

阶梯微悬臂提高原子力显微镜多谐波信号

高斐斐^{*,†)}, 张吟^{*,†)}

^{*}(中国科学院力学研究所, 北京 100190) ^{†)}(中国科学院大学, 北京 100049)

摘要: 在原子力显微镜 (AFM) 中, 探针样品间相互作用力产生的多谐波的高阶模态具有高灵敏度的特性。当某一高阶谐波频率与微悬臂某一自然频率相接近时, 由于共振, 该阶谐波信号被显著增强。基于此, 设计一种阶梯微悬臂, 通过改进微悬臂几何形状, 调整其自然频率, 提高高阶谐波信号。通过合理地设计微悬臂尺寸, 同时激发微悬臂前三阶模态。随后提出一个用于指导阶梯微悬臂设计尺寸选择的图, 优化微悬臂几何形状, 以显著提高包含丰富样品材料性质信息的高阶谐波信号。

关键词: 高阶谐波, 共振, 同时激发前三阶模态, 指导图

引言

原子力显微镜 (AFM) 被广泛应用于纳米尺度下的材料性能探测。¹ 轻敲模式 AFM 的振动频谱峰值出现在频率为激励频率整数倍的高阶谐波处。² 探针-样品间相互作用力产生的高阶谐波含有丰富的材料性质信息。³⁻¹⁰ 高阶谐波具有较高的分辨率、^{6,9} 灵敏度⁷ 和较好的对比度^{10,11}。比如, García 等人⁹ 证明双模态 AFM 能够在空气和流体中的多种材料上实现快速、准确以及埃尺度杨氏模量的映射。三模态 AFM 可作为独立的控制旋钮, 可同时分别用于形貌、图像对比以及调节探针-样品冲击时的样品压痕。¹⁰ 然而, 由于均匀微悬臂的频响曲线快速衰减, 高阶谐波信号被抑制,¹² 致使信号输出弱, 甚至低于有效噪声水平。高阶谐波振动幅值与基频相比要小几个量级。¹³ 因此, 高阶谐波信号不可避免被丢失。

探针-样品间相互作用力 (F_{ts}) 展开为如下傅里叶级数⁴: $F_{ts} = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \cos(n\omega t) + \beta_n \sin(n\omega t)$ 。其中 ω 是驱动频率, $\sin(n\omega t)$ 、 $\cos(n\omega t)$ 是谐波, $n\omega$ 是 ω 的整数倍。当以基频驱动时, 微悬臂在第 n 次谐波的响应将由自然频率为基频整数倍的模态的共振所主导。⁵ 不幸的是, 对于均匀微悬臂, 高阶模态的自然频率并非基频的整数倍。目前已有许多研究提出各种用于提高高阶谐波信号的方法。比如通过同时激发微悬臂前两阶模态来提高高阶谐波,¹⁴ 或者微悬臂激励频率在基频子倍数附近,^{8,15} 或者在扭转谐波微悬臂中激发扭转模态。¹⁶ 除改变激励方式外, 优化微悬臂的几何形状也可以提高高阶谐波信号。这些优化方法包括在第三模态的反结点处加工凹槽,¹² 引入一个类桨结构,¹⁷⁻¹⁹ 在特定位置钻特定尺寸的孔,²⁰⁻²³ 在特定位置加一集中质量,²⁴ 变宽度²⁵⁻²⁹ 以及阶梯截面结构。³⁰⁻³² 然而, 这些方法仍存在一些不足。例如, 由 δ 函数描述的集中质量实际中会占据一定体积。²⁴ 孔的位置是通过有限元模拟得到的, 在实际应用中精确加工并非易事。^{20,22,23}

本文提出一个阶梯微悬臂的设计用于提高高阶谐波信号。通过同时改变长、宽、高, 调整某一模态的自然频率, 使其与特定谐波一致。恰当的阶梯微悬臂尺寸设计可以同时激发前三阶模态。此外, 提出一个用于指导阶梯微悬臂尺寸选择的图和表, 实现对高阶模态自然频率的调整。

