

超声速压缩拐角激波/边界层干扰动力学模态分解

童福林¹, 李新亮^{2,3}, 段焰辉^{1,*}

1. 中国空气动力研究与发展中心 计算空气动力研究所, 绵阳 621000
2. 中国科学院 力学研究所 高温气体动力学重点实验室, 北京 100190
3. 中国科学院大学 工程科学学院, 北京 100049

摘要: 压缩拐角激波与边界层干扰问题广泛存在于高速飞行器的外部和内部流动中,其非定常复杂流场结构对飞行器气动性能影响显著。动力学模态分析将有助于进一步加深理解激波与边界层干扰流场不同特征频率对应的流动结构及动力学特性,为揭示其复杂流动机理提供参考。本文采用动态模态分解(DMD)方法对来流马赫数为 2.9、24°压缩拐角内激波与超声速边界层干扰下的非定常流动进行了模态分析。评估了稀疏改进动态模态分解方法在压缩拐角流动中的适用性,研究了湍流干扰和转捩干扰下典型特征频率对应的动力学模态空间结构差异及其原因,分析了转捩边界层展向非均匀性对低频/高频模态动力学机制的影响规律。研究发现,湍流干扰与转捩干扰下拐角干扰区内均存在两类截然不同的动力学模态:低频模态和高频模态。低频模态结构集中在分离激波及分离泡剪切层的根部,表征为分离泡的大尺度膨胀和收缩运动;高频模态空间分布则以平均声速线附近正负交替结构为主,对应为边界层内不稳定波沿剪切层往下游的传播。转捩边界层的展向结构对低频模态运动特性影响明显,而对高频模态的影响则相对较小。

关键词: 压缩拐角; 激波/边界层干扰; 转捩; 动态模态分解; 低频/高频模态

中图分类号: V211.3; O241.3 文献标识码: A 文章编号: 1000-6893(2017)12-121376-12

超声速压缩拐角激波与边界层干扰问题中存在着复杂的非定常流动机理和非线性动力学运动机制,其运动特性以宽频特征为主,时间尺度差异悬殊。研究表明^[1-2],对于激波与湍流边界层的干扰问题,高频运动的时间尺度约为湍流边界层内扰动的量级,而低频运动的时间尺度可达高频运动的 10~100 倍。激波与边界层干扰问题的非定常运动特性一直以来都是流体力学基础研究的热点和难点问题^[3-6]。目前,学术界对该问题的认识仍不充分,如在大尺度低频振荡的物理机制方面存在着两种截然相反的认识,即上游机制及下游机制^[7-9]。

模态分解方法是研究复杂流动现象及其机理的重要手段。通过模态分解方法,可以对复杂高维度的流场结构进行低阶近似,并提取出非定常流场中占优的特征模态。近年来, Schmid^[10-11]在线性 Koopman 映射的基础上提出了基于瞬时流场预处理的动态模态分解(Dynamic Mode Decomposition, DMD)。该方法在保留了本征正交分解(Proper Orthogonal Decomposition, POD)方法优势的同时,可以直接通过分析实验或者数值模拟得到的流场数据给出整个非定常运动演化过程中的特征模态频率、增长率以及空间形态,非常适合于含有多尺度特征频率的复杂流动问题机

收稿日期: 2017-05-02; 退修日期: 2017-06-05; 录用日期: 2017-06-19; 网络出版时间: 2017-06-27 09:58

网络出版地址: <http://hkxb.buaa.edu.cn/CN/html/20171208.html>

基金项目: 国家自然科学基金(91441103, 11372330); 国家重点研发计划(2016YFA0401200)

* 通讯作者. E-mail: duanyanhui@foxmail.com

引用格式: 童福林, 李新亮, 段焰辉. 超声速压缩拐角激波/边界层干扰动力学模态分解[J]. 航空学报, 2017, 38(12): 121376.
TONG F L, LI X L, DUAN Y H. Dynamic mode decomposition of shock wave and supersonic boundary layer interactions in a compression ramp[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(12): 121376.

理分析。Rowley 等^[12]通过无限维线性算子理论还将该方法进一步推广到非线性流动问题的预测中。最近,大量学者对这一方法进行不断地改进和优化,例如最优化动态模态分解(Optimized DMD, Opt-DMD)和最优模态分解^[13](Optimal MD, Opt-MD)方法。为了更准确地提取出对流场发展影响显著的特征模态,Jovanovic 等^[14]结合优化理论,通过添加罚函数构造了稀疏改进动态模态分解(DMDSP)方法。当前,DMD 及其改进方法已在激波/边界层干扰^[15-17]、超声速底部流动^[18]、跨声速抖振^[19]、边界层转捩^[20-23]等复杂流动问题中得到了广泛应用。

Grilli 和 Schmid^[15]采用动态模态分解方法对超声速压缩拐角的大涡模拟数据进行了模态分析,并基于提取到的 4 个低频动力学模态对干扰区内非定常流场进行了低阶重构。研究发现,低频动态模态的运动学机制表征为分离激波及分离泡的低频振荡运动。Stephan 等^[16]对压缩拐角激波与超声速湍流边界层干扰问题进行了直接数值模拟,分别针对三维瞬态流场和展向平均二维流场数据进行了动力学模态分析。研究发现,两种情况下提取到的低频模态空间结构较为类似,此外,分离激波的低频振荡与拐角内离心不稳定性存在较强关联。另外,Tong 等^[17]研究了壁面温度对压缩拐角动力学模态的影响规律。结果表明,壁面温度的降低对低频和低频模态结构的能量影响较大,但对其空间结构的分布规律影响较小,研究结果还进一步证实了低频模态的运动学机制与分离泡膨胀/收缩运动密切相关。然而,以往模态研究主要针对激波与湍流边界层干扰问题,对于转捩干扰流场内动力学模态的研究较为少见。同时,在分析各特征频率动力学模态对整个非定常流场发展历程的贡献时,往往依据模态振幅或者能量(范数)对特征模态进行提取和排序。但对于压缩拐角流动问题,某些低振幅或低能量动态模态很可能包含流场演化的重要特征信息。

在本文作者前期的研究中^[24-25],对超声速压缩拐角湍流干扰和转捩干扰问题进行了大量的直接数值模拟。本文在此基础上,采用稀疏改进动态模态分解方法对拐角内激波与湍流/转捩边界层干扰的非定常流场进行了动力学模态分析,系

统地研究了不同干扰情况下典型特征频率对应的动态模态空间结构及其运动学机制。深入开展激波/边界层干扰流场的动力学模态分析,有助于进一步揭示激波低频振荡运动的物理机制,为建立相关物理模型提供理论依据。

1 计算设置

采用高精度差分求解器 OpenCFD-SC 对超声速压缩拐角激波边界层干扰问题进行直接数值模拟。控制方程为三维可压缩无量纲 Navier-Stokes 方程组,无黏项采用 Martin 等^[26]优化构造的 WENO 格式以及 Steger-Warming 流量分裂方法求解,黏性项采用八阶中心差分格式进行离散,时间推进采用三阶 Runge-Kutta 方法计算。

