

# 纳尺度黏附接触力学行为的理论研究\*

贾宁<sup>1</sup> 姚寅<sup>2</sup> 陈少华<sup>2\*</sup>

(<sup>1</sup> 中国科学院力学研究所非线性国家重点实验室, 100190;

<sup>2</sup> 北京理工大学先进结构技术研究院, 100081)

**摘要** 弹性体在接触过程中由于分子间相互作用力会发生黏附现象, 当接触半径在纳米量级时, 表面效应的影响不可忽视。本文建立了纳米尺度下, 刚球与半无限大基体接触时, 综合考虑黏附效应和表面效应的理论模型。刚球和基体间的黏附效应基于 L-J 势来表征, 表面效应对基体变形的影响基于我们提出的考虑纳米结构材料表面效应的弹性理论来表征。最终得到的强非线性的控制方程采用伪弧长延拓法和牛顿迭代法, 给出了数值解, 得到了压头所受外载随压入深度的变化关系。结果发现, 和不考虑表面效应的经典解相比, 基体剪切模量越小或者刚球尺寸越小, 表面效应越明显。表面效应使得压头所受外载减小(拉力时), 或增加(压力时)。已有的经典理论和实验发现, 当基体模量较小或刚球半径较大时, 压入或分离过程会出现突然黏附(jump-on)或突然撕脱(jump-off)的失稳现象, 和经典理论相比, 表面效应使得突然黏附和突然撕脱时的压入深度更浅。此外, 对于刚球和基体在黏附作用下自平衡的特殊情况, 我们发现, 表面效应减小了自平衡时刚球的压入深度, 这一结果和现有实验结果定性一致。

**关键词:** 黏附接触, 范德华力, 纳尺度, 表面效应

## 一、引言

固体间的黏附接触行为是一个基础而经典的问题。最新的实验结果<sup>[1]</sup>发现, 刚球半径较小时, 基体模量越小时, 经典的黏附理论(如 JKR 模型<sup>[2]</sup>)和实验结果差别越大, 实验所得玻璃球(变形可忽略)和硅树脂基体自平衡黏附时的压入深度要小于 JKR 模型的理论预测结果。经过简单的量纲分析可知, 表面效应起到了不可忽视的作用。

本文建立了一套能完整预测考虑表面效应的黏附接触理论模型, 并揭示了表面效应对黏附接触过程的影响机制。其中, 黏附过程基于 L-J 势来描述, 表面效应对基体变形的影响通过一种基于表面能密度的弹性理论<sup>[3]</sup>来表征。本文所得到的结果对于深刻理解纳尺度黏附接触规律有理论指导意义。

## 二、理论模型

### 2.1 纳尺度下黏附接触理论模型

考虑表面效应的黏附接触的控制方程(无量纲化):

\* 通讯作者: 电话: +86-10-68913927.

电子邮件: [chenshaohua72@hotmail.com](mailto:chenshaohua72@hotmail.com) (陈少华).

国家自然科学基金: (11532013、11372317、11402270).

$$\begin{cases} p'(r') = \frac{16cl^{(1)}}{3} \left[ \left( \frac{1}{h'(r')+1} \right)^9 - \left( \frac{1}{h'(r')+1} \right)^3 \right] \\ h'(r') = \bar{u}'_z(r') + r'^2/2 - \delta' \\ \bar{u}'_z(r') = \frac{R'}{4\pi l^{(1)}} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} [\Xi'(k', 0, b_1) + \Xi'(k', 0, b_2)] p'(t') t' d\theta dt' \end{cases} \quad (1)$$

其中,

$$\begin{aligned} \Xi'(k', 0, b) &= \frac{\pi}{2} \left[ H_0(b\sqrt{R'}k'/l^{(1)}) - Y_0(b\sqrt{R'}k'/l^{(1)}) \right] \\ k' &= \sqrt{r'^2 + t'^2 - 2r't' \cos \theta} \end{aligned} \quad (2)$$

