

# 亚微牛级推力测量系统设计及实验研究

杨超<sup>1,2</sup>, 贺建武<sup>1</sup>, 康琦<sup>1,2</sup>, 段俐<sup>1,2\*</sup>

(1. 中国科学院力学研究所 中国科学院微重力重点实验室, 北京 100190;  
2. 中国科学院大学 工程科学学院, 北京 100049)

**摘要:** 空间引力波探测任务需要具有亚微牛级推力分辨率和推力噪声的微推力器来实现卫星平台高精度无拖曳控制任务, 为了在地面对所需微推力器的推力进行标定, 设计并研制了一套基于扭摆的亚微牛级推力测量系统。该系统选用高精度、高分辨率电容式位移传感器作为扭摆角位移传感装置, 利用高精度电子天平对静电梳进行标定, 再利用该静电梳标定扭摆, 得到推力与角位移的关系。此外, 研究了高精度弱力标定技术和亚微牛级微推力在线测量技术, 分析了测量误差来源以及控制方案, 最后利用静电梳产生标准弱力测量扭摆推力分辨能力和范围等。实验结果表明: 该系统可测推力范围为 0~400  $\mu\text{N}$ , 分辨率达到 0.1  $\mu\text{N}$ , 背景噪声功率谱密度优于 0.1  $\mu\text{N}/\sqrt{\text{Hz}}$  (10 mHz~1 Hz), 满足空间引力波探测在 10 mHz~1 Hz 频段推力测量需求。

**关键词:** 引力波; 扭摆; 微推力器; 弱力测量

中图分类号: V439+.4 文献标识码: A doi: 10.3788/CO.20191203.0526

## Design and experimental study of sub-micro-scale thrust measurement systems

YANG Chao<sup>1,2</sup>, HE Jian-wu<sup>1</sup>, KANG Qi<sup>1,2</sup>, DUAN Li<sup>1,2\*</sup>

(1. National Micro Gravity Laboratory, Institute of Mechanics, CAS, Beijing 100190, China;  
2. School of Engineering Sciences, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

\* Corresponding author, E-mail: duanli@imech.ac.cn

**Abstract:** The space gravitational wave detection mission requires a micro-thruster with sub-micro-scale thrust resolution and thrust noise to achieve high-precision drag-free control tasks for satellite platforms. In order to calibrate the thrust of the above-mentioned micro-thrusters on the ground, a set of sub-micro-scale thrust measurement systems using a torsion pendulum is designed. The system uses a high-precision and high-resolution capacitive displacement sensor as the torsion swing angle displacement sensing device. A high-precision electronic balance is used to calibrate an electrostatic comb, and the static comb is used to observe the torsion pendulum to obtain the relationship between thrust and angular displacement. In addition, high-precision weak

收稿日期: 2018-12-12; 修订日期: 2019-02-10

基金项目: 中国科学院战略性先导科技专项资助项目 (No. XDB23030300, No. XDA1502070901-01, No. XDA1502070503)

Supported by the Strategic Priority Research Program of Chinese Academy of Sciences (No. XDB23030300, No. XDA1502070901-01, No. XDA1502070503)

force calibration technology and sub-micro-scale micro-thrust on-line measurement technology are studied. The measurement error source and control scheme are analyzed. Finally, the static weak comb is used to generate a standard weak force to measure the torsion pendulum thrust resolution capability and range. The experimental results show that the system can measure a thrust range of  $0.1 \mu\text{N}$  to  $400 \mu\text{N}$  with a resolution that reaches  $0.1 \mu\text{N}$ , and a background noise power spectral density of better than  $0.1 \mu\text{N}/\sqrt{\text{Hz}}$  ( $10 \text{ mHz} \sim 1 \text{ Hz}$ ), which satisfies the requirements of space gravitational wave detection in the thrust measurement range of  $10 \text{ mHz} \sim 1 \text{ Hz}$ .