压缩拐角计算模型如图 1 所示,拐角为 24° ,来流方向从左往右,来流马赫数 Ma_∞ 为 2.9,基于单位长度的来流雷诺数为 $5\,581.4\text{ mm}^{-1}$,来流静温为 108.1 K,壁面温度为 307 K。计算工况包括湍流干扰和转捩干扰。两种工况的计算域法向高度和展向宽度均完全相同,而转捩干扰流向计算域约为湍流干扰工况的一半。计算网格均采用代数方法生成,流向网格在拐角角部区域内密集均匀分布,法向网格往壁面附近进行了加密处理,展向网格均匀分布。详细几何尺寸及网格尺度参见文献^[24]。

计算域的入口采用层流边界条件,取为距平板前缘 200 mm 处的层流数值解。出口边界使用超声速出口无反射边界条件,物面边界为无滑移条件和等壁温,上边界取为简单无反射边界条件,

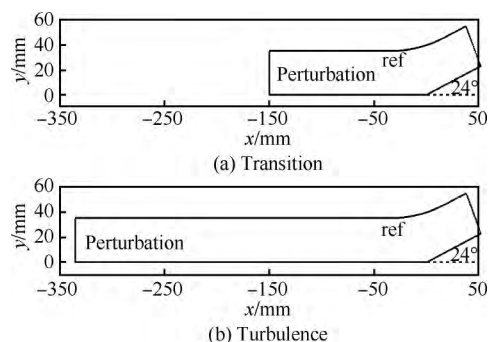


图 1 压缩拐角示意图

Fig. 1 Illustration of compression ramp

展向为周期性条件。对于湍流干扰,如图 1 所示,在层流入口下游的壁面添加多频正弦波扰动^[27]促使流动发生转捩,并在拐角入口处形成充分发展湍流边界层。对于转捩干扰,由于平板长度较短,此时进入拐角的边界层仍处于转捩的初期阶段。图 1 中 ref 分别对应为湍流干扰和转捩干扰两种情况下拐角入口的流向位置。另外,两种工况下扰动的幅值和频率均完全相同,具体参数见文献^[24]。

2 动态模态分解

利用上述直接数值模拟获得压缩拐角瞬时流场矩阵为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\psi}_0 = [v_1 & v_2 & \cdots & v_{N-1}] \\ \boldsymbol{\psi}_1 = [v_2 & v_3 & \cdots & v_N] \end{cases} \quad (1)$$

式中: v_i 为第 i 个瞬态流场数据; N 为瞬态流场样本的总数。假定这些瞬态流场数据之间的时间间隔 Δt 很小,且为恒定值,相邻时刻的瞬态流场之间存在相同的线性映射关系:

$$\begin{aligned} v_{i+1} &= \mathbf{A}v_i \\ \boldsymbol{\psi}_1 &= \mathbf{A}\boldsymbol{\psi}_0 \end{aligned} \quad (2)$$

DMD 方法核心思想是通过求解矩阵 \mathbf{A} 的特征值和特征向量来获取流场动力学过程的特征信息,如特征频率、特征模态结构等。但由于矩阵 \mathbf{A} 往往为高维矩阵,实际计算时常寻求低维矩阵来近似替代矩阵 \mathbf{A} 。具体求解过程如下:

1) 对瞬时流场矩阵 $\boldsymbol{\psi}_0$ 作奇异值分解:

$$\boldsymbol{\psi}_0 = \mathbf{U}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{V}^T \quad (3)$$

式中: \mathbf{U} 为左正交矩阵; \mathbf{V} 为右正交矩阵; $\boldsymbol{\Sigma}$ 为奇异值构成的对角矩阵。

2) 求解矩阵 \mathbf{A} 的低维近似矩阵 \mathbf{F} :

$$\mathbf{A} \approx \mathbf{U}\mathbf{F}\mathbf{V}^T \quad (4)$$

该矩阵可通过求解如下最小化问题获得,即

$$\min_{\mathbf{F}} \|\boldsymbol{\psi}_1 - \mathbf{U}\mathbf{F}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{V}^T\|_F^2 \quad (5)$$

式中: $\|\cdot\|_F$ 为 Frobenius 范数。

矩阵 \mathbf{F} 的最优形式为

$$\mathbf{F}_{\text{DMD}} = \mathbf{U}^T \boldsymbol{\psi}_1 \mathbf{V}\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \quad (6)$$

3) 求解矩阵 \mathbf{F} 的特征值和特征向量:

$$[\boldsymbol{\Lambda}_j, \boldsymbol{\mu}_j] = \text{eiv}(\mathbf{F}_{\text{DMD}}) \quad (7)$$

对矩阵 \mathbf{F} 进行特征值分解得到的特征值将近似表征非定常流场的特征信息,其中特征模态频率

ω_j 和模态增长/衰减率 g_j 分别为

$$\begin{cases} \omega_j = \text{Im}[\ln\mu_j/\Delta t] \\ g_j = \text{Re}[\ln\mu_j/\Delta t] \end{cases} \quad (8)$$

此时第 j 个动态模态 $\boldsymbol{\Phi}_j = \mathbf{U}\boldsymbol{\Lambda}_j$, $\boldsymbol{\Lambda}_j$ 为特征值 μ_j 对应的特征向量。

为了反映各动态模态对非定常流场的贡献,以往研究常采用模态振幅或能量对典型模态进行提取和排序。模态振幅 α_j 定义为^[14]

$$\begin{aligned} \alpha_j &= \mathbf{p}^{-1} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} &= (\boldsymbol{\Lambda}^* \boldsymbol{\Lambda}) (\overline{\mathbf{V}_{\text{and}} \mathbf{V}_{\text{and}}^T}) \\ \mathbf{q} &= \overline{\text{diag}(\mathbf{V}_{\text{and}} \mathbf{V}\boldsymbol{\Sigma}^T \boldsymbol{\Lambda})} \end{aligned} \quad (9)$$

式中: \mathbf{V}_{and} 为特征值 μ_j 构成的 Vandermonde 矩阵。对于模态能量 $\|\boldsymbol{\Phi}_j\|$, 常采用如下矩阵范数表征^[10-11]:

$$\|\boldsymbol{\Phi}_j\| = \frac{1}{\|\mathbf{V}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \boldsymbol{\Lambda}\|} \quad (10)$$

对于某些复杂流动问题,采用模态振幅或能量并不能准确提取出反映流场重要特征的动态模态,低振幅或是低能量模态很可能在整个流场的非定常演化过程中起着重要作用。Jovanovic 等^[14]结合优化理论,构造了一种稀疏改进动态模态分解方法。该方法的核心思想是在对目标函数添加罚函数的基础上寻求最优的稀疏结构(模态振幅对角矩阵 \mathbf{D}_α),进而实现以最优的动态模态组合对复杂流场进行高精度低阶重构。目标函数 $J(\alpha)$ 及罚函数 $\gamma_{\text{card}}(\alpha)$ 构造为^[14]

$$\begin{aligned} \min_{\alpha} J(\alpha) + \gamma_{\text{card}}(\alpha) \\ J(\alpha) &= \|\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{V}^T - \boldsymbol{\Lambda}\mathbf{D}_\alpha\mathbf{V}_{\text{and}}\|_F^2 \\ \gamma_{\text{card}}(\alpha) &= \gamma \sum_{i=1}^r |\alpha_i| \end{aligned} \quad (11)$$

