理 2 设 (0,0) 是正则系统 (14) 的平衡点, 即零解, 其中性质 (16) 成立. 若矩阵 (15) 的两特征根不相同, 非零, 而且至少有一个特征根具有正实部, 则零解是非线性不稳定的.

定理 3 设 (0,0) 是 (14) 中线性系统的平衡点. 令 $u=a+d$, $v=ad-bc$. 则

(1) 当 $u<0$、$v>0$ 时, 线性系统是渐近稳定的.

(2) 当 $u>0$, $v\neq 0$ 或者 $u<0$, $v<0$ 时, 线性系统的特征根不相同, 非零. 而且至少有一个特征根具有正实部.

对于我们所讨论的问题, 有

$$u=a+d=B+2C-1-S_0+S_0(l-m_p)+m_E$$

$$v=ad-bc=-S_0(1+m_p-l)(B+2C-1+m_E)-S_0m_p(2A+B-m_E+l)$$

从而利用定理 1—3, 即可判断在不同约束定律下, $u\neq 0$, $v\neq 0$ 时, 自治系统的非线性渐近稳定性和非线性不稳定性.

四、不稳定解的扰动的非线性演化

在聚变等离子体动力系统中, 我们不仅要判断系统的非线性稳定性、对不稳定

的解还要求出扰动的非线性演化过程. 因为在实际运行中，对物理量 (n,T) 或 (n,p) 均有一定限制，不稳定解的扰动如超过这个限制，将会造成磁约束等离子体的磁流体力学不稳定性. 下面、我们讨论 $l=m=0$ 的常数约束定律的情形，求出扰动的非线性演化过程. 基本方程是

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t}=-\frac{1}{\tau}n+S_0 \tag{17}$$

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}=An^2+Bnp+Cp^2-p \tag{18}$$

设

$$n(t)=1+\tilde{n}(t) \tag{19}$$

$$p(t)=1+\tilde{p}(t) \tag{20}$$

则扰动满足的方程和初条件是

$$\frac{\mathrm{d}\tilde{n}}{\mathrm{d}t}=-\frac{1}{\tau}\tilde{n} \tag{21}$$

$$\frac{\mathrm{d}\tilde{p}}{\mathrm{d}t}=[(2A+B)\tilde{n}+A\tilde{n}^2]+[(B+2C-1)+B\tilde{n}]\tilde{p}+C\tilde{p}^2 \tag{22}$$

$$t=0\text{时},\quad \tilde{n}(0)=\tilde{n}_0,\quad \tilde{p}(0)=\tilde{p}_0 \tag{23}$$

数密度扰动的解是

$$\tilde{n}(t)=\tilde{n}_0\cdot e^{-t/\tau} \tag{24}$$

它是稳定的. 代入方程 (22), 得到 $\tilde{p}(t)$ 的一个 Riccati 方程. 下面给出两种情形的解.

1) 假定 $\tilde{n}_0=0$ 方程化为

$$\frac{\mathrm{d}\tilde{p}}{\mathrm{d}t}=q\cdot\tilde{p}+C\cdot\tilde{p}^2,\quad q=B+2C-1=C-A \tag{25}$$

(1) 当 $q\neq 0$

$$\tilde{p}(t)=\frac{q\cdot\tilde{p}_0}{[q+C\tilde{p}_0]e^{-qt}-C\tilde{p}_0} \tag{26}$$

(2) 当 $q=0$

$$\tilde{p}(t)=\tilde{p}_0/[1-C\tilde{p}_0t] \tag{27}$$

因此，当 $t\to\infty$ 时

如 $q>0$ $\quad \tilde{p}(t)\to-\frac{q}{C}=-1+\frac{A}{C}$

如 $q\leq 0$ $\quad \tilde{p}(t)\to 0$

2) 假定 $\tilde{n}_0\neq 0$, 作变换

$$\tilde{p}(t)=-\frac{q}{2C}-\frac{B}{2C}\tilde{n}(t)-\frac{1}{C}\cdot\frac{1}{W(t)}\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} \tag{28}$$

则 $W(t)$ 所满足的方程和初条件是

$$\frac{\mathrm{d}^2W}{\mathrm{d}t^2}+F(t)W(t)=0 \tag{29}$$

其中

$$F(t)=-\frac{q^2}{4}+\left[(2A+B)C-\frac{B}{2}\left(q+\frac{1}{\tau}\right)\right]\tilde{n}_0 e^{-t/\tau}-\frac{1}{4}(B^2-4AC)\tilde{n}_0^2\cdot e^{-2t/\tau} \tag{30}$$

$$t=0 \text{ 时,} \quad W(0)=1, \quad W'(0)=\frac{q}{2}-\frac{B}{2}\tilde{n}_0-C\tilde{p}_0$$