**Key words:** gravitational wave; torsion balance; micro thrust; measurement of weak force

## 1 引言

空间引力波探测、相对论等效原理验证、重力场测量、多颗微、纳航天器以特定的机构在空间轨道上飞行、协同工作、集群、编队、星座以及轨道维持、姿态调整和无拖曳控制等任务都需依靠微推力器<sup>[1-3]</sup>。目前,国内外都在积极开展适用于以上各任务所需的微推进技术研究,主要有冷气微推进技术、射频离子微推进技术、场发射电推进技术、胶质离子微推进技术、会切场式微推进技术和其他新型微推进技术<sup>[4]</sup>。这些微推进技术所产生的推力一般从几微牛到百微牛量级,分辨率要求达亚微牛量级,这就对微推力器的推力测量提出了新的挑战<sup>[5]</sup>。

针对不同种类的微推力器推力测量需求,相应的有不同结构的推力测量装置。国内外主要应用的结构有倒摆结构、单摆结构、双摆结构和扭丝悬挂扭摆结构<sup>[6]</sup>。北京航空航天大学研制的全弹性微小推力系统,西北工业大学研制的三丝扭摆推力测量系统,日本针对电推力器研制的单摆结构和双摆结构推力测量系统等,它们的推力测量范围均为毫牛量级<sup>[7-10]</sup>;法国国家航空航天局的 Denis Packan 和 Jean Bonnet 研制的一套基于倒摆结构的微推力测量装置,其推力测量范围为  $0 \sim 700 \mu\text{N}$ ,背景噪声功率谱密度在  $0.01 \sim 1 \text{ Hz}$  间为  $0.1 \mu\text{N}/\sqrt{\text{Hz}}$ ,在  $0.001 \sim 1 \text{ Hz}$  间为  $1 \mu\text{N}/\sqrt{\text{Hz}}$ ,当标定弱力大于  $100 \mu\text{N}$  时,精度为  $1\%$ <sup>[11]</sup>;洪延姬设计的基于扭摆型的微推力测量系统,推力测量范围为  $1 \sim 500 \mu\text{N}$ ,测量分辨率为微牛量级<sup>[5]</sup>。赵凤鸣研制的基于扭秤的弱力测

量系统,测量了  $4 \sim 180 \mu\text{N}$  范围的微推力,测量精度可以达到  $3 \mu\text{N}$ ,分辨率为  $1 \mu\text{N}$ <sup>[6]</sup>。德国德累斯顿工业大学设计的弹簧推力平衡装置可以测量  $0 \sim 10 \text{ mN}$  范围内的推力,其分辨率为  $1 \mu\text{N}$ <sup>[12]</sup>。马隆飞等人设计的双丝扭秤测量系统,测量范围为  $1 \sim 200 \mu\text{N}$ ,分辨率为  $0.4 \mu\text{N}$ <sup>[13]</sup>。

中国科学院“太极”计划拟在太空中构建大型激光干涉仪进行引力波高精度探测<sup>[14]</sup>,针对此计划所需微推力器的推力测量需求,在总结国内外关于弱力测量方面优劣势的基础上,设计了一套基于扭摆的亚微牛级推力测量系统。该系统选用高精度、高分辨率电容式位移传感器作为扭摆角位移传感装置,利用高精度电子天平对静电梳进行标定,再利用该静电梳标定扭摆,得到推力与角位移的关系。该系统获得了较好的实验结果,并且加入的阻尼系统能够使扭摆快速稳定;此外,本系统为扭摆结构,承重能力强,可以测量较重的微推力器;还为“太极”计划所需微推力器测量中用到的气管、同轴线、高低压电缆等预留安装位置,并采用液盒结构来消除电缆的影响。该系统还加入了铂电阻测温系统,可通过监控环境温度评估温度对扭摆系统的影响。

## 2 扭摆方案设计与原理

### 2.1 方案设计

扭摆系统基于扭转设计,扭摆与底座通过柔性轴承连接,平衡并固定。推力器安装在扭摆的一侧,另一侧安装了位移限制装置保护柔性轴承,同时安装了电容位移传感器。静电梳接地端安装在扭摆上,而高压端则安装在三维位移台上。扭

摆上为配重预留诸多螺丝孔,配重根据实际需要添加。磁阻尼装置则由 U 型铁和两个强磁块组成,放置在扭摆前后侧,实物图如图 1 所示。

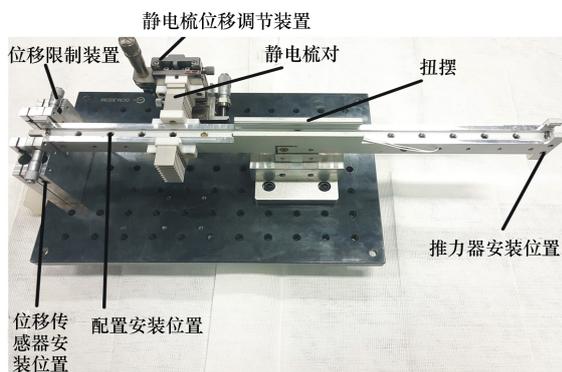


图 1 扭摆微推力测量系统

Fig. 1 Microthrust measurement system with torsion balance

## 2.2 扭摆测量原理

扭秤的运动方程可以表示为:

$$J \ddot{\theta} + \lambda \dot{\theta} + k\theta = TL, \quad (1)$$

其中  $J$  为扭摆的转动惯量  $k$  为柔性轴承扭转系数  $\lambda$  为阻尼因子  $\theta$  为扭摆的运动角位移,  $T$  和  $L$  分别为作用在扭摆上的推力和力臂长度。