式中: γ 为正则化参数; r 为动态模态个数。新目标函数的求解是一个典型的凸优化问题。

为了评估最优动态模态组合对非定常流场的重构误差, Jovanovic 等^[14]定义如下损失函数:

$$\Pi_{\text{loss}} = \frac{\|\boldsymbol{\psi}_0 - \boldsymbol{\Phi}\mathbf{D}_\alpha\mathbf{V}_{\text{and}}\|_F}{\|\boldsymbol{\psi}_0\|_F} \times 100\% \quad (12)$$

本文将上述稀疏改进动态模态分解方法应用到压缩拐角湍流干扰和转捩干扰问题的动力学模态分析中,实现了对高维复杂流场的高精度低阶重构。

3 结果分析与讨论

3.1 湍流干扰

图 2 分别给出拐角上游无干扰区 ($x = -5.4\delta$)及分离点($x = -2.6\delta$)处脉动压力的加权功率谱密度(Weighted Power Spectral Density, WPSD)曲线, δ 为拐角入口湍流边界层厚度。如图 2 所示, 在无干扰区内, 脉动压力的无量纲峰值频率出现在 $f\delta/U_\infty = 1$ 附近, 这与充分发展平板湍流边界层内脉动特征频率一致, 其中 f 和 U_∞ 分别为频率和来流速度。在拐角干扰区, 可以看到分离点附近脉动压力信号的低频能量急剧升高, 在 $f\delta/U_\infty < 0.01$ 的低频区内出现了能量峰值。计算结果与前人的风洞试验^[28]及数值结果^[29]均吻合。

分离激波的低频振荡运动与拐角分离泡的膨胀/收缩运动密切相关^[9,30]。为此, 采用上述动态模式分解方法对拐角干扰区内展向平均后的瞬时流向速度场进行模式分析。选取的压缩拐角干扰

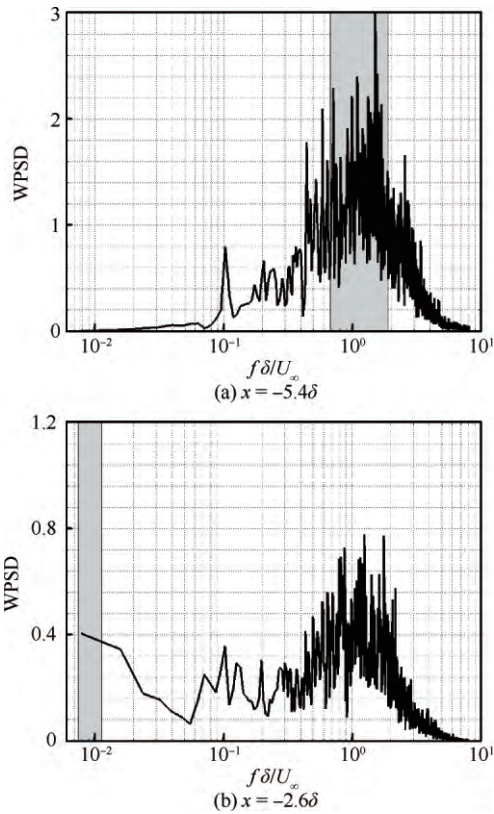


图 2 物面脉动压力加权功率谱密度曲线
Fig. 2 WPSD curves of wall pressure fluctuations

区流场范围为: 流向 $-30 \text{ mm} < x < 20 \text{ mm}$, 物面法向 $0 \text{ mm} < y < 10 \text{ mm}$ 。瞬态流场的时间取样间隔为 $1.23\delta/U_\infty$, 样本总数为 400, 对应的截断 Strouhal 数约为 $0.002 \sim 0.4$, 这里 Strouhal 数为 $f\delta/U_\infty$ 。

图 3 给出了动力学模式的时间离散谱, 其中横轴为模式特征值的实部, 纵轴对应为虚部。圆圈对应为采用 DMD 方法得到的 399 个动力学模式, 圆圈大小代表模式振幅。如图 3 所示, 各特征值基本处于单位圆周附近, 个别高振幅模式位于单位圆内, 这表明计算得到的模式都是准中性稳定的。“+”为基于 DMDSP 方法提取的 19 个主模式, 可以看到, 这些特征模式均散布在单位圆附近。对于平均模式, 其特征频率为 0, 为静态模式, 表征了非定常流场的平均特性。此外, 其余

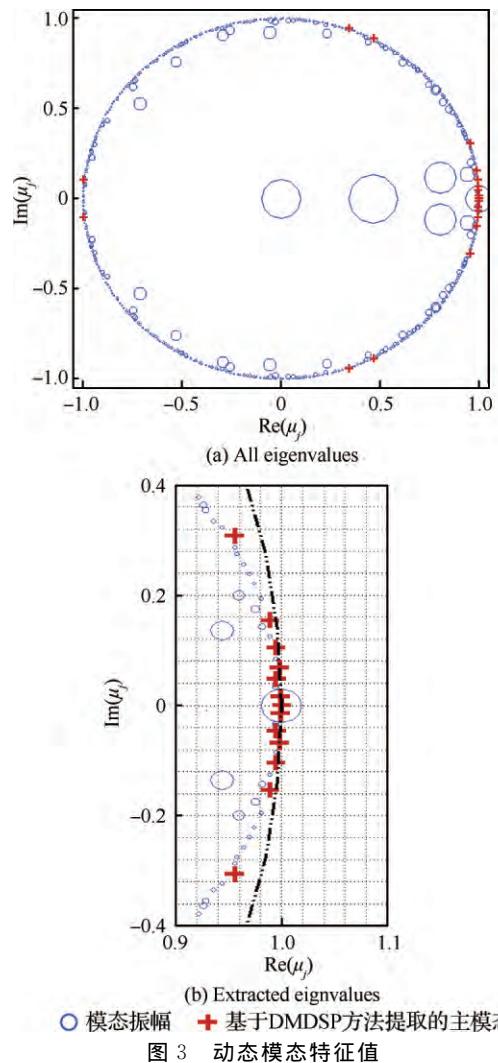


图 3 动态模式特征值
Fig. 3 Eigenvalues of dynamic modes

18 个特征模态均为动态模态,且沿离散谱纵轴呈对称分布,这主要是模态特征值为共轭复数的原因。

为了研究各动力学模态对非定常流场发展的贡献,图 4 给出了模态数目 N_z 与损失函数的关系。随着提取的模态数目增大,损失函数逐步减小。可以观察到,当选取上述 19 个特征模态时,损失函数小于 6%,这表明本文采用 DMDSP 方法提取的这 19 个特征模态能够近似表征拐角干扰区内非常定流场的典型演化历程。