## 2.2 控制方程的数值求解

本文采用了伪弧长延拓法, 利用牛顿迭代法求解该方程。

## 三、结果分析

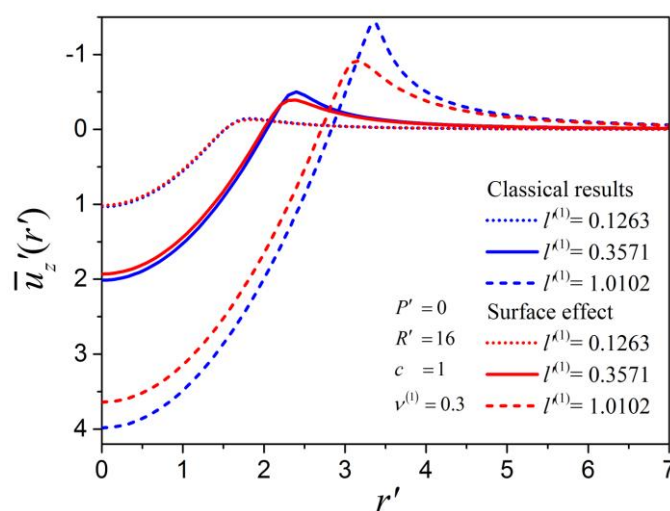


图 2 自平衡下, 基体剪切模量对基体表面法向位移的影响

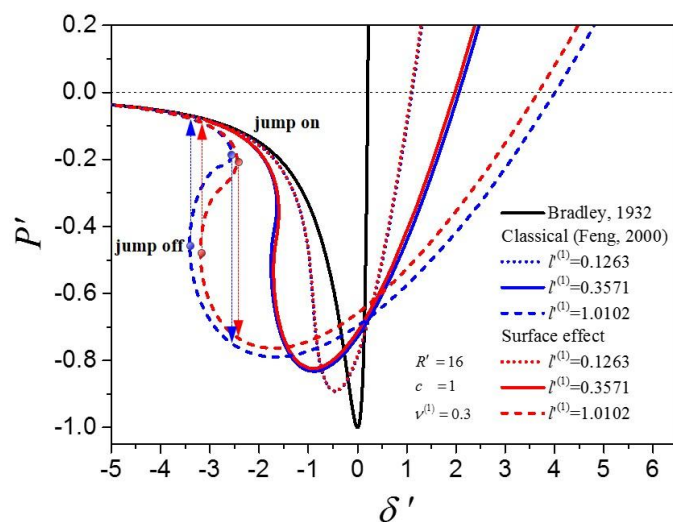


图 3 不同基体剪切模量对力-压入深度变化关系的影响

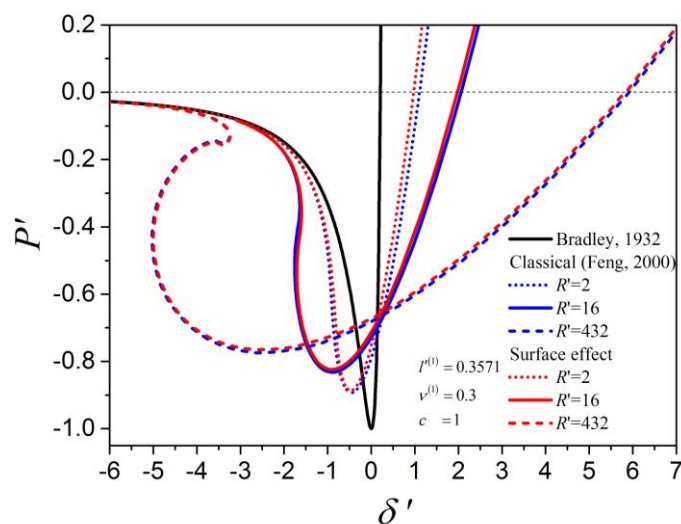


图 4 不同刚球半径对力-压入深度变化关系的影响

## 四、结论

本文建立了考虑表面效应的黏附接触理论模型，通过伪弧长延拓法和牛顿迭代法，给出了数值解。得到以下结论：

(1) 和不考虑表面效应的经典黏附解相比，基体剪切模量越小或者刚球尺寸越小，表面效应越明显。表面效应使得压头所受外载减小（拉力时），或增加（压力时）。

(2) 已有的经典理论和实验发现，当基体模量较小或刚球半径较大时，压入或分离过程会出现突然黏附（jump-on）或突然撕脱（jump-off）的失稳现象，和经典理论相比，表面

效应使得突然黏附和突然撕脱时的压入深度更浅。

(3) 此外, 对于刚球和基体发生自平衡的特殊情况, 我们发现, 表面效应减小了自平衡时刚球的压入深度, 这一结果和现有实验结果定性一致。

### 参 考 文 献

1. Style, R.W., et al., Surface tension and contact with soft elastic solids. *Nature Communications*, 2013. 4(4): p. 2728-2728.
2. Johnson, K., K. Kendall, and A. Roberts, Surface energy and the contact of elastic solids. *Proceedings of the royal society of London. A. mathematical and physical sciences*, 1971. 324(1558): p. 301-313.
3. Chen, S.H. and Y. Yao, Elastic theory of nanomaterials based on surface-energy density. *Journal of Applied Mechanics*, 2014. 81(12): p. 121002.