

非线性水弹性波与超大型海洋浮式结构物

王展

(中国科学院力学研究所, 北京 100190)

摘要: 本文对水弹性波的研究历史进行了简要介绍; 基于非线性孤立波理论, 概述了载荷物在超大型海洋浮式平台上移动致使平台产生大振幅弹性形变的机理; 简述了海洋表面波及海洋内波同弹性浮式平台的相互作用; 最后以海洋工程为背景, 提出了若干与非线性水弹性波相关的科学问题。

关键词: 水弹性力学; 挠曲重力波; 超大型浮式结构物; 内波; 流固耦合

1 国内外研究现状

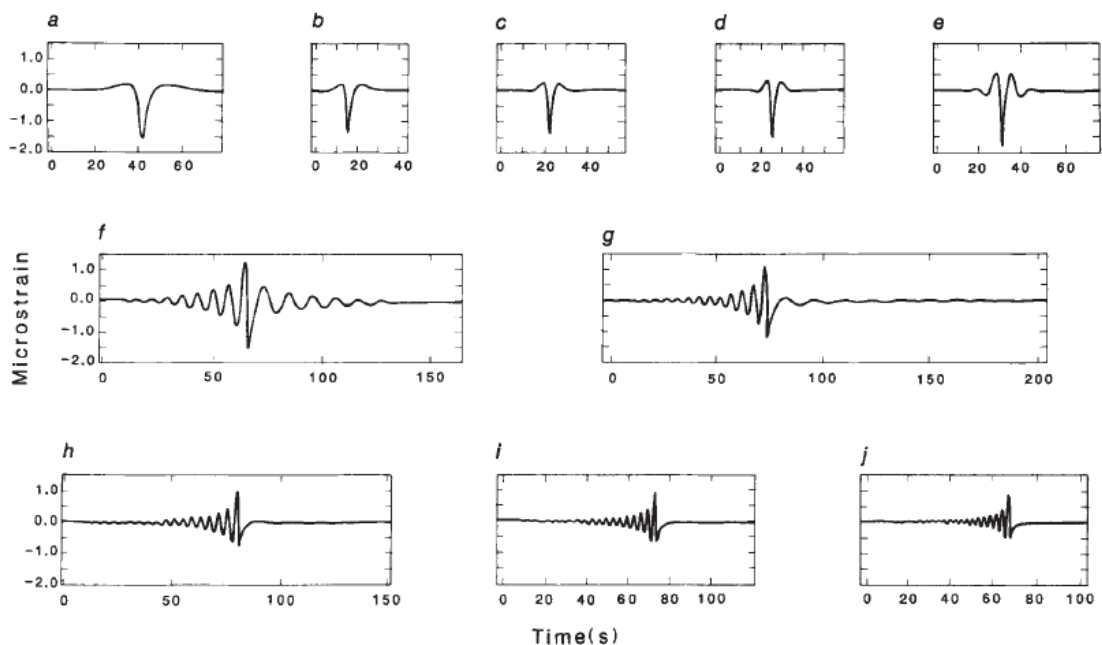
超大型海洋浮式结构物 (Very Large Floating Structure, 简记为 VLFS) 指的是水平尺度以公里计的海洋浮式平台, 其垂向尺度要远小于水深及其水平尺度, 故可将之视为弹性薄板。VLFS 包括覆盖极地的大面积的天然浮冰和人工建造的超大型海洋平台, 目前最著名的人工 VLFS 是日本东京湾的海上机场 Mega-Float (见图一, 建造于 1998-1999)。由于波动可通过 VLFS 的弹性形变进行传播, 所涉及回复力为水波的重力与板的挠曲弹性力, 因此这种波动现象被称为水弹性波 (hydroelastic wave) 或挠曲重力波 (flexural-gravity wave)。水弹性波在开发海洋资源、建立海上军事基地、开辟极地航道等方面均扮演着极其重要的角色。