图 5 和图 6 分别给出了模态分解得到的动态模态振幅及能量与特征频率的关系。以往 DMD 研究中^[15-17],常采用模态振幅或能量对动态模态进行排列和选取。然而,在某些情况下,低振幅模态有可能会对流场发展起着重要作用^[14]。本文的研究结果也进一步支持了上述结论。从图 5 中

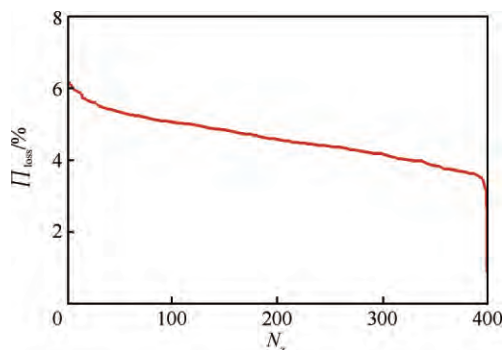


图 4 损失函数随模态数目的变化

Fig. 4 Variation of performance loss as a function of number of dynamic modes

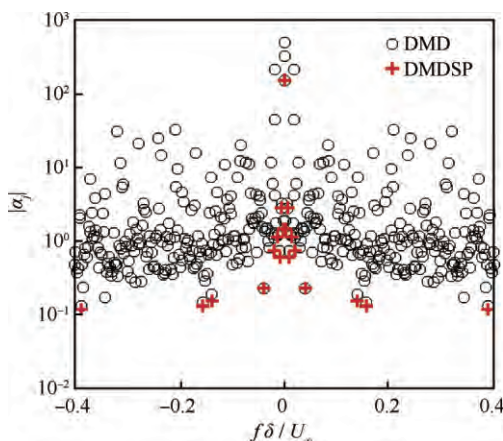


图 5 模态振幅与频率的关系

Fig. 5 Relationship between mode amplitudes and frequencies

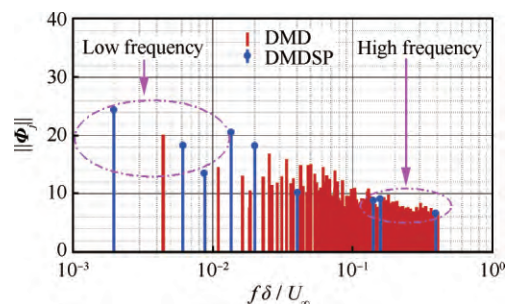


图 6 模态能量与频率的关系

Fig. 6 Relationship between mode energy and frequencies

DMDSP 与 DMD 结果的比较来看, DMDSP 提取的 19 个主模态,除平均模态以外,其余主模态的振幅散布在 0.1~10 的范围内,而 DMD 给出的高振幅模态的量值在 10~100 之间。图 6 显示了各动力学模态的能量分布。如图中点线所示,稀疏改进动态模态分解提取的 9 个主模态(其余 9 个模态对称分布,未在图中标出)呈宽频特征分布,散布在从低频区间到高频区间的范围内。在低频区间依次出现 3 个低频模态 LF1~LF3,特征频率 $f\delta/U_\infty$ 分别为 0.002、0.006 和 0.008,这与之前的压力脉动功率谱密度分布规律一致。结果表明,对于压缩拐角激波湍流边界层干扰问题,流场的非定常演化历程中存在明显的低频特性。对于高频模态 HF1~HF3,特征频率 $f\delta/U_\infty$ 依次为 0.139、0.159 和 0.392。由于瞬态流场的取样频率小于压力脉动的取样频率,因此可分辨的高频模态频率值要低于压力脉动的结果。此外,从图中还可以清楚看到, DMDSP 方法提取的模态也不完全是流场中的高能模态。

为了进一步解释该现象,图 7 还给出了各动力学模态振幅与增长率的关系。从图中可以明显看到,此时高振幅模态对应着强衰减率,这表明高振幅模态只对流场演化的初期阶段影响显著,随着时间推进,该模态很快就会被衰减耗散,因此它们在非定常流场的整个发展过程中并不起主导作用。然而,对于 DMDSP 提取的主模态,如图 7 中“+”所示,尽管模态振幅较小,但是其增长/衰减均很小,说明主模态是稳定的。通常对于稳定模态,其增长率为 0,但由于数值误差的原因,本文结果维持在 0 附近很小的范围内。综合上述分析,对于激波与湍流边界层干扰这类复杂多尺度

流动问题, 模态振幅(能量)及其对应的增长率是决定流场特征结构动力学性质的重要物理量。同时, 相较于原始动态模态分解方法, 稀疏改进动态模态分解方法给出的最优动态模态组合能够准确表征流场演化的重要信息。

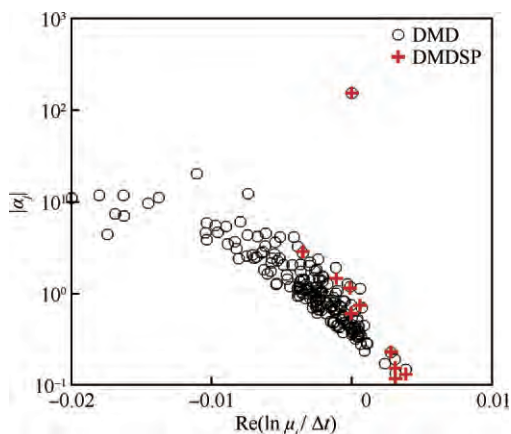


图7 模态振幅与增长率的关系
Fig. 7 Relationship between mode amplitudes and growth rates

分析特征模态的空间结构有助于进一步加深理解不同特征频率下非定常流场的演化规律。图8(a)、图8(c)和图8(e)分别给出了上述低频模态 LF1~LF3 对应的实部。为了便于比较, 图中还给出时间平均流场结果, 点划线为声速线, 实线对应拐角内流线分布。可以看到, 随着特征频率的增加, 各低频模态的空间结构分布规律较为一致, 其特征结构均主要集中在分离激波周围和分离泡上方剪切层的根部附近, 此外分离泡内也有一定的结构强度。

图8(b)、图8(d)和图8(f)给出了高频模态 HF1~HF3 对应的实部。可以明显看到, 高频模态的空间结构与低频模态完全不同。从上游湍流边界层到干扰区下游, 此时高频模态的特征结构沿平均声速线附近呈现正负交替分布特征, 尤其是在分离泡剪切层及其下游再附区, 结构强度明显增强。另外, 随着特征频率的增加, 结构尺度也逐渐减小。