当向位移台上的静电梳加载高压,安装在扭摆上的静电梳接地,静电梳之间产生静电力,带动扭摆转动,然后通过电容位移传感器测量位移;产生的静电力是通过所加在位移台上的静电梳的高压计算得知,结合测量到的位移来计算轴承扭转系数。此后当推力器工作时,扭摆转动,同样通过位移传感器测量位移;此时的推力直接由得到的位移和已知的轴承扭转系数计算得出。

扭摆微小摆动时,可认为  $J$ 、 $\lambda$ 、 $k$  为常数。扭摆的运动角位移  $\theta$  在实际中难以测量,常用位移传感器测量摆端位移再换算摆动角度,在小角度下有:

$$\theta \approx \text{tg}\theta = x/d, \quad (2)$$

其中  $x$  是电容位移传感器测量的位移量  $d$  是传感器测量点到轴承位置的长度,于是式(1)可改写为:

$$J \ddot{x} + \lambda \dot{x} + kx = TLd. \quad (3)$$

为方便二阶方程的求解,一般将其转换为如

下形式:

$$\ddot{x} + 2\delta \dot{x} + \omega_0^2 x = TLd/J, \quad (4)$$

其中  $\delta = \lambda/2J$  为扭秤运动的阻尼系数,  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$  为扭摆的自由振荡频率,  $\omega_0 = \sqrt{k/J}$  为扭摆无阻尼情况下的自由振荡频率。

由式(3)可知,若能确定  $J$ 、 $\lambda$ 、 $k$  等参数,并且在试验中实时测量位移  $x$ ,同时导出速度  $\dot{x}$  和加速度  $\ddot{x}$ ,就能够根据式(4)实现推力器推力的动态测量<sup>[15]</sup>。

本实验进行的是静态测量,即加速度  $\ddot{x}$ 、速度  $\dot{x}$  为 0,式(3)变成:

$$T = \frac{k \cdot x}{Ld}. \quad (5)$$

## 2.3 标准弱力产生装置

如图 2 所示,静电梳至少由两个梳齿组成。在插入方向上,其交叉齿间产生的静电力与输入电压的二次方具有良好的线性关系<sup>[16]</sup>:

$$F = N\varepsilon_0 V^2 (h/g), \quad (6)$$

其中  $F$  是静电力,  $N$  为静电梳齿对数,  $\varepsilon_0$  为真空介电常数,  $V$  是所加高压,  $h$  为静电梳高度,  $g$  为静电梳交叉齿间距。由式(6)可知,产生的静电力与齿交插深度无关,而其他参数均为固定值<sup>[13]</sup>。

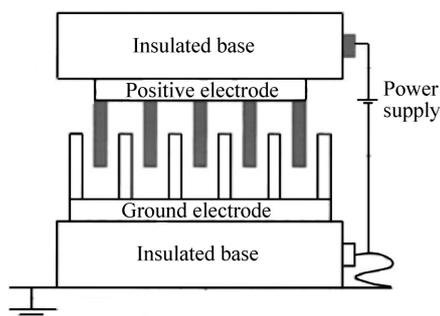


图 2 弱力产生装置<sup>[13]</sup>

Fig. 2 Device of weak force generation

## 3 实验与标定

### 3.1 弱力产生装置标定

推力产生装置需予以标定,本实验利用  $10 \mu\text{g}$

级高精度电子天平对其进行标定。利用 Keithley 六位半高精度台式万用表测量静电梳之间的电压,并记录天平读数。根据天平读数和北京市重力

加速度  $g = 9.8015 \text{ N/Kg}$  得到电压二次方与静电力之间的关系。所得数据如表1所示。

表1 弱力测量结果

Tabl.1 Measurement results of the weak force generator

测量项目	测量数据									
实测电压/V	0	35.03	215.8	296.13	366.42	426.65	476.84	516.96	557.14	597.28
质量(10 μg)	0	14	525	990	1 516	2 055	2 567	3 018	3 505	4 029
实测电压/V	627.42	667.54	707.68	737.83	767.91	798.06	818.16	848.26	878.42	898.45
质量(10 μg)	4 445	5 032	5 556	6 147	6 659	7 192	7 560	8 125	8 714	9 116