模型建立

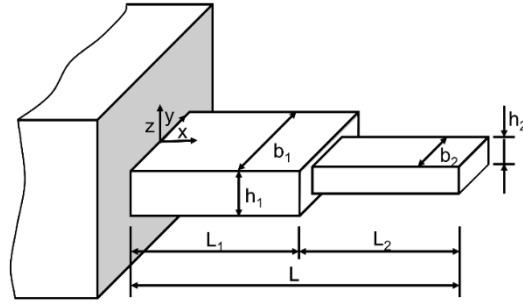


图 1 坐标系示意图以及 AFM 微悬臂尺寸

FIG.1 Schematic diagram of the coordinate system and AFM cantilever dimensions.

在图 1 中, 阶梯微悬臂包含两部分: L_i 、 b_i 和 h_i ($i=1,2$) 分别指长、宽、高。总长 $L=L_1+L_2$ 。

下标 1 表示与固定端相连部分的参数, 下标 2 表示与自由端相连部分的参数。

阶梯微悬臂自由振动可由下述方程组描述³³⁻³⁵

$$\begin{cases} m_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2}(x,t) + c_1 \frac{\partial w_1}{\partial t}(x,t) + E_1 I_1 \frac{\partial^4 w_1}{\partial x^4}(x,t) = 0, & 0 \leq x \leq L_1, \\ m_2 \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2}(x,t) + c_2 \frac{\partial w_2}{\partial t}(x,t) + E_2 I_2 \frac{\partial^4 w_2}{\partial x^4}(x,t) = 0, & L_1 \leq x \leq L. \end{cases} \quad (1)$$

由于是阶梯微悬臂, 可分为两部分: w_i 、 m_i 、 c_i 和 $E_i I_i$ ($i=1,2$) 分别表示微悬臂两部分的偏转、单位长度质量、阻尼系数以及弯曲刚度。

在图 1 $x=0, L$ 处的边界条件为

$$w_1(0,t) = 0, \quad w_{1,x}(0,t) = 0, \quad w_{2,xx}(L,t) = 0, \quad w_{2,xxx}(L,t) = 0 \quad (2)$$

除边界条件, 在 $x=L_1$ 处满足如下方程

$$\begin{aligned} w_1(L_1,t) &= w_2(L_1,t), & w_{1,x}(L_1,t) &= w_{2,x}(L_1,t), \\ E_1 I_1 w_{1,xx}(L_1,t) &= E_2 I_2 w_{2,xx}(L_1,t), & E_1 I_1 w_{1,xxx}(L_1,t) &= E_2 I_2 w_{2,xxx}(L_1,t) = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

物理上, 上述方程满足位移、斜率、弯矩和剪力的连续性。引入下述量 $\xi = \frac{x}{L}$, $W_i = \frac{w_i}{L}$ ($i=1,2$) 和

$\tau = \sqrt{E_1 I_1 / m_1} L^t$, 得到如下无量纲方程组:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 W_1}{\partial \tau^2} + \kappa_1 \frac{\partial W_1}{\partial \tau} + \frac{\partial^4 W_1}{\partial \xi^4} = 0, & 0 \leq \xi \leq \xi_0, \\ \gamma \frac{\partial^2 W_2}{\partial \tau^2} + \kappa_2 \frac{\partial W_2}{\partial \tau} + \chi \frac{\partial^4 W_2}{\partial \xi^4} = 0, & \xi_0 \leq \xi \leq 1. \end{cases} \quad (4)$$

其中 $\xi_0 = L_1 / L$ 是微悬臂第一部分长度与总长的比值, 也是图 1 所示的阶梯位置。其中, $\gamma = m_2 / m_1$ 、

$\chi = E_2 I_2 / E_1 I_1$ 分别为微悬臂两部分的质量比和弯曲刚度比。 $\kappa_i = c_i \sqrt{L^4 / m_i E_i I_i}$ ($i=1,2$) 指无量纲阻尼。

对于无阻尼悬臂梁 $\kappa_1 = \kappa_2 = 0$, 令 $W_i(\xi, \tau) = Y_i(\xi) \exp(i\omega\tau)$ ($i=1,2$ 并且 ω 是自然频率), 求解得到下述