为了进一步观察上述特征模态的动力学性质, 本文还分别基于提取到的低频和高频模态进

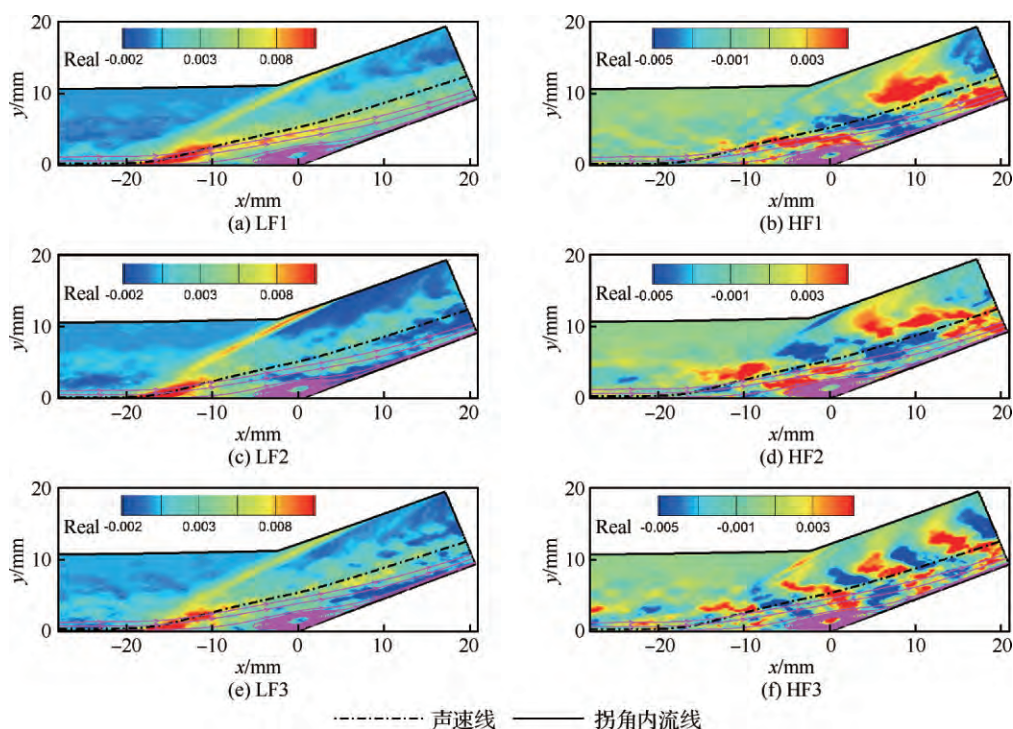


图8 低频和高频模态的实部
Fig. 8 Real part of low and high frequency modes

行了流场重构。这里定义变量 M_s 来定量描述不同特征频率下的运动学机制。

$$M_s(x, y) = \int_0^\infty U^{re}(x, y, t) dy$$

$$U^{re}(x, y, t) = \begin{cases} 0 & U^{re} > 0 \\ -U^{re} & U^{re} \leq 0 \end{cases} \quad (13)$$

式中: U^{re} 为基于特征模态重构出的低阶流场瞬时流向速度,该变量可以直观地反映不同特征频率下拐角内分离泡的非定常运动过程。

图 9 分别给出了基于低频模态(LF1~LF3)和 高频模态(HF1~HF3)重构计算得到的 M_s 随无量纲时间的变化情况。流向位置取为拐角角点 $x=0$ mm 处。从低频模态的结果,可以看到,此时分离泡的运动机制表征为大尺度膨胀和收缩过程,同时由于选用了 3 个不同量值的低频模态进行重构,分离泡的运动呈现非规则周期性,如图中给出一个时间跨度为 965 的振荡周期所示。高频模态的结果与前者则完全不同,从图中可以看到,此时分离泡表征为低幅值高频脉动。研究表明,高频模态的动力学特征与边界层内不稳定波沿剪切层往下游的传播过程有关。综合上述分析,本文研究结果也支持了以往压缩拐角内低频振荡的下游机制^[3]。同时,从低频模态的空间结构来看,研究结果还进一步表明分离区剪切层(特别是根部附近的流动)与干扰区内的低频振荡现象存在较强的关联性,具体作用机制有待下一步深入研究。

此外,图 10 还给出了基于低频模态重构的拐角内分离泡膨胀收缩演化历程。图 10 依次给出了图 9 中 4 个瞬时时刻,其中深色区域代表分离泡,黑色箭头代表分离区起始点。可以清楚看到,在 $t=1\ 438$ 时刻,对应为图 9 点划线的波峰 a,此时分离泡尺度最大,随后在 $t=1\ 685$ 和 $1\ 970$ 时,分离泡逐渐收缩,到达 $t=1\ 970$ 时,分离泡尺度最小,对应为图 9 点划线的波谷 c。随后,分离泡

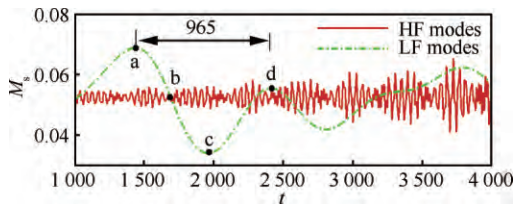


图 9 M_s 随无量纲时间 t 的变化情况
Fig. 9 Time series of variable M_s

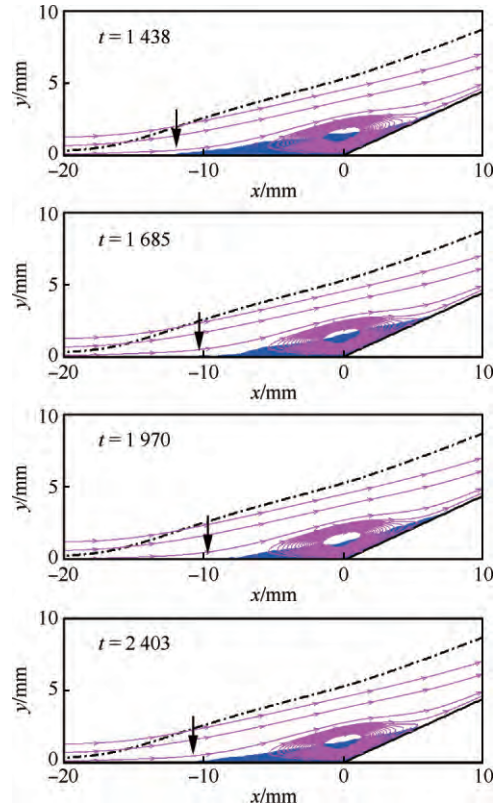


图 10 基于低频模态 LF1~LF3 重构的瞬时流场
Fig. 10 Reconstruction of instantaneous flow field based on low frequency modes LF1-LF3