采用最小二乘法对电压平方和推力做一次拟合,得到关系式为:

$$F = q_1 + q_2 \cdot V^2, \quad (7)$$

其中  $q_1 = -0.02439 \mu\text{N}$ ,  $q_2 = 0.001107 \mu\text{N}/\text{V}^2$ , 均方差为 0.00161。拟合曲线如图3所示。

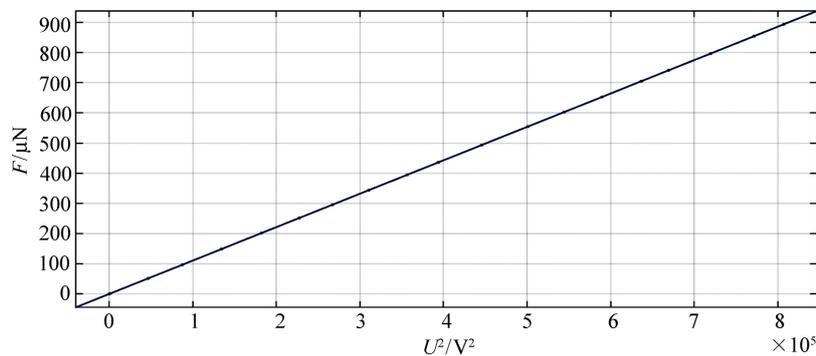


图3 一阶线性拟合结果

Fig.3 Results of first order linear fitting

### 3.2 扭摆标定

基于 LabVIEW 编写了适用于该标定系统的软件界面,可以实现对静电梳的电压输出自动控制,并利用万用表采集电压,采集电压后根据公式(7)换算成静电力,电容位移传感器信号的采集、清零等同样通过此软件完成;同时可根据设定的电压台阶和台阶停留时间,自动完成扭摆的标定。

最后研究了亚微牛级微推力在线测量技术,同样基于 LabVIEW 搭建亚微牛级微推力在线测量系统,对电容位移传感器信号进行采集,再根据位移与标准力关系,力矩力臂关系换算成推力器的推力。

#### 3.2.1 阻尼效果分析

无阻尼状态下对扭摆施加一激励,通过对电

容位移传感器值进行功率谱分析,测得扭摆固有频率  $\omega_0 = 6.71 \text{ rad/s}$ ,同理加入阻尼后,对扭摆系统施加激励,通过涡流损耗抑制扭摆转动,扭摆系统在半个振荡周期内能够稳定在平衡位置,此时固有频率  $\omega = 3.61 \text{ rad/s}$ 。由  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$  得阻尼系数  $\delta = 5.65 \text{ rad/s}$ 。由此可得阻尼比  $\zeta = \delta/\omega_0 = 0.84$ ,可见阻尼效果很好,扭摆能够快速稳定。

#### 3.2.2 扭转系数标定

由公式(2)可计算扭摆的偏转角  $\theta$ 。假设静电梳产生的静电力为  $F$ ,力臂为  $R$ ,则根据公式  $FR = k \cdot \theta$  和公式(2)可得:

$$k = FRd/x. \quad (8)$$

通过推力标定系统采集  $x$  和  $F$  并记录,再通过数据拟合系统对两者进行线性拟合,得到关系

式为:

$$F = q_1 + q_2 \cdot x, \quad (9)$$

其中  $q_1 = 0.0076 \mu\text{N}$ ,  $q_2 = 12.26 \text{ N/m}$  类比公式 (8) 得  $q_2 = k/Rd$ , 其中  $R = 0.1 \text{ m}$ ,  $d = 0.2 \text{ m}$ , 所以  $k = 0.245 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$ 。

### 3.2.3 推力标定

测得扭转系数  $k$ , 由  $L = 0.2 \text{ m}$ ,  $d = 0.2 \text{ m}$ , 则可以根据公式 (5) 以及测量的位移传感器示数  $x$  来计算推力  $T$ 。

实验中为保证推力标定的准确度, 对  $F$  和  $x$  进行了二阶线性拟合, 得到关系式:

$$F = q_1 + q_2 \cdot x + q_3 \cdot (x)^2, \quad (10)$$

此时推力器推力:

$$T = [q_1 + q_2 \cdot x + q_3 \cdot (x)^2] \cdot R/L. \quad (11)$$

### (1) 背景噪声

推力器的推力噪声是部分高精度空间科学试验卫星的硬性指标, 在不加静电力即静电梳不加电压情况下, 利用 LabVIEW 采集  $T$ , 得到系统的背景噪声如图 4 所示。由图 4 可知, 系统本身的背景噪声功率谱密度在  $10 \text{ mHz} \sim 1 \text{ Hz}$  之间, 优于  $0.1 \mu\text{N}/\sqrt{\text{Hz}}$ 。