阶梯微悬臂的模式:

$$\begin{cases} Y_1(\xi) = A_1 \cos(\beta\xi) + B_1 \sin(\beta\xi) + C_1 \cosh(\beta\xi) + D_1 \sinh(\beta\xi), & 0 \leq \xi \leq \xi_o, \\ Y_2(\xi) = A_2 \cos(\psi\beta\xi) + B_2 \sin(\psi\beta\xi) + C_2 \cosh(\psi\beta\xi) + D_2 \sinh(\psi\beta\xi), & \xi_o \leq \xi \leq 1. \end{cases} \quad (5)$$

其中, $\beta = \sqrt{\omega}$, $\psi = \sqrt[4]{\gamma/\chi}$, 以及 A_i 、 B_i 、 C_i 、 D_i ($i=1,2$) 是待定常数, 相应的无量纲边界条件为

$$Y_1(0) = 0, \quad Y_1'(0) = 0, \quad Y_2'(1) = 0, \quad Y_2''(1) = 0. \quad (6)$$

式 (3) 被无量纲化为如下形式

$$Y_1(\xi_o) = Y_2(\xi_o), \quad Y_1'(\xi_o) = Y_2'(\xi_o), \quad Y_1''(\xi_o) = \chi Y_2''(\xi_o), \quad Y_1'''(\xi_o) = \chi Y_2'''(\xi_o). \quad (7)$$

将式 (6)、(7) 代入式 (5) 中, 得到八个方程。这八个方程可以写为 $\mathbf{A}\mathbf{V} = \mathbf{0}$ 的形式。阶梯微悬臂的自然频率 ($\omega = \beta^2$) 可以通过求解矩阵 \mathbf{A} 的行列式为零得到, 即 $|\mathbf{A}| = 0$ 。一旦 β 确定, 阶梯微悬臂的模式即可得到。为了简化, 假设 $\rho_1 = \rho_2$, $E_1 = E_2$, 因此 $\gamma = A_2/A_1$, $\chi = I_2/I_1$ 。从而得到是 ξ_o , γ 和 χ 函数的 ω_2/ω_1 与 ω_3/ω_1 的比值。

对于含阻尼模型, 可用 Galerkin 方法求解 (4) 式, 并令 $W_i(\xi, \tau)$ ($i=1,2$) 有如下形式

$$W_i(\xi, \tau) = \sum_{k=1}^N a_{ik}(\tau) \phi_k(\xi). \quad (8)$$

其中 $a_{ik}(\tau)$ 是待定幅值, N 是模态数, $\phi_k(\xi)$ 是前面计算得到的阶梯微悬臂的模式。将 (8) 式代入 (4) 式中, 乘 $\phi_{ij}(\xi)$ 并从 0~1 积分, 得到如下控制方程

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (9)$$

其中, $\mathbf{x} = [a_1(\tau) \ a_2(\tau) \ \cdots \ a_N(\tau)]^T$ 。通过模态的正交性得到如下矩阵 \mathbf{M} , \mathbf{C} 和 \mathbf{K}

$$\mathbf{M}_{ij} = \begin{cases} \int_0^{\xi_o} \phi_{1k}^2(\xi) d\xi + \gamma \int_{\xi_o}^1 \phi_{2k}^2(\xi) d\xi, & k = j \\ 0, & k \neq j \end{cases} \quad (10)$$

$$\mathbf{C}_{ij} = \begin{cases} \kappa_1 \int_0^{\xi_o} \phi_{1k}^2(\xi) d\xi + \kappa_2 \int_{\xi_o}^1 \phi_{2k}^2(\xi) d\xi, & k = j \\ 0, & k \neq j \end{cases} \quad (11)$$

$$\mathbf{K}_{ij} = \begin{cases} \beta^4 \left(\int_0^{\xi_o} \phi_{1k}^2(\xi) d\xi + \gamma \int_{\xi_o}^1 \phi_{2k}^2(\xi) d\xi \right), & k = j \\ 0, & k \neq j \end{cases} \quad (12)$$

