

基于概率统计的土石混合体边坡可靠度分析方法^{*}

张健萍¹助理研究员 周东²助理研究员

(1 中国民用航空飞行学院 民航安全工程学院 四川 广汉 618307

2 中国科学院 力学研究所 北京 100190)

学科分类与代码: 6203099(安全工程技术科学其他学科)

中图分类号: X935

文献标志码: A

【摘要】 为确切描述边坡实际状态,更准确评估边坡稳定性,提出一种基于概率统计的边坡可靠度分析方法。该方法考虑土石混合体边坡平均强度的不确定性和强度在空间上的变异性,综合利用蒙特卡罗方法和连续非连续单元法(CDEM)计算评估边坡可靠程度;将坡体表面的相对位移量作为基本指标,从定性和定量2个方面确定边坡的失稳标准;通过分析一个典型的土石混合体边坡,获得边坡在不同强度分布和强度等级下的可靠度,并结合一个实例对文中方法的有效性进行验证。结果表明:边坡强度的分布特性对边坡的变形失稳结果有较大影响,利用基于概率统计的可靠度分析方法可建立边坡稳定性与岩土材料强度特性的关系。

【关键词】 土石混合体边坡; 可靠度; 概率统计; 双重变异性; 连续非连续单元法(CDEM)

Reliability analysis method for earth-rock aggregate slope based on probability statistics

ZHANG Jianping¹ ZHOU Dong²

(1 College of Civil Aviation Safety Engineering, Civil Aviation Flight University of China, Guanghan
Sichuan 618307, China 2 Institute of Mechanics, Chinese Academy of
Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: In order to describe the practical state of a slope, and to evaluate the stability of a slope more accurately, a reliability analysis method of earth-rock aggregate slope based on probability statistics was worked out. Dual variability of the slope was considered, including uncertainty of the average strength and spatial variation of the strength of a slope. The reliability of a slope was calculated and evaluated with the Monte Carlo method and CDEM. The failure criteria were proposed in qualitative and quantitative way based on the relative displacement between monitoring points. Through the analysis of a typical earth-rock aggregate slope, the reliability of the slope was obtained. The result shows that deformation and failure of a slope are well dependent on the distributive property of the strength, and the correlation between the strength distribution of the material and the stability of a slope can be found with the reliability analysis method based on probability statistics.

Keywords: earth-rock aggregate slope; reliability; probability statistics; dual variability; continuum-discontinuum element method (CDEM)

* 文章编号: 1003-3033(2018)05-0141-06; DOI: 10.16265/j.cnki.issn1003-3033.2018.05.024
收稿日期: 2018-02-02; 修稿日期: 2018-04-15

0 引言

土石混合体^[1]边坡主要由坚硬块石与松软土体随机混合组成,在我国分布广泛,具有高度非均匀、非连续、大变形等特性,由此形成的滑坡灾害频发,危害严重。此类边坡的材料及其强度均呈现出极高的离散性,给边坡稳定性分析带来一定难度。目前,边坡稳定性分析方法主要有极限平衡法^[2]及在此基础上改进发展起来的其他方法^[3-4]、数值分析法^[5](如有限元、离散元等)以及临界滑移面搜索法^[6]等。在利用上述方法进行边坡稳定性分析时,大多仅从确定性因素出发评价边坡安全性,为边坡安全评估提供了重要依据,但没有考虑实际情况中的不确定性因素。因此,可能导致计算分析结果与边坡实际状态和发展趋势不符。这就是在实际工程中,边坡安全系数虽能满足设计要求,但边坡却发生了破坏的原因。目前学界在边坡失稳的不确定性方面也已经开展了一些有价值的研究工作^[7-8],但在实际计算中同时考虑强度不确定性和强度空间变异性的很少。

鉴于以上分析,笔者将在土石混合体边坡稳定性分析中,考虑边坡强度的不确定性及强度在空间上的变异性,提出基于变形的滑坡失稳判据,结合蒙特卡罗方法和连续非连续单元法(Continuum-Discontinuum Element Method, CDEM)^[9],统计边坡的可靠度,以期有助于提高边坡稳定性的定量评估的准确性。