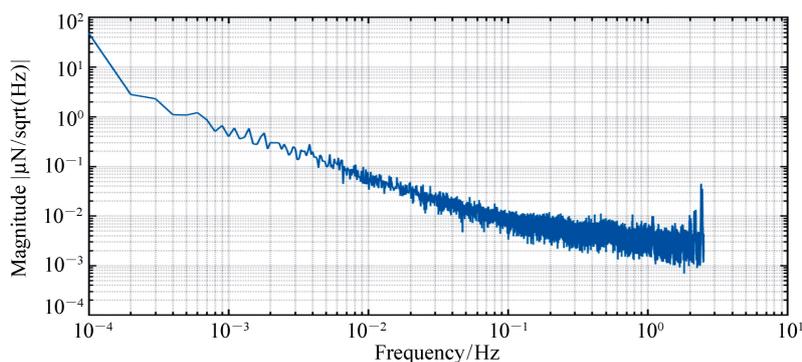


图4 背景噪声图

Fig. 4 Background noise graph

### (2) 推力分辨率

空间引力波探测任务一般要求微推力器的推力分辨率为  $0.1 \mu\text{N}$ , 那么推力测量系统的分辨率也至少要达到  $0.1 \mu\text{N}$ , 通过向静电梳施加不同的电压, 得到不同静电力, 再等效成为推力器安装位

置处推力, 来分析此扭摆的推力分辨率情况。

进行了  $0 \sim 0.1 \mu\text{N}$  间脉冲测试, 进行台阶之间的细节呈现并验证本系统的弱力分辨能力。如图 5 所示, 此系统的推力分辨能力优于  $0.1 \mu\text{N}$ , 并具有较好的可重复性。

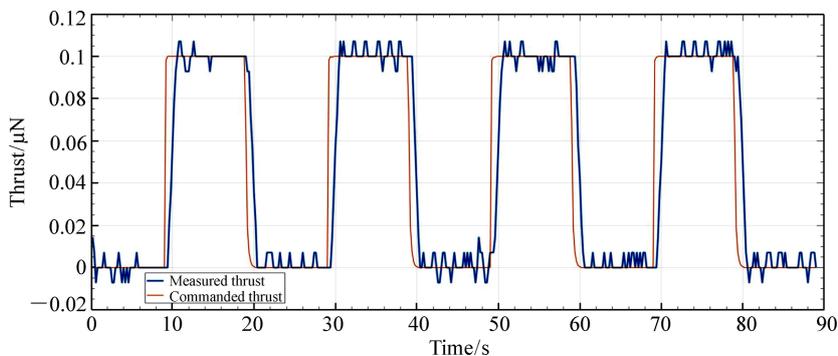


图5 0.1 μN 推力台阶

Fig. 5 0.1 μN thrust step

实际测量发现随着时间的增加, 位移传感器示数出现漂移, 则推力  $T$  也开始漂移。在本文的

后面,会分析温度对系统测量的影响。

### (3) 推力测量范围

同样在静电梳上施加电压,得到静电力,再转化为推力器安装位置处推力,以此来分析此系统能够测量的推力范围。

通过加电压,产生不同的静电力台阶,使对应的推力器安装位置处推力从  $0 \mu\text{N}$  增加到  $400 \mu\text{N}$ ,然后再降低到  $0 \mu\text{N}$ 。将局部图放大后得到的测试结果如图6所示。

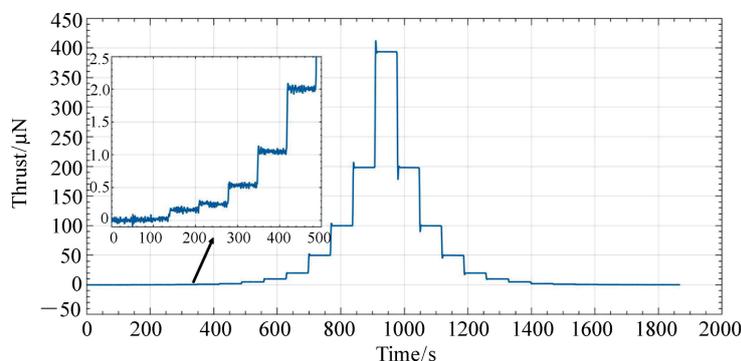


图6 推力测量范围

Fig. 6 Thrust measurement range

图6所示推力从  $0 \mu\text{N}$  增加到  $400 \mu\text{N}$ ,然后再降低到  $0 \mu\text{N}$ ,整体上来看图左右对称性好,系统测量稳定。但是在实验中发现,推力最终未回到  $0 \mu\text{N}$  位置,而是停留在  $0.3 \mu\text{N}$  的位置,如前面所述是环境温度的影响,后续会加以评估。