对我们所讨论的问题, 设 $B^2-4AC>0$, 作自变量替换

$$z=\zeta e^{-t/\tau}, \quad \zeta=\sqrt{B^2-4AC}\cdot\tau\cdot\tilde{n}_0 \tag{31}$$

和未知函数变换

$$W(t)=\sqrt{\frac{\zeta}{z}}\cdot v(z) \tag{32}$$

则 $v(z)$ 满足的方程和初条件是

$$\frac{\mathrm{d}^2 v}{\mathrm{d}z^2}+\left[-\frac{1}{4}+\frac{K}{z}+\frac{\frac{1}{4}-m^2}{z^2}\right]v(z)=0 \tag{33}$$

$$z=\zeta \text{ 时} \quad v(\zeta)=1, \quad v'(\zeta)=\frac{1}{2\zeta}+\frac{\tau C}{\zeta}\left(\tilde{p}_0+\frac{B}{2C}\tilde{n}_0+\frac{q}{2C}\right)$$

其中

$$m^2=\frac{1}{4}q^2\tau^2, \quad K=\frac{\tau}{\sqrt{B^2-4AC}}\left[(2A+B)C-\frac{B}{2}\left(q+\frac{1}{\tau}\right)\right]$$

方程 (33) 是 Whittaker 导出的方程 [10], 下面, 分两种情形讨论.

(1) $q=C-A\neq 0$

解可以表示为

$$v(z)=C_1 M_{k,m}(z)+C_2 M_{k,-m}(z) \tag{34}$$

其中 $M_{k,m}(z)$, $M_{k,-m}(z)$ 为 Whittaker 函数 [10]

$$\left.\begin{aligned} C_1&=\frac{M'_{k,-m}(\zeta)-v'(\zeta)M_{k,-m}(\zeta)}{M_{k,m}(\zeta)M'_{k,-m}(\zeta)-M'_{k,m}(\zeta)M_{k,-m}(\zeta)} \\ C_2&=\frac{v'(\zeta)M_{k,m}(\zeta)-M'_{k,m}(\zeta)}{M_{k,m}(\zeta)M'_{k,-m}(\zeta)-M'_{k,m}(\zeta)M_{k,-m}(\zeta)} \end{aligned}\right\} \tag{35}$$

当 $t\to\infty$ 即 $z\to 0$ 时, 有

$$\tilde{p}(t)\to-\frac{q}{2C}-\frac{|q|}{2C} \tag{36}$$

从而

$$\text{当 } t\to\infty \text{时} \begin{cases} \text{若} q>0, & \tilde{p}(t)\to-\dfrac{q}{C}=-1+\dfrac{A}{C} & (37) \\ \text{若} q<0, & \tilde{p}(t)\to 0 & (38) \end{cases}$$

(2) $q=C-A=0$

取

$$K = \frac{\tau}{\sqrt{B^2 - 4AC}}\left[(2A+B)C - \frac{B}{2\tau}\right] \tag{39}$$

解可以表示为

$$v(z) = D_1 M_1(z) + D_2 M_2(z) \tag{40}$$

其中

$$\left.\begin{aligned} M_1(z) &= M_{k,0}(z) = z^{1/2}\cdot e^{-(1/2)z}\cdot\left[1 + \frac{1/2-K}{1!}z + \frac{(1/2-k)(3/2-K)}{2!\times 1\times 2}z^2 + \cdots\right] \\ M_2(z) &= \frac{1}{i}M_{-k,0}(-z) = z^{1/2}\cdot e^{(1/2)z}\left[1 - \frac{1/2-K}{1!}z + \frac{(1/2+K)(3/2+K)}{2!\times 1\times 2}z^2 + \cdots\right] \end{aligned}\right\} \tag{41}$$

而

$$D_1 = \frac{M_2'(\zeta) - v'(\zeta)M_2(\zeta)}{M_1(\zeta)M_2'(\zeta) - M_1'(\zeta)M_2(\zeta)}, \quad D_2 = \frac{v'(\zeta)M_1(\zeta) - M_1'(\zeta)}{M_1(\zeta)M_2'(\zeta) - M_1'(\zeta)M_2(\zeta)} \tag{42}$$

当 $t\to\infty$, 即 $z\to 0$ 时，有

$$\tilde{p}(t) \to 0$$

这些结果可以归纳如下：

1) 如 $q = C - A \le 0$, 系统是线性稳定的，也是非线性稳定的.