开始膨胀,在 $t=2\ 403$ 时又达到了波峰状态 d。

3.2 转捩干扰

图 11 给出了采用 Q 准则给出的压缩拐角转捩干扰下瞬态涡结构,其中黑色区域表征瞬态分离泡。如图 11 所示,拐角入口展向两侧存在大尺

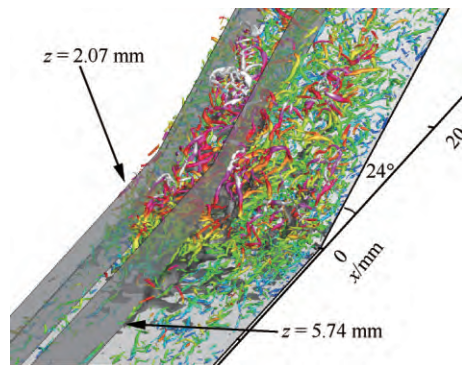


图 11 采用 Q 准则识别的转捩干扰下瞬态涡结构
Fig. 11 Instantaneous isosurface of Q criteria in transitional interaction

度的流向涡串,分离泡上层也存在大尺度涡结构。此时分离泡沿展向存在强烈的三维结构,呈现中间高两边低的山峰型,相关流动机理分析可参见文献[24]。

为了深入分析转捩边界层结构展向非均匀性对动力学模态运动机制的影响,本文分别在 $z = 2.07 \text{ mm}$ 和 $z = 5.74 \text{ mm}$ 处截取瞬态流场 xOy 剖面,前者对应为分离泡尺度最小位置,后者对应为分离泡尺度最大位置,如图 11 中阴影剖面所示。瞬态流场的时间取样间隔为 $4.0L/U_\infty$, L 为单位特征长度, mm; 样本总数为 400。

图 12 给出了转捩干扰下损失函数随模态数目的变化情况。与湍流干扰类似,随着模态数目的增加,损失函数急剧减少。不同展向位置的结果差别较大, $z = 5.74 \text{ mm}$ 剖面损失函数要明显高于 $z = 2.07 \text{ mm}$ 剖面。当模态数目 $N_z = 15$, 前者损失函数约为 22%; 后者略低, 约为 18%。

图 13 分别给出不同剖面下各动态模态的能量与特征频率的关系。可以看到,转捩干扰工况的各模态频率也呈宽频特征分布,这与湍流干扰的分布规律一致。从 DMDSP 提取到的主模态分布情况来看,计算结果也进一步支持了之前湍流干扰的研究结论:模态能量并不是决定特征模态选取的唯一因素。此外,尽管不同剖面内提取到的特征模态频率与能量均有所差别,但频率范围均集中在 $0.01 \sim 0.1$ 区间内,如图中 Mode 1 ~ Mode 3 所示。在前期的压力脉动功率谱密度分析中^[25],研究发现转捩干扰下非定常流场仍存在明显的低频特性。本文的研究结果进一步证实了上述结论,可以看到,Mode 1 对应的特征频率与压力脉动的低频峰值较接近,具体比较见文献[25]。造成两者的差异主要是由于 DMDSP 针对的是全局流场,而压力脉动功率谱分析则是基于局部流场。

图 14 分别给出了不同剖面内模态 Mode 1 ~ Mode 3 的实部。该图能够很好地反映出转捩边界层展向结构对动力学模态的影响规律。为了便于分析比较,图中还给出转捩干扰的时间平均结果,实线表示流线分布,点划线代表平均声速线。对于低频模态 Mode 1,如图 14(a)和图 14(b)所示,不同剖面内模态结构特征差异明显。在 $z = 2.07 \text{ mm}$ 剖面内,低频模态结构主要集中在干扰

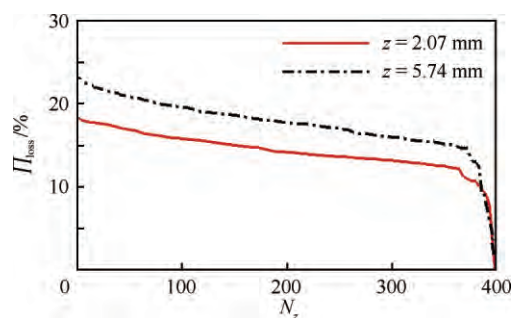


图 12 转捩干扰下损失函数随模态数目的变化

Fig. 12 Variation of performance loss as a function of number of dynamic modes in transitional interaction

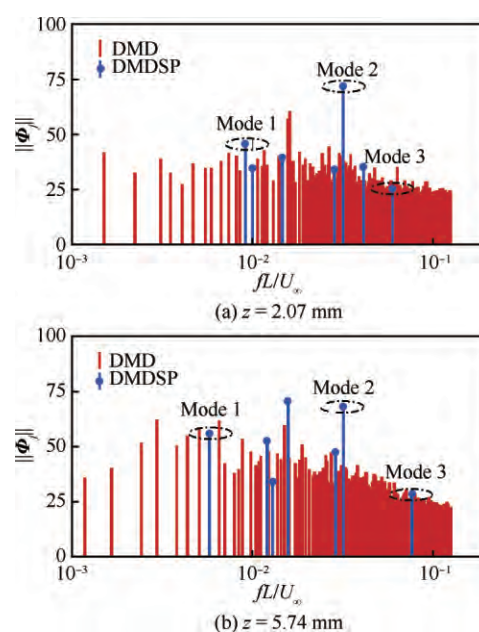


图 13 转捩干扰下模态能量与频率的关系

Fig. 13 Relationship between mode energy and frequency in transitional interaction

区 $20 \sim 4 \text{ mm}$ 内,在干扰区的下游也有一定的小尺度高能结构;而在 $z = 5.74 \text{ mm}$ 剖面,模态结构集中在拐角分离泡内,干扰区上游及下游范围内则相对要小得多。本文认为造成这种结构差异的主要原因有以下两个方面。首先,从图 11 的瞬态涡结构中可以看到,由于转捩边界层结构的展向强非均匀性,此时 $z = 2.07 \text{ mm}$ 剖面处于大尺度发卡涡串中,这使得低频模态在干扰区上游出现较强的结构分布; $z = 5.74 \text{ mm}$ 剖面处于中间的层流区,因而其干扰区上游的结构强度则要低得多。另一个方面,从图 14 中的时均结果比较来看, $z = 5.74 \text{ mm}$ 剖面内存在大范围的分

离泡,而 $z=2.07$ mm 剖面内流场没有出现明显的分离现象。结合之前的模态分析,低频模态与分离泡存在着密切关系,这也定性解释了在 $z=5.74$ mm 剖面的拐角内出现了较强的结构能量,而在 $z=2.07$ mm 剖面却并没有类似结构的现象。

对于高频模态 Mode 2 和 Mode 3,不同剖面内模态结构的分布规律有一定的差异,但总体来看,其分布规律仍较为一致。与湍流干扰的高频

模态结构的比较来看,转捩干扰下高频模态也以声速线附近正负交替结构为主,此外随着模态频率的升高,结构尺度也在逐渐减小。综上所述,转捩干扰下边界层结构的展向非均匀对低频模态影响显著,对高频模态的影响则相对较小。