1 边坡可靠度分析理论及方法

黏聚力 C 和内摩擦角 φ 这 2 个强度参数是影响边坡稳定性的关键指标。实际边坡工程中很难准确测得这 2 个参数。同一边坡不同位置处的土石体物理力学性质差别也较大, C 、 φ 的空间变异性很明显。于是在分析中假定 C 、 φ 为相互独立的随机变量,且服从某种分布规律。基于此提出本文的边坡可靠度分析方法。

1.1 边坡可靠度分析流程

分析流程如图 1 所示,总体思路为:

- 1) 首先对目标边坡进行详细的现场勘测,获取全面的边坡基础资料。
- 2) 根据勘察信息明确边坡的几何参数,如坡高、坡角、倾向和断层位置等,并建立相应的几何模型。

3) 通过现场试验或采样,统计分析边坡各个地层的强度特征和分布规律,确定边坡强度分布参数,包括均值的分布参数和空间分布参数。

4) 利用几何模型和强度分布参数,基于蒙特卡罗方法生成一组边坡随机分析样本,该组样本具有相同的几何构型,但强度均值和强度空间分布均是根据分布参数随机构建的。

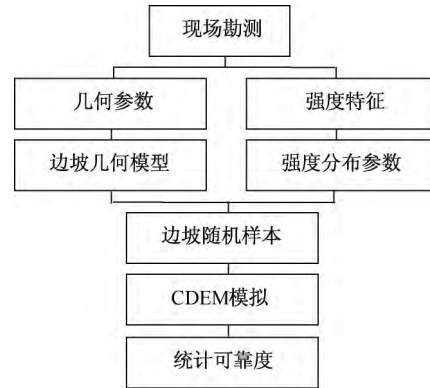


图 1 边坡可靠度分析流程

Fig.1 Analysis process for slope reliability degree

5) 利用 CDEM 对样本中的每个具体边坡模型进行模拟计算,得到单个边坡的变形失稳状态。

6) 统计样本的计算结果,得出边坡的可靠度。

1.2 基于蒙特卡罗的随机变量生成方法

边坡可靠度分析流程步骤 4) 中,需利用现场试验和采样获得强度分布参数,构造关于 C 和 φ 的 2 组独立随机变量,其核心是基于蒙特卡罗的 2 组独立正态分布随机变量生成方法,其分析步骤如下:

1) 确定样本的概率密度函数。假设模型的 C 和 φ 数据样本服从正态分布,取密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1)$$

式中: μ 为均值; σ 为标准差。

2) 利用随机数发生器产生 2 组均匀分布的随机数。采用乘同余法产生均匀分布随机数列,其递推公式如下:

$$I_{n+1} = (aI_n + c) \text{ mod } m \quad (2)$$

式中: I_n 为随机数序列; a 为乘法器; c 为增值; m 为模数; mod 为取模运算, $(aI_n + c) \text{ mod } m$ 意为取 $(aI_n + c)$ 除以 m 后的余数。 a 、 c 和 m 皆为整数,选定一个初值 I_0 ,便可递推产生区间为 $[0, m]$ 的整数随机数序列,随机性来源于取模运算。再利用

$$r_n = \frac{I_n}{\text{float}(m)} \rightarrow [0, 1)$$

$$R_n = \frac{I_n}{\text{float}(m-1)} \rightarrow [0, 1] \quad (3)$$

可以得到 $[0, 1]$ 之间的 2 组均匀分布的随机实数序列 r_n 和 R_n 。其中 $\text{float}(m)$ 表示计算机计算时将整数 m 转换为浮点类型。

3) 利用得到的 2 组均匀分布的随机数, 用 Box-Muller 法构造服从正态分布的 2 组独立随机变量。

如果 x_1, x_2 的联合概率密度分布函数为 $p(x_1, x_2)$, 且 y_1, y_2 均为 x_1, x_2 的函数, 则 y_1, y_2 的联合概率密度分布函数为

$$p(y_1, y_2) = p(x_1, x_2) \left| \frac{\partial(x_1, x_2)}{\partial(y_1, y_2)} \right| \quad (4)$$