将式 (9) 写为如下形式求解自然频率

$$\mathbf{M}^* \dot{\mathbf{Z}}(\tau) + \mathbf{K}^* \mathbf{Z}(\tau) = \mathbf{0}. \quad (13)$$

含阻尼系统矩阵 \mathbf{M}^* 、 \mathbf{K}^* 以及向量 $\mathbf{Z}(\tau)$ 定义为³⁶

$$\mathbf{M}^* = \begin{pmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{K} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K}^* = \begin{pmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{K} \\ \mathbf{K} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Z}(\tau) = \begin{pmatrix} \mathbf{x}^T(\tau) \\ \mathbf{x}^T(\tau) \end{pmatrix}. \quad (14)$$

由式 (13) 的本征值即可得到含阻尼阶梯微悬臂的自然频率。AFM 在空气中振动的品质因子高，或者说阻尼小，³⁸ 因此 κ_1 和 κ_2 值小。宽度较大部分的品质因子 Q 较小。²⁵ 故分别取值 $\kappa_1=0.5$ 和 $\kappa_2=0.4$ 。³³

分析与讨论

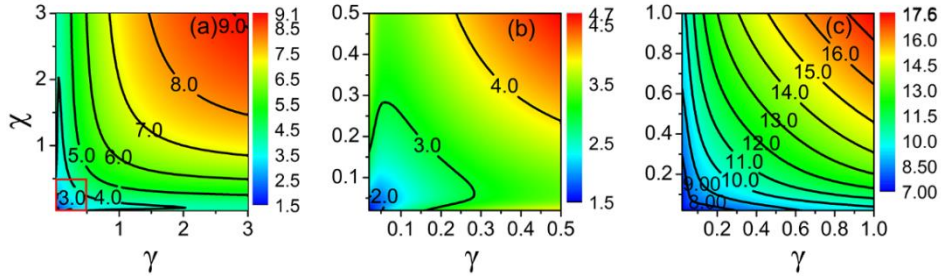


图 2 $\xi_0=0.5$ 时, (a) ω_2/ω_1 , (b) ω_2/ω_1 (c) ω_3/ω_1 与 γ 、 χ 的关系。其中 (b) 图是 (a) 图红框区域的放大图。

FIG. 2. The ratios of (a) ω_2/ω_1 , (b) ω_2/ω_1 and (c) ω_3/ω_1 as the functions of γ and χ with $\xi_0=0.5$.

Here (b) is the zoomed-in view of the boxed area in (a)

随 ξ_0 , γ 和 χ 变化, 阶梯微悬臂的自然频率及其比值随之变化。图 2(a) 是 $\xi_0=0.5$ 时, ω_2/ω_1 比值与 γ 、 χ 的关系曲线。其中图 2(b) 是图 2(a) 中红框区域的放大图。图 2(c) 是 $\xi_0=0.5$ 时, ω_3/ω_1 比值与 γ 、 χ 的关系曲线。如图 2 所示, 随 γ 、 χ 增加, ω_2/ω_1 和 ω_3/ω_1 比值增加 (除 $\omega_2/\omega_1=3$ 附近)。在图 2(b) 中, ω_2/ω_1 比值的变化曲线在 γ 小于 0.3 时是非单调的。随 χ 从 0 到 0.5 变化, ω_2/ω_1 的比值有着先减小后增加的趋势。当 γ 与 χ 恒定时, ω_2/ω_1 的比值在 $\xi_0=0.5$ 处取得最小值。²⁵ 对于一个微悬臂, 在模态的高应力区域移除一个质量, 该模态的弹性能和自然频率减小。¹² $\xi_0=0.5$ 的位置靠近第二模态的最大弯曲区域但远远偏离第一模态的最大弯曲区域。因此在 $\xi_0=0.5$ 处取得最小的 ω_2/ω_1 比值。当 ξ_0 从 0.5 增加到 1 时, ω_2/ω_1 的最小整数倍比值增加。如图 3 所示, 随着 ξ_0 增加, ω_2/ω_1 的最小整数倍比值从 2 增加至 5。当 γ 恒定且 χ 从 0 到 0.5 变化时, 微悬臂的弯曲刚度增加, 进而自然频率增加。然而 ω_2/ω_1 的比值变化趋势存在三种可能: 增加、减小或保持不变。当较宽的部分为固定端时, $\omega_2/\omega_1 < 6.27$ (均匀微悬臂的比值)。相反, 当较窄的部分为固定端时, $\omega_2/\omega_1 > 6.27$ 。这个结果与 Sadewasser 等人的结果一致。²⁸