### (4) 温度与推力测试稳定性分析

注意到温度对推力稳定性影响很大后,在原本扭摆的基础上加入铂电阻测温,测温用的电线和前述接地静电梳的电线为两部分,一部分固定

在扭摆上,另一部分通过真空室壁上的接线阀与外界连接,这两部分通过液盒中的液态导电物质进行桥接,消除了导线刚度对扭转系数的影响,同时又起到了阻尼效果。

装置底部用硅胶垫进行隔振,硅胶垫上放置水平调节装置。

通过搭建的基于 LabVIEW 的温度位移采集系统,采集了 46 个小时的温度变化,以及位移传感器示数变化,结果如图7所示。

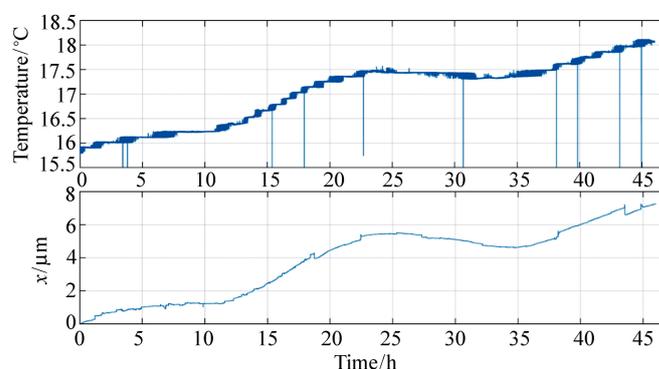


图7 温度变化与产生的结构变形之间的关系

Fig. 7 Relationship between temperature changes and structural deformation

在 46 个小时里位移传感器示数随着温度快速升高后缓慢降低,而后又升高,两者呈现正相关

关系。由于温度的改变,铝型材扭摆热胀冷缩,位移传感器示数也跟着变化,此外轴承的热胀冷缩

使扭摆的平衡点发生变化,温度每升高 $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ 所带来的位移漂移为 $3.5\text{ }\mu\text{m}$ 。

## 4 误差分析

### 4.1 机械泵与分子泵影响

扭摆标定实验均是在机械泵和分子泵开机的情况下进行,机械泵和分子泵震动会对测量产生影响,泵的振动为高频项,由此带来的位移噪声经过位移传感器滤波过滤后消除。而进行高精度配重调节和水平调节后,震动带来的低频项影响减弱,扭摆能够对 $0.1\text{ }\mu\text{N}$ 的推力响应。但由于两者工作产生的热量会影响到扭摆测量,通过输送自来水对分子泵进行冷却,以及长时间放置以使真空系统和外界热平衡,从而降低其对扭摆测量的影响。

未进行配重调节和水平调节前,由于噪声造成的绝对误差达 $0.5\text{ }\mu\text{N}$ , $0.1\text{ }\mu\text{N}$ 的推力信号完全被淹没,进行配重调节和水平调节后,通过动态平均法测量传感器位移值后,噪声造成的绝对误差仅为 $0.015\text{ }\mu\text{N}$ 。

### 4.2 外界温度影响

轴承的扭转刚度系数和摆的平衡点会随温度发生变化,进而影响测量精度,因此在每次标定实验前都要重新计算位移与静电力之间的关系。温度对电子天平也有影响,即随着室内温度改变,电子天平示数出现漂移。在标准推力标定时,可通过手动清零来降低温度的影响。由于本系统磁阻尼效果明显,在测量过程中可以快速稳定,短时间内温度的影响可以忽略。

### 4.3 安装测量误差

扭摆和柔性轴承咬合固定后,再加以螺丝固定,柔性轴承与底座之间也以相同方法固定,从而消除轴承摩擦力。从图6和图7可知,即使在不加推力的情况下,扭摆零点也会随温度变化产生漂移,而图6中推力测量范围轻微的零点漂移为温度影响造成。