式中 $\left| \frac{\partial(x_1, x_2)}{\partial(y_1, y_2)} \right|$ 为 x 对 y 的雅克比矩阵。

假设 x_1, x_2 为 $(0, 1)$ 区间内相互独立的均匀分布随机变量, 则

$$p(x_1, x_2) = p(x_1)p(x_2) = 1 \quad (5)$$

有

$$p(y_1, y_2) = \left| \frac{\partial(x_1, x_2)}{\partial(y_1, y_2)} \right| \quad (6)$$

令

$$\begin{aligned} y_1 &= \sqrt{-2\ln x_1} \cos(2\pi x_2) \\ y_2 &= \sqrt{-2\ln x_1} \sin(2\pi x_2) \end{aligned} \quad (7)$$

可得

$$\begin{aligned} x_1 &= \exp\left[-\frac{1}{2}(y_1^2 + y_2^2)\right] \\ x_2 &= \frac{1}{2\pi} \arctan \frac{y_2}{y_1} \end{aligned} \quad (8)$$

有

$$\begin{aligned} p(y_1, y_2) &= \left| \frac{\partial(x_1, x_2)}{\partial(y_1, y_2)} \right| = \\ &= \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y_1^2}{2}\right) \right] \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y_2^2}{2}\right) \right] = \\ &= p(y_1)p(y_2) \end{aligned} \quad (9)$$

即 y_1, y_2 为相互独立的服从正态分布的随机变量。由此便可通过式(7)得到 2 组独立的符合正态分布的随机数序列。

1.3 CDEM 计算方法

边坡可靠度分析流程步骤 5) 中, 提及的 CDEM 计算方法^[9-10]是一种拉格朗日系统下的基于可断裂单元的动态显示求解算法。通过拉格朗日能量系统建立严格的控制方程, 利用动态松弛法显式迭代求

解, 实现连续-非连续的统一描述。CDEM 方法结合了连续和非连续计算的优势, 连续计算采用有限元方法, 非连续计算则采用离散元法, 可模拟边坡从连续变形、局部破坏到失稳成灾的全过程, 适合边坡稳定性分析和模拟。

1.4 边坡可靠度统计方法

边坡可靠度分析流程步骤 6) 可通过下述方法实现: 设在 n 次基于 CDEM 的数值试验中, r 次稳定, p 次欠稳定, q 次失稳, 则边坡的失稳概率为

$$\eta_b = \frac{q + 0.5p}{n} \times 100\% \quad (10)$$

边坡可靠度为

$$\eta_s = \frac{r + 0.5p}{n} \times 100\% \quad (11)$$

式中 0.5 为权重参数, 表示欠稳定边坡失稳与稳定的可能性相同。试验次数 n 越大, 所得可靠度越接近实际。

2 边坡破坏标准

从坡底到坡顶依次等间距设置若干监测点, 第一个监测点和最后一个监测点分别设在坡底和坡顶的基岩上。绘制监测点位移分布图和相对位移分布图, 根据位移的连续性来判断坡体是否破坏。

2.1 定性指标

观察坡体表面监测点的相对位移变化趋势: 前缓后陡为稳定; 前缓后陡为可修(不垮); 前陡后陡为破坏。

具体而言, 如果一条位移分布曲线较为光滑平缓, 即从底部基岩延伸到整个土石混合体边坡直至坡顶的基岩, 相邻监测点间的位移没有明显的突变, 说明坡体表现出的是类似沉降或蠕变的连续变形特征, 边坡稳定; 如果位移分布曲线的前半部分较为平缓, 没有明显的突变, 而后半部分出现了较为显著的突变, 即从底部的基岩到边坡的下半部分, 监测点的位移比较连续, 坡体与底部基岩以及坡体本身没有明显的错动, 而在上部, 边坡与基岩或坡体自身已经有明显开裂错动, 此时边坡欠稳定, 虽然不垮, 但已经有将要破坏的趋势, 需要采取适当的维护措施; 如果位移分布曲线前后都出现明显突变, 即边坡与底部基岩与顶部基岩都发生明显错动, 坡体整体失稳, 边坡破坏。