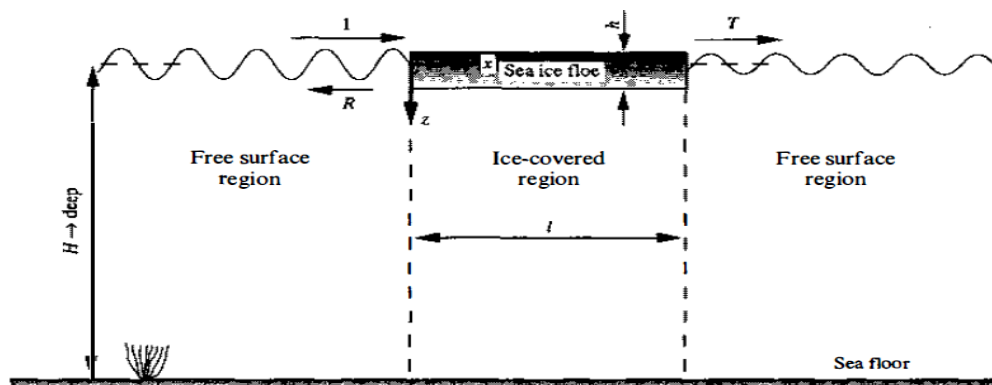
图一: Mega-Float in Tokyo Bay, Japan (photo courtesy of SRCJ)

现代水弹性力学的研究起源于上世纪 50 年代, 美国军方在开发极地的过程中利用浮冰作为飞机起降通道。为安全使用这些天然跑道, 密歇根大学的 Wilson 受军方委托开展了一系列的实验研究。1958 年, Wilson 发表了他的研究结果, 他发现当飞机的移动速度接近某一特定值时, 可以引发冰层的大振幅形变, 甚至由此造成冰层的破裂, 而这一特定速度正是自由水

弹性波（指在没有载荷的情况下）的线性理论所允许的最小相速度。此后这一问题引起了一大批科学家的关注，值得一提的是 Squire 等人在南极附近的 McMurdo Sound 所做的实验（见图二，深水的情形），以及 Takizawa 在日本北海道附近的 Lake Saroma 所做的实验（浅水的情形）。这两个实验均证实了 Wilson 的理论。1996 年，Squire 等人发表了专著《Moving loads on ice plate》，总结了移动载荷下浮冰振动的线性理论成果。



图二：Squire 等人在 McMurdo Sound 的实验，临界速度为 18m/s。图中显示的是不同移动速度下的载荷所引发的冰层振动：(a) 4.5m/s；(b) 8.9m/s；(c) 13.8m/s；(d) 15.7m/s；(e) 17.5m/s；(f) 18.4m/s；(g) 20.8m/s；(h) 23.2m/s；(i) 25.8m/s；(j) 28.2m/s。



图三：“波-结构物”相互作用的示意图。一个长峰的简谐波入射一大块浮冰

另一方面，水弹性波的研究也关注周边海洋环境与 VLFS 的流固耦合效应：结构物在周围海浪的冲击下产生动力学响应，并通过其自身的弹性形变影响周围流场。基于 VLFS 周边环境，对于有限（见图三）或半无界的弹性浮式平台的动力学模型，其边界条件的提法可分为三类：自由边界条件、简支边界条件、固定边界条件。这一方向的研究主要集中在线性理论上，Squire 等人在两篇综述性文章中总结了这方面的研究成果（Squire *et al.* 1995、Squire 2007）。

2 重要科学问题

2.1 超大型海洋平台在移动载荷下的大变形机理

线性理论虽然能准确地预测引发浮冰大幅振荡的载荷速度，却无法解释实验中所观察到的包络型孤立波的存在性（如图二 a-e 所示）。2002 年，Parau 和 Dias 对此问题开展了非线性理论的研究，他们利用非线性薛定谔方程给出了一个临界水深，当实际水深在亚临界区域时（即小于临界水深），他们的理论很好地解释了实验所观测到的现象；2011 年，Milewski 等人对于完全非线性方程进行了数值研究，在超临界区域内也找到了包络型孤立波解，由此完成了对整个问题的研究。但上述讨论仅限于梁的模型，而我们对于弹性浮板在移动载荷作用下的大变形机理仍缺乏足够的认识。