当 $t\to\infty$ 时

$$\left.\begin{aligned} &\tilde{p}(t) \to 0 \\ &p(t) = 1 + \tilde{p}(t) \to 1 \end{aligned}\right\} \tag{43}$$

2) 如 $q = C - A > 0$, 系统是线性不稳定的，也是非线性不稳定的.

当 $t\to\infty$ 时

$$\left.\begin{aligned} &\tilde{p}(t) \to -\frac{q}{C} = -1 + \frac{A}{C} \\ &p(t) = 1 + \tilde{p}(t) \to \frac{A}{C} \end{aligned}\right\} \tag{44}$$

这里，我们对 $q>0$ 不稳定解其扰动的演化问题做一般性的讨论. 首先讨论线性不稳定的情形，这时，扰动 $\tilde{p}(t)$ 的演化为

$$\tilde{p}(t) = \tilde{p}_0 \cdot e^{q\cdot t}$$

因此不管 $\tilde{p}_0 > 0$ 或 $\tilde{p}_0 < 0$, 扰动 $\tilde{p}(t)$ 的演化都将遇到各种限制，如比压极限，压力极限等. 不使用控制方法，系统不能稳定运行. 其次讨论非线性不稳定的情形. 这时扰动 $\tilde{p}(t)$ 的演化由公式 (28), (31), (32),(34) 和 (40) 给出，或者由公式 (26), (27) 给出. 在某些很特殊的条件下，也许可以不使用控制方法.

五、结　　论

1) 对聚变等离子体自治理想动力系统讨论了非线性热稳定性问题. 对五种不同约束定律给出了非线性渐近稳定性与非线性不稳定性的判据.

2) 对于常数约束定律，讨论了扰动的非线性演化问题. 数密度扰动 $\tilde{n}(t)$ 永远是稳定的. 对 $\tilde{n}(t) \equiv 0$ 与 $\tilde{n}(t) \neq 0$ 两种情形，给出内能扰动 $\tilde{p}(t)$ 非线性演化的解，以及当 $t \to \infty$ 时，扰动的渐近性质.

3) 对聚变等离子体动力系统研究其非线性热稳定性问题，是十分必要的.

致谢 感谢力学研究所周显初研究员在数学上所给予我们的帮助.

参 考 文 献

[1] Team J E T. *Nuclear Fusion*. 1992, 32(2): 187–203

[2] Cordey J G. et al. Phys Today. Jan, 1992, 22–30

[3] Ohta M. et al. Plasma Phys. Controlled Nuclear Fusion Research (Proc. 4th Int Conf. Madison 1971). IAEA, Vienna 1971, 3: 423

[4] Kammash T. Fusion Reactor Physics, Ann Arbor Science Publishers, Inc. 1973

[5] Borass K. *Phys Scr*. 1987, 16. 107–113

[6] Sager GT. DOE/ER/52127–36, U.S. Department of Energy, 1988

[7] Mandrekas J. et al. *Fusion Technology*. 1991, 19: 57–77

[8] Nicolis G. et al. Self-Organization in Nonequilibrium Systems John Wiley and Sons. 1977

[9] Jordan DW. et al. Nonlinear Ordinary Oifferential Equations. Clarendon Press, 1977

[10] Whittaker ET and Watson GN. A Course of Modern Analysis, Cambridge, 1927

NONLINEAR THERMAL INSTABILITY IN AN IDEALIZED DYNAMICAL SYSTEM OF FUSION PLASMAS

Xu Fu Chen Leshan

(*Laboratory for Nonlinear Mechanics of Continuous Media, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China*)

Abstract The nonlinear thermal instability in an idealized dynamical system of deuterium-tritium fusion plasma is discussed in the present paper. There are mass and energy exchanges between the system and its surroundings. The evolution equations of zero-dimension approximation are adopted. Firstly, the nonlinear thermal stability criteria are obtained for the autonomous system and five different confinement laws. Then, the nonlinear evolution equations for the disturbances of unstable solution are solved for the constant confinement law. It is shown that the disturbance of number density always tends to zero, while the disturbance of internal energy approaches asymptotically to a finite value for the case of nonlinear instability instead of infinity for the case of linear instability.

Key words fusion plasmas, fusion reactor, thermal instability, nonlinear stability