2.2 定量指标

将土石混合体达到最大塑性应变时所对应的位

移作为评判坡体是否破坏的临界条件。若边坡相对基岩的整体位移小于临界破坏位移的 20% ,判定边坡稳定;若坡体相对基岩的整体位移在临界破坏位移的 20%~50% 之内 ,判定边坡欠稳定 ,需维护;若坡体相对基岩的整体位移已经超过破坏临界位移的 50% ,判定边坡不稳定。

对于一个监测实例 ,若相邻监测点沿坡体剪出方向距离为 L ,监测点间的相对位移为 Δd ,假设 2 个监测点间剪切破坏 ,且最大剪切应变为 $\varepsilon_{max} = \varepsilon^e + \varepsilon^p$,其中 ε^e 为弹性应变 , ε^p 为最大塑性应变。则临界破坏位移为

$$|\Delta d| = L\varepsilon_{max} \quad (12)$$

对于整体失稳的大型滑坡灾害而言 ,通常坡体与基岩的相对位移最大 ,因此 L 取坡体相对基岩的位移。

3 算例分析

文中以一个典型的土石混合体边坡为例 ,阐述该可靠性分析方法的分析过程。边坡计算模型如图 2 所示 ,长 80 m ,高 40 m ,坡高 20 m ,坡角 26.5°。上部为土石混合体 ,后文统一称为坡体;底部为基岩。自底向上 ,沿坡面等间距的设置了 38 个监测点 ,其中 1 号点和 38 号点位于基岩上 ,其余测点位于坡体表面。相邻监测点的间距约为 0.5 m ,土石混合体的最大塑性应变取 5% ,则坡体的临界破坏位移为 0.025 m。当监测点间的位移小于临界破坏位移的 20%(0.005 m) ,边坡稳定;当监测点间的位移介于临界位移的 20%~50% 之间(0.005~0.012 5 m) ,边坡欠稳定;当监测点间的位移大于临界位移的 50% (0.012 5 m) ,边坡不稳定。

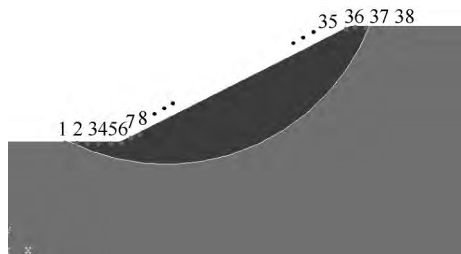


图 2 边坡模型及监测点的设置
Fig.2 Slope model and monitoring points

边坡基岩参数和坡体的弹性力学参数见表 1。不考虑基岩的强度分布特征 ,将坡体的 C 、 φ 设为可控随机变量。假设边坡样本的强度均值服从正态分布 ,样本中单个模型不同位置的强度在空间上服从均匀分布(实际问题的分布规律应

通过现场调查和采样试验确定)。抗拉强度 T 取值与 C 相等。

选取 3 组代表 3 个不同强度等级的坡体样本 ,3 组样本具有相同的几何构型、不同的强度分布特性。样本均值强度服从正态分布 ,参数见表 2;单个边坡模型的强度在空间上服从均匀分布 ,黏聚力的波动区间为 ± 10 kPa ,内摩擦角的分布区间为 $\pm 5^\circ$ 。每组样本随机生成 10 个算例。

表 1 边坡的固定材料参数

位置	弹性模量 / GPa	泊松比	密度 / (kg·m ⁻³)	黏聚力 / MPa	内摩擦角 / (°)	抗拉强度 / MPa
基岩	30	0.3	2 100	100	30	100
坡体	5	0.3	1 800	-	-	-