作为高精度测量工具,基于扭摆的亚微牛级推力测量系统的加工精度、安装和调试过程是其能否满足测量精度的前提。扭摆设计加工过程中

采用完全对称设计,加工精度高,对实验标定影响较小;扭摆柔性轴承底座配合中,保证轴承上下部分同轴,并通过测量扭摆两端到底部光学平台的距离来保证扭摆水平度。使用带有微分头调节的三向位移台调节静电梳,齿间距偏差小于 $0.02\text{ mm}$ ,误差小于 $0.13\%$ 。

力臂安装后,进行力臂测量,其误差在 $0.01\text{ mm}$ 以内,由此带来的误差小于 $0.1\%$ 。此外柔性轴承在扭摆转动时会产生中心轴偏移,测量 $400\text{ }\mu\text{N}$ 推力时扭摆偏转在 $40\text{ }\mu\text{m}$ 以下,此时,偏转角仅有 $5\times 10^{-4}\text{ rad}$ ,由此带来的齿间距偏差小于 $0.003\text{ mm}$ ,误差为 $0.02\%$ 。电容位移传感器线性度标定过程中,测量结果具有不确定性,线性度标定中的不确定度主要由环境误差造成<sup>[17]</sup>,短时间内环境的影响可以忽略。电容位移传感器分辨率达 $0.375\text{ nm}$ ,远优于位移测量要求。综上所述,推力测量误差小于 $0.3\%$ 。

## 5 结论

本文针对引力波探测“太极”计划所需微推力器的推力测量需求,设计了一种弱力测量装置,并介绍了该装置测量原理,结构等。先对标准推力产生装置标定,再对扭摆系统进行标定,在动态真空中研究了此系统的背景噪声,推力分辨率,推力测量范围,推力测量稳定性,并对主要误差来源温度变化进行分析。最后,得出以下结论:

(1) 用静电梳产生标准弱力,产生的静电力与高压输入的平方线性度拟合良好,用最小二乘法拟合后均方差仅为 $0.00161$ 。

(2) 选用灵敏度高的柔性轴承,实验中测量其扭转系数为 $0.245\text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ ,通过电容位移传感器进行位移测量,其位移分辨率为 $0.375\text{ nm}$ ,所以该测量系统能够达到亚微牛级分辨能力。

(3) 实验测得此系统推力测量分辨率优于 $0.1\text{ }\mu\text{N}$ ,推力测量范围为 $0\sim 400\text{ }\mu\text{N}$ ,测量误差为 $0.3\%$ ,推力测量稳定,背景噪声功率谱密度优于 $0.1\text{ }\mu\text{N}/\sqrt{\text{Hz}}$ ( $10\text{ mHz}\sim 1\text{ Hz}$ ),完全满足空间引力波探测“太极”计划所需微推力器的推力测量需求。

本文主要通过实验研究了静态推力测量技术,而无拖曳技术要求推力器能够快速响应,这就需要一套能够测量推力器动态特性的测量装置,下一步将通过建立动力学模型实现动态推力测量。此外,测量系统的稳定性主要受环境温度的

影响,后期将设计双摆差分测量系统,提高系统共模抑制比,降低环境温度、振动和其它共模噪声对测量稳定性的影响,进而满足空间引力波探测“太极”计划 0.1 mHz ~ 1 Hz 的测量带宽需求。