2.2 内波与超大型海洋浮式平台的相互作用

海水因盐度与温度的差异造成密度跃层，进而引发内部密跃层的波动，这一现象称为“内波”，而我国南海是内波频发的海域。内波在海洋系统的质量、动量与能量的转移和传递过程中扮演着极其重要的角色，同时也是影响和破坏海上作业平台的重要因素。因此，研究内波与 VLFS 的相互作用具有重要的科学意义和工程应用价值。这方面比较著名的工作是 Caipott 及其合作者在 1991 年发表的，他们研究了北冰洋叶尔马克深海高原产生的大振幅内波在传经冰层覆盖区时所导致的冰层形变，这一研究为我们观测北冰洋内波提供了一个简单的方法。最近，Wang 等人详细研究了内波与弹性平台相互作用下的非线性行波。这一方向的研究，因其在海洋工程中的实际应用，有必要进一步地开展起来。

2.3 海面波浪入射到平台后的传播演化规律

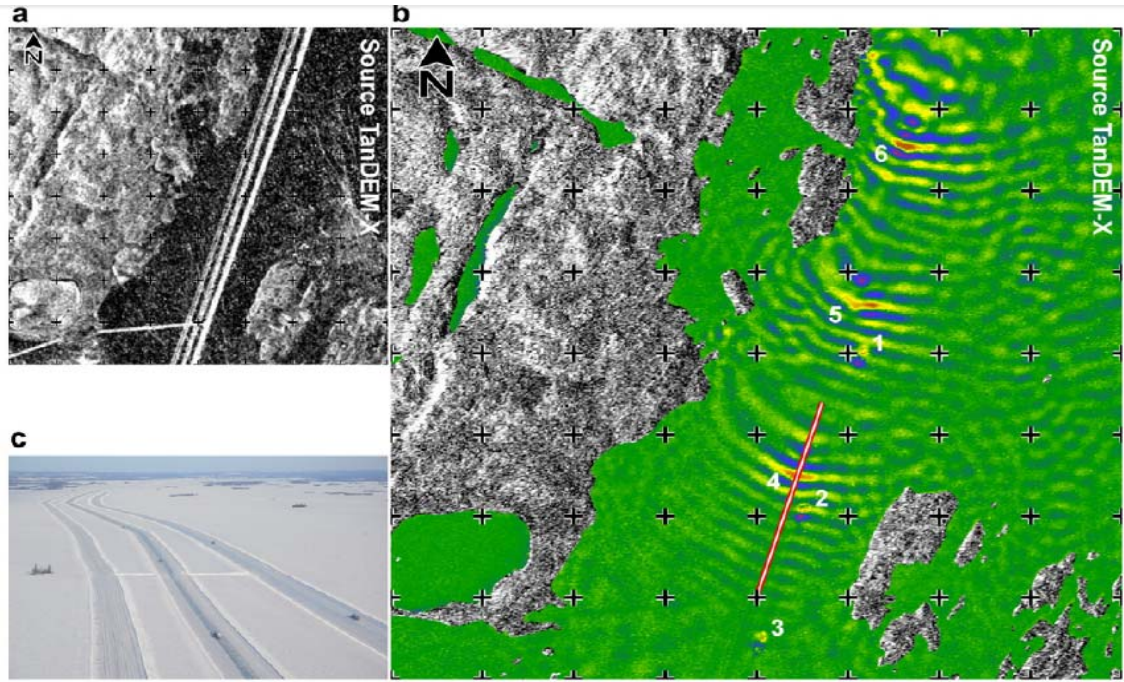
海洋中的波列在传播过程中遇到 VLFS 是非常常见的现象。在这种情况下，波列会在 VLFS 下方传播引发平台的弹性形变，当这一过程所诱导的应变足够大时甚至可能导致平台的破裂。通常在线性理论中，我们的目标是计算这一过程中反射波与透射波的振幅。另一方面，海洋中的浮冰以及人工建造的超大型浮体很多时候并不完美，它们可能具有很多瑕疵，比如裂缝的存在、物理参数（如板的厚度）的变化等，考虑这些因素与入射波列的相互影响具有重要的工程意义。目前这一方向的研究集中在线性理论上（见 Squire *et al.* 1995、Squire 2007 及其后的参考文献）；而此类问题的非线性理论属于待开垦的处女地。