表 2 坡体均值强度参数及分布特性

组号	黏聚力 C /kPa		内摩擦角 φ /(°)	
	均值	标准差	均值	标准差
1	35	5	35	5
	25	4	20	4
2	15	2	10	2
	15	2	10	2

图 3 所示为不同强度区间下典型算例的位移云图。第 1 组样本总体强度较高 ,边坡只在坡顶出现少许拉裂缝 ,位移场比较连续 ,如图 3 a 所示 ,属于前后缓变型 ,边坡稳定。第 2 组样本强度略低 ,位移场中的不连续裂缝增多 ,坡顶位移增大 ,如图 3b 所示 ,属于前缓后陡型 ,边坡可修。第 3 组样本强度很低 ,出现了碎裂性破坏 ,坡底和坡顶均出现了加大的位移 ,如图 3c 所示 ,属于前陡后陡型 ,边坡破坏。

每组样本中坡面上的监测位移如图 4 所示。第 1 组样本强度较高 ,10 个算例中各点的位移都较小 ,相邻 2 个监测点的位移差均未达到欠稳定或失稳的标准;第 2 组样本中有 2 条曲线明显高于其他 8 条曲线 ,说明这 2 个算例的坡体表面整体出现了较大的位移 ,在坡底和坡顶出现了位移突变 ,而中间各监测点位移较连续 ,坡体开始整体向下滑移 ,边坡失稳 ,而其他 8 个算例的坡体位移保持稳定;第 3 组样本的 10 个算例在坡底和坡顶均出现大的位移突变 ,且超过失稳的临界位移。最后统计得到 3 组样本的可靠度见表 3。

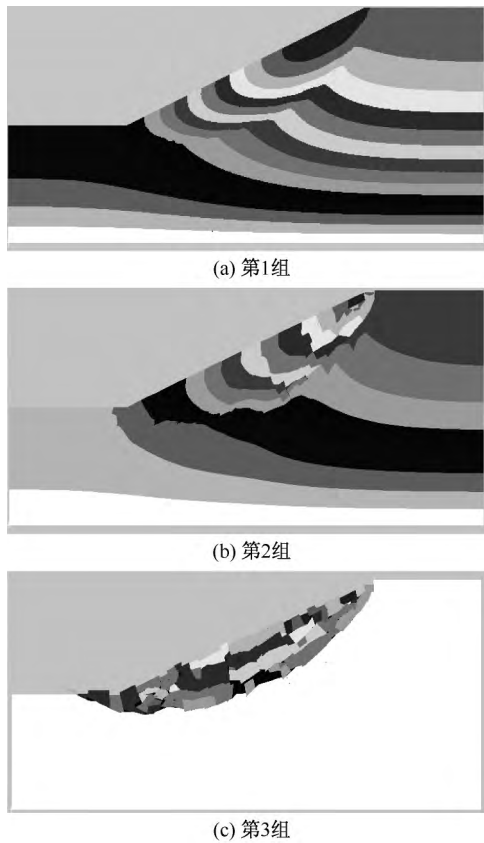


图 3 边坡在不同强度等级时的位移云图
Fig.3 Displacement cloud map of the slope at different strength levels

表 3 3 组样本的统计结果

Tab.3 Statistic results of three groups of samples

组号	稳定	欠稳定	失稳	可靠度 / %
1	10	0	0	100
2	8	0	2	80
3	0	0	10	0

样本的规模对统计结果的准确度有很大影响, 作为示例, 上述分析中每组样本只计算了 10 个算例, 只能粗略地得到边坡在一个强度区间上的大致状态。在实际应用中, 为了得到更准确的结果, 需要扩大算例规模。

4 对比验证

李世海等^[10]在《滑坡研究中的力学方法》中, 利用与文中相同的边坡模型, 研究了确定参数下边坡的稳定性。采用的基础材料力学参数与表 1 相同。当 C 和 φ 取固定值: $C = 10 \text{ kPa}$, $\varphi = 20^\circ$ 时, 计算结果如图 5 所示, 边坡位移收敛, 处于稳定状态。