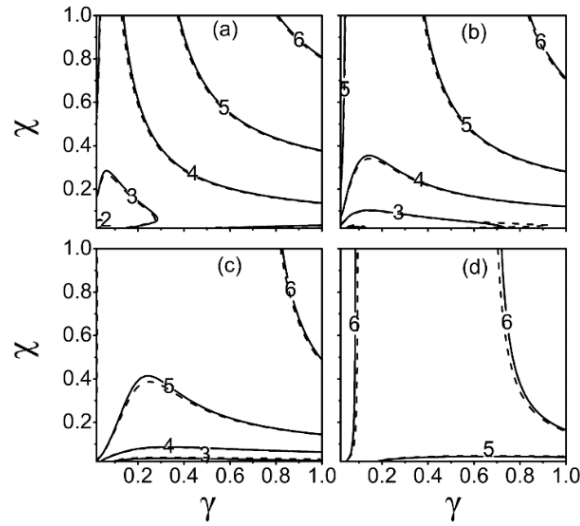


图 3 ω_2/ω_1 为整数时的 γ 、 χ 值。整数标于相应的曲线中。(a) $\xi_o=0.5$ (b) $\xi_o=0.6$ (c) $\xi_o=0.7$

以及 (d) $\xi_o=0.8$. 实线表示无阻尼微悬臂, 虚线代表含阻尼微悬臂。

FIG. 3. Values of γ and χ which ensure an integer value of the ω_2/ω_1 ratio. The integers are labeled on the corresponding curves. (a) $\xi_o=0.5$, (b) $\xi_o=0.6$, (c) $\xi_o=0.7$ and (d) $\xi_o=0.8$. The solid line (—) and dashed line (---) are the corresponding curve of the undamped cantilever and damped cantilever, respectively.

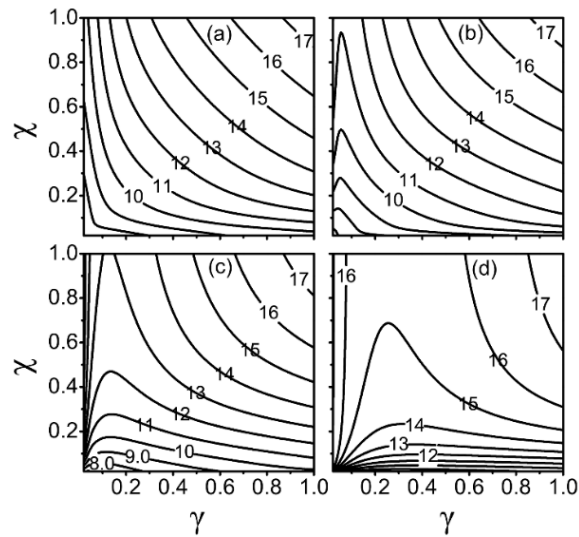


图 4 ω_3/ω_1 为整数时的 γ 、 χ 值。整数标于相应的曲线中。(a) $\xi_o=0.5$ (b) $\xi_o=0.6$ (c) $\xi_o=0.7$

以及 (d) $\xi_o=0.8$.

FIG. 4. Values of γ and χ which ensure an integer value of the ω_3/ω_1 ratio. The integers are labeled on the corresponding curves. (a) $\xi_o=0.5$, (b) $\xi_o=0.6$, (c) $\xi_o=0.7$ and (d) $\xi_o=0.8$.