为了分析比较转捩干扰和湍流干扰特征模态运动机制的差异,图 15 还分别基于 $z=5.74$ mm 剖面的 Mode 1 和 Mode 3 对转捩干扰流场进行

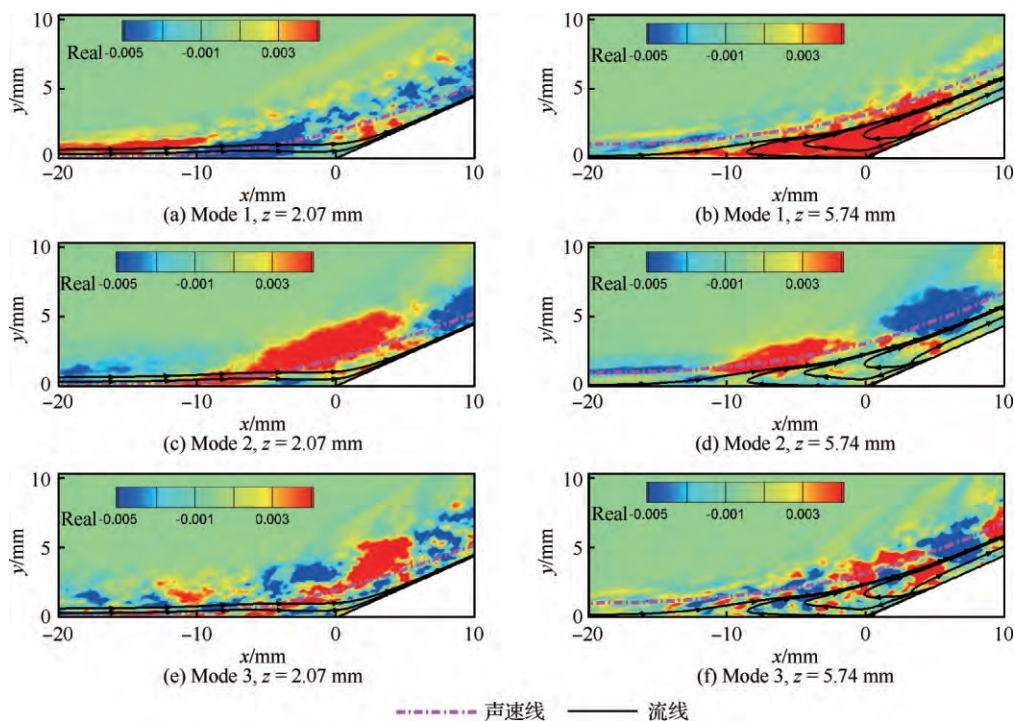


图 14 转捩干扰下特征模态的实部

Fig. 14 Real part of dynamic modes in transitional interaction

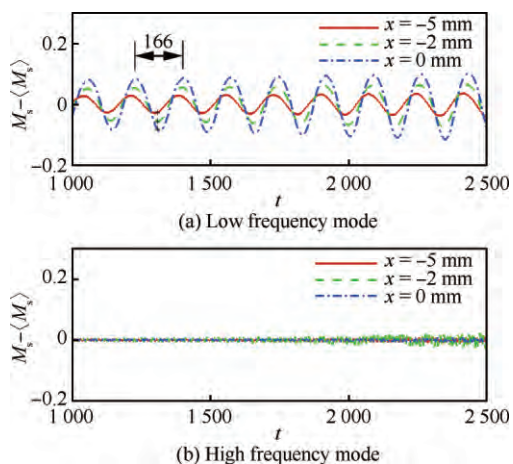


图 15 转捩干扰下 M_s 随无量纲时间变化情况
Fig. 15 Time series of variable M_s in transitional interaction

了低阶重构。这里仍然采用之前湍流干扰工况中定义的变量 M_s 进行定量化分析。图 15(a) 给出了分离泡内 3 个不同流向位置处 M_s 的脉动量,其中 $\langle M_s \rangle$ 为时间平均量。与湍流干扰不同之处在于,此时是基于单一的低频模态 Mode 1 进行重构,如图 15 所示,不同位置处脉动量的分布规律类似,均呈现规则的周期分布,但不同位置处脉动量的峰值略有差别。但是从 M_s 曲线的整体变化趋势来看,两种工况下低频重构的非定常流场演化历程是一致的,这表明转捩干扰下低频模态的运动机制同样表征为分离泡的膨胀和收缩运动。在图 15(b) 高频模态 Mode 3 的结果中,可以清楚看到,不同流向位置处的结果均以小幅高频脉动为主,与湍流干扰的高频结果相比,脉动幅值

则要低得多,但基本规律是一致的,这也表明转捩干扰下高频模态的运动机制与湍流干扰工况类似。

4 结 论

本文采用稀疏改进动态模态分解方法来流马赫数为 2.9、24°压缩拐角内激波边界层干扰问题进行了动力学模态分析。从特征模态的排序和选取方面,评估了稀疏改进动态模态分解方法在压缩拐角流动问题中的适用性。通过分析特征模态的空间结构和重构流场的非定常演化历程,系统研究了湍流干扰和转捩干扰下各动力学模态的差异及其原因,分析比较了转捩干扰下边界层展向非均匀性对流场低频/高频模态动力学机制的影响规律。

1) 基于稀疏改进动态模态分解方法提取的特征模态能够准确对压缩拐角高维复杂流场进行高精度低阶重构。模态能量及其对应的增长率是决定流场特征结构动力学性质的重要物理量。

2) 湍流干扰和转捩干扰下的压缩拐角内均存在两类截然不同的动力学模态:低频模态和高频模态。前者表征为分离泡的大尺度膨胀和收缩运动;后者表征为分离泡的小尺度高频脉动。

3) 转捩边界层的展向非均匀结构对低频模态运动特性影响显著,而对高频模态的影响则相对较小,这与转捩边界层内涡结构分布特征有一定的关联。转捩干扰下的动力学模态研究进一步支持了以往湍流干扰下低频振荡机理研究中的下游机制。