采用本文所提的方法, 考虑边坡强度参数的

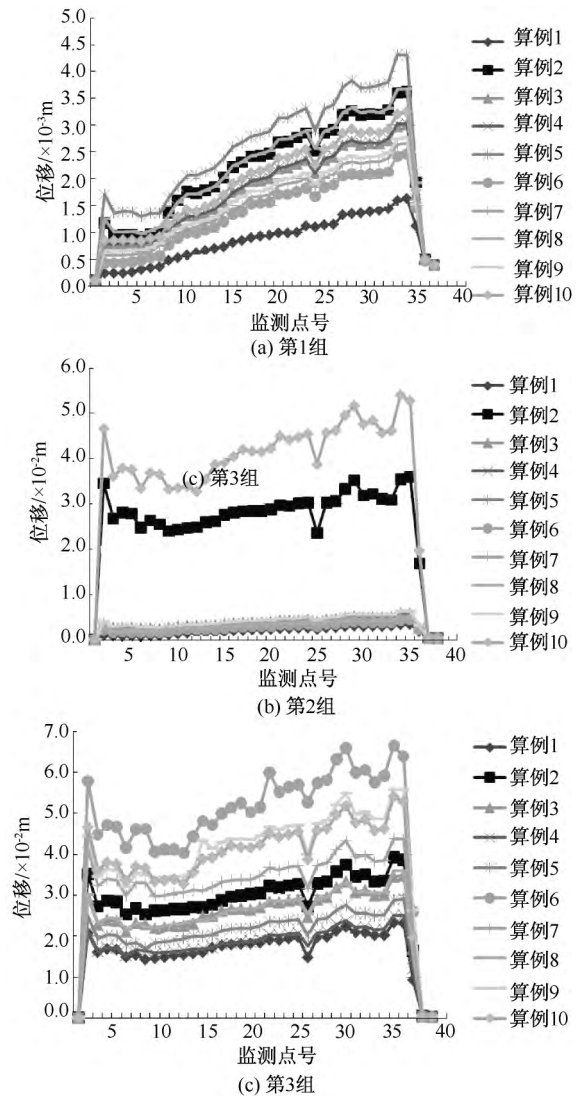


图 4 不同强度等级下坡体表面监测点的位移

Fig.4 Displacement of the monitoring points on the slope at different strength levels

分布特性, 假设 C 和 φ 服从正态分布, 方差分别为 2 kPa 和 4° , 随机生成 50 组算例, 计算结果见表 4。统计得到边坡的可靠度为 81% , 总体趋于稳定, 但也存在失稳的可能。因此, 实际边坡工程遇到此类情况时, 需要进行监测, 注意防范。而传统的基于确定参数的分析方法, 直接给出“稳定”的结论, 可能高估边坡的安全等级, 忽视潜在威胁。

表 4 滑坡状态计算结果

Tab.4 Numerical results of the slope

算例总数	稳定	欠稳定	失稳	可靠度 / %
50	39	3	8	81

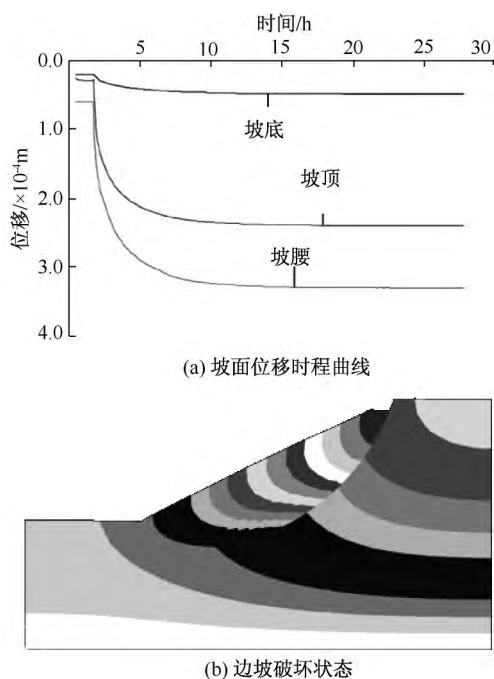


图5 坡面位移时程曲线和边坡破坏状态
Fig.5 Time-history curve for displacement of slope surface and fracture state of slope