3 发展趋势与合作需求

目前，对非线性水弹性波的研究基本上集中在二维问题，而对于三维问题的研究才刚刚开始。对于二维问题，用于描述梁的弹性形变的模型大致有三种：Euler-Bernoulli 梁、Kirchoff-Love 梁、Toland 梁。其中 Euler-Bernoulli 模型是线性的，无法描述大形变；Kirchoff-Love 模型缺少明确的 Hamilton 能量表达式；只有 Toland 的模型是完全非线性且具有弹性势能表达式。Milewski & Wang (2013) 利用 Willmore 泛函将 Toland 模型推广到三维，但由于新模型涉及到复杂的曲面几何知识，其高精度数值计算有赖于新的数值方法的建立。更进一步地，通过卫星雷达我们观测到，当卡车在冰层上移动时，有完全局部化的波形出现（如图四 b 所示）。这种波形在水波问题中称为块状孤立波（lump），并且到目前为止只在重力毛细波中被证实存在；如若能证明在水弹性波中也存在，将是有意义的工作。

大振幅的海洋表面波及海洋内波同 VLFS 的耦合相互作用，因涉及到海洋油气资源的开采、海上军事基地的建立等重大需求，值得特别关注。由于模型与边

界条件的复杂性，对于这两类问题在非线性层面上的研究（不论是二维情形还是三维情形）极度缺乏。从实验、理论、数值计算、现场观测等方向进行综合研究，能极大地提高我们对这两个问题的理解与应用。



图四：卫星图片显示的大面积浮冰上的卡车跑动导致的冰层振荡（Sanden & Short 2016）。

参考文献

- [1] L.G. Bennetts, N.R.T. Biggs & D. Porter (2007) A multi-mode approximation to wave scattering by ice sheets of varying thickness. *J. Fluid Mech.* **579**: 413-443.
- [2] F. Bonnefoy, M.H. Meylan & P. Ferrant (2009) Nonlinear higher-order spectral solution for a two-dimensional moving load on ice. *J. Fluid Mech.* **621**: 215-242.
- [3] P.V. Caipott, M.D. Levine, C.A. Paulson, D. Menemenlis, D.M. Farmer & R.G. Williams (1991) Ice flexural forced by internal wave packets in the Arctic Ocean. *Science* **254**: 832-835.
- [4] T. Chou (1998) Band structure of surface flexural-gravity waves along periodic interfaces. *J. Fluid Mech.* **369**: 333-350.
- [5] J.W. Davys, R.J. Hosking & A.D. Sneddy (1985) Waves due to a steadily moving source on a floating ice plate. *J. Fluid Mech.* **158**: 269-287.
- [6] L.K. Forbes (1986) Surface waves of large amplitude beneath an elastic sheet. I. High-order series solution. *J. Fluid Mech.* **169**: 409-428.
- [7] C. Fox & V.A. Squire (1994) On the oblique reflexion and transmission of ocean waves from shore fast sea ice. *Philos. Trans. R. Soc. Lond. A* **347**: 185-218.
- [8] R.J. Hosking, A.D. Sneddy & D.W. Waugh (1988) Viscoelastic response of a floating ice plate to a steadily moving load. *J. Fluid Mech.* **196**: 409-430.
- [9] T. Gao, Z. Wang & J.-M. Vanden-Broeck (2016) New hydroelastic solitary waves in deep water and their dynamics. *J. Fluid Mech.* **788**: 469-491.
- [10] A.G. Greenhill (1886) Wave motion in hydrodynamics. *Amer. J. Math.* **9**: 62-96.
- [11] P. Guyenne & E.I. Parau (2012) Computations of fully nonlinear hydroelastic solitary wave on deep water. *J.*