致 谢

感谢国家超级计算天津中心、国家超级计算广州中心、中国科学院网络中心超级计算中心以及山西吕梁超级计算中心提供计算机时。

参 考 文 献

- [1] DOLLING D S, MURPHY M T. Unsteadiness of the separation shock wave structure in a supersonic compression ramp flowfield[J]. *AIAA Journal*, 1983, 21(12): 1628-1634.
- [2] DUPONT P, HADDAD C, DEBIEVE J F. Space and time organization in a shock induce separated boundary layer[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2006, 559: 255-277.
- [3] DOLLING D S. Fifty years of shock-wave/boundary-layer interaction research: What next?[J]. *AIAA Journal*, 2001, 39(8): 1517-1530.
- [4] EDWARD J R. Numerical simulation of shock/boundary layer interactions using time dependent modeling techniques: A survey of recent results[J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2008, 44(6): 447-465.
- [5] GAITONDE D V. Progress in shock wave/boundary layer interactions[J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2015, 72: 80-99.
- [6] LEE C B, WANG S. Study of the shock motion in a hypersonic shock system/turbulent boundary layer interaction[J]. *Experiments in Fluids*, 1995, 19(3): 143-149.
- [7] CLEMENS N T, NARAYANASWAMY V. Low frequency unsteadiness of shock wave turbulent boundary layer interactions[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2014, 46(1): 469-492.
- [8] GANAPATHISUBRAMANI B, CLEMENS N T, DOLLING D S. Low frequency dynamics of shock induced separation in a compression ramp interaction[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2009, 636: 397-425.
- [9] PRIEBE S, MARTIN M P. Low-frequency unsteadiness in shock wave-turbulent boundary layer interaction[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2012, 699(5): 1-49.
- [10] SCHMID P J. Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2010, 656(10): 5-28.
- [11] SCHMID P J. Application of the dynamic mode decomposition to experimental data[J]. *Experiments in Fluids*, 2011, 50(4): 1123-1130.
- [12] ROWLEY C W, MEZIC I, BAGHERI S, et al. Spectral analysis of nonlinear flows[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2009, 641: 115-127.
- [13] WYNN A, PEARSON D, GANAPATHISUBRAMANI B, et al. Optimal mode decomposition for unsteady flows[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2013, 733(2): 473-503.
- [14] JOVANOVIĆ M R, SCHMID P J, NICHOLS J W. Sparsity promoting dynamic mode decomposition[J]. *Physics of Fluids*, 2014, 26(2): 024103.
- [15] GRILLI M, SCHMID P J. Analysis of unsteady behaviour in shock wave turbulent boundary layer interaction[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2012, 700(6): 16-28.
- [16] STEPHAN P, TU J H, ROWLEY C W, et al. Low-frequency dynamics in a shock-induced separated flow[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, 807: 441-477.
- [17] TONG F L, TANG Z G, YU C P, et al. Numerical analysis of shock wave and supersonic turbulent boundary interaction between adiabatic and cold walls[J]. *Journal of Turbulence*, 2017, 18(6): 569-588.
- [18] STANTNIKOV V, SAYADI T, MEINKE M, et al.

- Analysis of pressure perturbation sources on a generic space launcher after-body in supersonic flow using zonal turbulence modeling and dynamic mode decomposition[J]. *Physics of Fluids*, 2015, 27(1): 016103.
- [19] 寇家庆, 张伟伟, 高传强. 基于 POD 和 DMD 方法的跨声速抖振模态分析[J]. *航空学报*, 2016, 37(9): 2679-2689.
- KOU J Q, ZHANG W W, GAO C Q. Modal analysis of transonic buffet based on POD and DMD method[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2016, 37(9): 2679-2689 (in Chinese).
- [20] SAYADI T, SCHMID P J, NICHOLS J W, et al. Reduced-order representation of near-wall structures in the late transitional boundary layer[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2014, 748(2): 278-301.
- [21] DUCOIN A, LOISEAU J C, ROBINET J C. Numerical investigation of the interaction between laminar to turbulent transition and the wake of an airfoil[J]. *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 2016, 57: 231-248.
- [22] LEE C B, WU J Z. Transition in wall-bounded flows[J]. *Applied Mechanics Reviews*, 2008, 61(3): 030802.
- [23] ZHANG C H, ZHU Y D, CHEN X, et al. Transition in hypersonic boundary layers[J]. *AIAA Journal*, 2016, 54(10): 1-11.
- [24] 童福林, 唐志共, 李新亮, 等. 压缩拐角激波与旁路转捩边界层干扰数值研究[J]. *航空学报*, 2016, 37(12): 3588-3604.
- TONG F L, TANG Z G, LI X L, et al. Numerical study of shock wave and bypass transitional boundary layer interaction in a supersonic compression ramp [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2016, 37(12): 3588-3604 (in Chinese).
- [25] 童福林, 李新亮, 唐志共. 激波与转捩边界层干扰非定常特性数值分析[J]. *力学学报*, 2017, 49(1): 93-104.
- TONG F L, LI X L, TANG Z G. Numerical analysis of unsteady motion in shock wave/transitional boundary layer interaction[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2017, 49(1): 93-104 (in Chinese).
- [26] MARTIN M P, TAYLOR E M, WU M. A bandwidth-optimized WENO scheme for the effective direct numerical simulation of compressible turbulence[J]. *Journal of Computational Physics*, 2006, 220(1): 270-289.
- [27] PIROZZOLI S, GRASSO F. Direct numerical simulation of impinging shock wave turbulent boundary layer interaction at $M=2.25$ [J]. *Physics of Fluids*, 2006, 18(6): 065113.
- [28] RINGUETTE M, WU M, MARTIN M P. Low Reynolds number effects in a Mach 3 shock/turbulent boundary layer interaction [J]. *AIAA Journal*, 2008, 46(7): 1884-1887.
- [29] WU M, MARTIN M P. Direct numerical simulation of supersonic turbulent boundary layer over a compression ramp[J]. *AIAA Journal*, 2007, 45(4): 879-889.
- [30] WU M, MARTIN M P. Analysis of shock motion in shock wave and turbulent boundary layer interaction using direct numerical simulation data[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2008, 594: 71-83.

(责任编辑: 李明敏)

Dynamic mode decomposition of shock wave and supersonic boundary layer interactions in a compression ramp

TONG Fulin¹, LI Xinliang^{2,3}, DUAN Yanhui¹ *

1. *Computational Aerodynamics Institute, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China*
2. *Key Laboratory of High Temperature Gas Dynamics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*
3. *School of Engineering Science, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*

Abstract: Shock wave and boundary layer interactions exist widely in the internal and external flow of high speed vehicles. The complicated unsteady flow field has significant effect on the aerodynamic performance of aircraft. Dynamic modal analyses of unsteady motions are helpful to deeply understand the flow structures and dynamical properties of characteristic frequencies in the interactions, providing information to reveal the complex mechanism of the flow. A modal analysis of the unsteady flow field in shock wave and boundary layer interaction for a 24° compression ramp at a Mach number 2.9 is performed by using Dynamic Mode Decomposition (DMD). The applicability of sparsity-promoting DMD in the compression ramp is systematically evaluated. The differences of and reasons for the spatial structures of the dynamic mode corresponding to characteristic frequencies between turbulent and transitional interactions are studied. The influence of spanwise non-uniformity of the transitional boundary layer on the dynamics mechanism of the high and low frequency modes is analyzed and compared. It is found that low frequency modes are characterized by the separation shock and the foot of separated shear layer, exhibiting the breathing motion of the separation bubble. The spatial structures of high frequency modes are dominated by the alternating structures around the mean sonic line, corresponding to the propagation of instable waves past the shear layer above the separation bubble. Additionally, the spanwise non-uniformity has significant effect on the dynamic properties of low frequency modes, while a little effect on those of high frequency modes.

Keywords: compression ramp; shock wave/boundary layer interaction; transition; dynamic mode decomposition; low and high frequency modes

Received: 2017-05-02; Revised: 2017-06-05; Accepted: 2017-06-19; Published online: 2017-06-27 09:58

URL: <http://hkxb.buaa.edu.cn/CN/html/20171208.html>

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (91441103, 11372330); National Key Research and Development Program of China (2016YFA0401200)

* Corresponding author. E-mail: duanyanhui@foxmail.com