5 结论

1) 考虑边坡强度的不确定性, 结合蒙特卡罗法和 CDEM, 建立了一种基于概率统计的边坡可靠度分析方法。

2) 文中建立的边坡可靠度分析方法将变形量, 即监测点间的相对位移作为判断边坡是否失稳的指标, 通过监测点位移分布图可以快速地定性定量 2 方面判断边坡的状态。

3) 算例分析表明: 边坡强度的分布特性对边坡稳定性分析结果有直接影响, 用文中提出的方法可获得岩土材料强度特性与边坡稳定性间关系的统计结果, 相较传统的基于确定参数的分析方法, 分析结果更合理有效。

4) 从理论分析和实例计算 2 方面详细论述边坡可靠度分析方法, 形成了一套系统的理论分析体系, 该方法的具体应用还需实际边坡工程的进一步检验。

参考文献

- [1] 孙永帅, 胡瑞林. 土石混合体变形破坏的不同形态基覆面效应试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2016, 35(1): 2 907-2 914.
SUN Yongshuai, HU Ruilin. Experimental study of different shape bedrock surfaces about deformation and failure of soil and rock mixture[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2016, 35(1): 2 907-2 914.
- [2] BISHOP A W. The use of the slip circle in stability analysis of slopes[J]. Geotechnique, 1955, 5(1): 7-17.
- [3] ZHOU Xiaoping, CHENG Hao. The long-term stability analysis of 3D creeping slopes using the displacement-based rigorous limit equilibrium method[J]. Engineering Geology, 2015, 195: 292-300.
- [4] 王东, 张晓敏, 曹兰柱, 等. 凹边坡稳定性三维极限平衡法研究与应用[J]. 中国安全科学学报, 2016, 26(7): 91-95.
WANG Dong, ZHANG Xiaomin, CAO Lanzhu, et al. 3D limit-equilibrium method for concave slope and its application[J]. China Safety Science Journal 2016 26(7): 91-95.
- [5] BONILLA-Sierra V, SCHOLTÈS L, DONZÉ F V, et al. Rock slope stability analysis using photogrammetric data and DFN-DEM modelling[J]. Acta Geotechnica, 2015, 10(4): 497-511.
- [6] 莫海鸿, 唐超宏, 刘少跃. 应用模式搜索法寻找最危险滑动圆弧[J]. 岩土工程学报, 1999, 21(6): 696-699.
MO Haihong, TANG Chaohong, LIU Shaoyue. Determination of most dangerous slip surface with pattern search method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1999, 21(6): 696-699.
- [7] 尹小涛, 王水林. 基于可靠度理论的滑坡稳定性及其影响因素分析[J]. 岩土力学, 2008, 29(6): 1 551-1 556.
YIN Xiaotao, WANG Shuilin. Stability and its influential factors analysis of landslides based on reliability theory[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(6): 1 551-1 556.
- [8] 曹兰柱, 王珍, 王东, 等. 露天矿滑坡预警理论与方法研究[J]. 中国安全科学学报, 2017, 27(3): 163-168.
CAO Lanzhu, WANG Zhen, WANG Dong, et al. Research on theory and method of landslide early warning in open-pit mine[J]. China Safety Science Journal, 2017, 27(3): 163-168.
- [9] LI Shihai, TANG Dehong, WANG Jie. A two-scale contact model for collisions between blocks in CDEM[J]. Science China Technological Sciences, 2015, 58(9): 1 596-1 603.
- [10] 李世海, 冯春, 周东. 滑坡研究中的力学方法[M]. 北京: 科学出版社, 2018. 3: 400-402.

作者简介: 张健萍 (1986—), 女, 四川内江人, 博士, 助理研究员, 主要从事安全工程等方面的研究。
E-mail: jpzhang@live.com。