#### 参考文献:

- [1] 萨顿 G P,比布拉兹 O. 火箭发动机基础[M]. 洪鑫 张宝炯,译. 北京: 科学出版社 2003.  
SUTTON G P, BIBLARZ O. *Rocket Engine Foundation* [M]. HONG X, ZHANG B J, trans. Beijing: Science Press 2003. (in Chinese)
- [2] 韩先伟. 微波等离子推力器真空实验研究与卫星应用探索[D]. 西安: 西北工业大学 2002.  
HAN X W. Vacuum experiment research of microwave plasma thruster and application probe of geosynchronous satellite [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University 2002. (in Chinese)
- [3] 方元坤,袁斌文,孟子阳,等. 分布式遥感编队多星协同观测中的姿态控制[J]. 光学 精密工程 2019 27(1): 58-68.  
FANG Y K, YUAN B W, MENG Z Y, et al.. Attitude control in multi-satellite cooperative observations for distributed remote sensing [J]. *Opt. Precision Eng.* 2019 27(1): 58-68. (in Chinese)
- [4] 贺建武. 射频离子微推力器工作机理及性能优化研究[D]. 北京: 中国科学院大学 2017.  
HE J W. Researches on working mechanism and performance optimization of radio-frequency ion microthruster [D]. Beijing: University of the Chinese Academy of Sciences 2017. (in Chinese)
- [5] 洪延姬,周伟静,王广宇. 微推力测量方法及其关键问题分析[J]. 航空学报 2013 34(10): 2287-2299.  
HONG Y J, ZHOU W J, WANG G Y. Methods of microthrust measurement and analysis of its key issues [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica* 2013 34(10): 2287-2299. (in Chinese)
- [6] 赵凤鸣. 基于扭秤的弱力测量的初步分析和校验[D]. 沈阳: 东北大学 2013: 14.  
ZHAO F M. Based on the weak-force torsion balance measurements preliminary analysis and verification [D]. Shenyang: Northeastern University 2013: 14. (in Chinese)
- [7] 汤海滨,刘畅,向民,等. 微推力全弹性测量装置[J]. 推进技术 2007 28(6): 703-706.  
TANG H B, LIU CH, XIANG M, et al.. Full elastic microthrust measurement equipment [J]. *Journal of Propulsion Technology* 2007 28(6): 703-706. (in Chinese)
- [8] EDAMITSU T, TAHARA H. Performance measurement and flowfield calculation of an electrothermal pulsed plasma thruster with a propellant feeding mechanism [C]. Proceedings of the 29th International Electric Propulsion Conference, 2005.
- [9] 杨娟,刘宪闯,王与权,等. 微波推力器独立系统的三丝扭摆推力测量[J]. 推进技术 2016 37(2): 362-371.  
YANG J, LIU X CH, WANG Y Q, et al.. Thrust measurement of an independent microwave thruster propulsion device with three-wire torsion pendulum thrust measurement system [J]. *Journal of Propulsion Technology* 2016 37(2): 362-371. (in Chinese)
- [10] NAGAO N, YOKOTA S, KOMURASAKI K, et al.. Development of a two-axis dual pendulum thrust stand for thrust vector measurement of hall thrusters [C]. Proceedings of the 30th International Electric Propulsion Conference 2007.
- [11] PACKAN D, BONNET J, ROCCA S. Thrust measurements with the ONERA micronewton balance [C]. Proceedings of the 30th International Electric Propulsion Conference 2007.
- [12] NEUNZIG O, DROBNY C, TAJMAR M. Development of a compact milli-newton thrust balance and characterization of a miniature hall-effect thruster [C]. Proceedings of the 35th International Electric Propulsion Conference, Georgia, USA, 2017.
- [13] 马隆飞,贺建武,薛森文,等. 双丝扭秤微推力测量系统[J]. 推进技术 2018 39(4): 948-954.  
MA L F, HE J W, XUE S W, et al.. A microthrust measurement system with two-wire torsion balance [J]. *Journal of*

- Propulsion Technology* 2018, 39(4):948-954. (in Chinese)
- [14] 姚东, 李钰鹏, 赵亚, 等. 适用于光黏工艺的干涉仪公差保证方法[J]. 光学精密工程, 2018, 26(8):1945-1953.  
YAO D, LI Y P, ZHAO Y, *et al.*. Tolerance assurance of interferometer for optical HCB process [J]. *Opt. Precision Eng.* 2018, 26(8):1945-1953. (in Chinese)
- [15] 刘旭辉, 杨飞虎, 魏延明, 等. 基于扭摆台架的动态推力测试方法研究[J]. 推进技术, 2017, 38(4):925-931.  
LIU X H, YANG F H, WEI Y M, *et al.*. Study of dynamic thrust measurement using torsional pendulum [J]. *Journal of Propulsion Technology* 2017, 38(4):925-931. (in Chinese)
- [16] KOLBECK J, PORTER T E, KEIDAR M. High precision thrust balance development at the george washington [C]. Proceedings of the 35th International Electric Propulsion Conference, Georgia, USA, 2017.
- [17] 葛川, 张德福, 李朋志, 等. 电容式位移传感器的线性度标定与不确定度评定[J]. 光学精密工程, 2015, 23(9):2546-2552.  
GE CH, ZHANG D F, LI P ZH, *et al.*. Linearity calibration and uncertainty evaluation for capacitance displacement sensor [J]. *Opt. Precision Eng.* 2015, 23(9):2546-2552. (in Chinese)

#### 作者简介:



杨超(1994—),男,河北石家庄人,主要从事弱力测量及冷气微推进方面的研究。E-mail: yangchao1@imech.ac.cn



段俐(1966—),女,博士,研究员,主要从事流体热质运输和界面行为的实验研究,并在相应科学需求的带动下进行先进流场诊断技术和挑战性空间实验技术的研究。E-mail: duanli@imech.ac.cn