- Fluid Mech.* **713**: 307-329.
- [12] J.B. Keller (1998) Gravity waves on ice-covered water. *J. Geophys. Res.* **103**: 7663-7670.
- [13] J.B. Keller & M. Weitz (1953) Reflection and transmission coefficients for waves entering or leaving an ice field. *Commun. Pure Appl. Math.* **6**: 415-417.
- [14] J.R. Marko (2003) Observations and analyses of an intense waves-in-ice event in the Sea of Okhotsk. *J. Geophys. Res.* **108**: 3296.
- [15] J. Miles & A.D. Sneyd (2003) The response of a floating ice sheet to an acceleration line load. *J. Fluid Mech.* **497**: 435-439.
- [16] P.A. Milewski & Z. Wang (2013) Three dimensional flexural-gravity waves. *Stud. Appl. Math.* **131**: 135-148.
- [17] P.A. Milewski, J.-M. Vanden-Broeck & Z. Wang (2013) Steady dark solitary flexural gravity waves. *Proc. R. Soc. A* **469**: 20120485.
- [18] P.A. Milewski, J.-M. Vanden-Broeck & Z. Wang (2011) Hydroelastic solitary waves in deep water. *J. Fluid Mech.* **679**: 628-640.
- [19] W.S. Nugroho, K. Wang, R.J. Hosking & F. Milinazzo (1999) Time-dependent response of a floating flexible plate to an impulsively-started steadily moving load. *J. Fluid Mech.* **381**: 337-355.
- [20] C. Page & E.I. Parau (2014) Hydraulic falls under a floating ice plate due to submerged obstructions. *J. Fluid Mech.* **745**: 208-222.
- [21] E.I. Parau & F. Dias (2002) Nonlinear effects in the response of a floating ice plate to a moving load. *J. Fluid Mech.* **460**: 281-305.
- [22] N. Peake (2001) Nonlinear stability of a fluid-loaded elastic plate with mean flow. *J. Fluid Mech.* **434**: 101-118.
- [23] P.I. Plotnikov & J.F. Toland (2011) Modelling nonlinear hydroelastic waves. *Philos. Trans. R. Soc. Lond. A* **369**: 2942-2956.
- [24] R.M.S.M. Schulkes, R.J. Hosking & A.D. Sneyd (1987) Wave due to a steadily moving source on a floating ice plate. Part 2. *J. Fluid Mech.* **180**: 297-318.
- [25] V.A. Squire (2007) Of ocean waves and sea-ice revisited. *Cold. Reg. Sci. Technol.* **49**: 110-133.
- [26] V.A. Squire, J.P. Dugan, P. Wadhams, P.J. Rottier & A.K. Liu (1995) Of ocean waves and sea ice. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **27**: 115-168.
- [27] V.A. Squire, R.J. Hosking, A.D. Kere & P.J. Langhorne (1996) Moving loads on ice plate. In *Solid Mechanics and its Applications*, vol. 45, Kluwer.
- [28] V.A. Squire, W.H. Robinson, P.J. Langhorne & T.G. Haskell (1988) Vehicles and aircraft on floating ice. *Nature* **333**: 159-161.
- [29] T. Takizawa (1985) Deflection of a floating sea ice sheet induced by a moving load. *Cold Reg. Sci. Tech.* **11**: 171-180.
- [30] J.F. Toland (2007) Heavy hydroelastic travelling waves. *Proc. R. Soc. Lond. A* **463**: 2371-2397.
- [31] J.F. Toland (2008) Steady periodic hydroelastic waves. *Arch. Rat. Mech. Anal.* **289**: 325-362.
- [32] J.J. van der Sanden & N.H. Short (2017) Radar satellites measure ice cover displacements induced by moving vehicles. *Cold Reg. Sci. Technol.* **133**: 56-62.
- [33] Z. Wang, E.I. Parau, P.A. Milewski & J.-M. Vanden-Broeck (2014) Numerical study of interfacial solitary waves propagating under an elastic sheet. *Proc. R. Soc. A* **470**: 20140111.
- [34] Z.H. Wang (2000) Hydroelastic analysis of high-speed ships. PhD thesis, Technical University of Denmark.
- [35] J.T. Wilson (1958) Moving loads on floating ice sheets. UMRI Project 2432, University of Michigan Research Institute.
- [36] X. Xia & H.T. Shen (2002) Nonlinear interaction of ice cover with shallow water waves in channels. *J. Fluid Mech.* **467**: 259-268.