曲线上标注的 n 表示第二模态 (图 3)、第三模态 (图 4) 的自然频率与第 n 次谐波频率相等。由于

长度比为 ξ_0 的曲线与长度比为 $1-\xi_0$ 的曲线关于直线 $\chi=\gamma$ 对称, 交换 γ 和 χ 的值, 长度比 ξ_0 的图像即为长度比为 $1-\xi_0$ 的图像, 故在图 3、图 4 中略去了 $\xi_0=0.2\sim 0.5$ 的情况。当两部分的厚度有显著的区别时, 较薄部分的弯曲起主导作用。²⁸ 当 ξ_0 很小时, ω_2/ω_1 的比值接近 6.27。如图 3 所示, 对于给定的 γ 和 χ , 当 ξ_0 从 0.5 到 0.8 变化时, ω_2/ω_1 的比值增加。图 4 中有相同的趋势。随着 ξ_0 的增加, γ 和 χ 的影响变弱, 因此此时阶梯微悬臂的频率与均匀微悬臂相接近。

图 3 和图 4 中相同长度比 ξ_0 下的图像相互叠加, 产生的每一个交点定义一个多谐波微悬臂。比如, 将图 4(a) 叠加在图 3(a) 上。同时激发多谐波微悬臂的前三阶模态可以显著增强高阶谐波信号。三模态 AFM 就是应用之一, 它为材料表面下结构的定位和表征提供了一种方式。¹⁰ 所有交点相应的 (ξ_0, γ, χ) 值列于表 I 中。Sahin 等人⁵ 证明, 当在第三模态对应的谐波处监测微悬臂的偏转时, 对于较硬的样品第 24 阶谐波更敏感, 对于较软的样品第 8 次谐波更加敏感。因此, 恰当的高阶谐波的选择与材料性质有关。

表 I ω_2/ω_1 与 ω_3/ω_1 均为整数时对应的 (ξ_0, γ, χ) 值

TABLE I. Values of (ξ_0, γ, χ) which yield integer numbers for both ω_2/ω_1 and ω_3/ω_1

ω_2/ω_1	ω_3/ω_1	ξ_0	γ	χ	ω_2/ω_1	ω_3/ω_1	ξ_0	γ	χ	ω_2/ω_1	ω_3/ω_1	ξ_0	γ	χ
3	8	0.50	0.22	0.04	5	11	0.30	0.28	0.14	7	21	0.60	1.24	1.87
3	8	0.70	0.22	0.04	5	12	0.30	0.41	0.22	7	21	0.70	1.38	2.62
3	9	0.50	0.28	0.08	5	12	0.70	0.58	0.23	8	23	0.30	1.66	2.28
4	9	0.40	0.26	0.07	5	14	0.40	0.74	0.44	8	24	0.40	1.96	2.04
4	9	0.70	0.26	0.08	5	14	0.50	0.72	0.46	8	24	0.70	2.16	2.82
4	10	0.40	0.35	0.13	7	20	0.30	1.34	1.46	8	25	0.50	1.54	2.72
4	11	0.60	0.45	0.20	7	20	0.40	1.30	1.39	8	25	0.60	1.85	2.75

常规模型通过有效刚度、自然频率和品质因子来表征。³⁷ 阻尼的存在会使自然频率减小。与基本模态相比, 高阶模态的力常数 $k_n = m\omega_n^2$ 更大。因此阻尼对高阶模态的影响小。与基频相比, 高阶模态自然频率的下降幅值小。因此如图 3 所示, 对于给定尺寸参数 ξ_0, γ 和 χ 的阶梯微悬臂, ω_2/ω_1 和 ω_3/ω_1 比值大于无阻尼阶梯微悬臂。事实上, AFM 在空气中振动的阻尼很小。³⁸ 在空气或真空中由于阻尼引起的频率偏移可忽略不计。³⁹ 对于 ω_3/ω_1 的情况, 频率变化也很小。

结论

总之, 本文提出一个阶梯微悬臂使得第二或第三模态自然频率是基频的整数倍, 进而提高高阶谐波信号。此外, 同时激发前三阶模态自然频率可通过恰当的阶梯微悬臂尺寸设计实现。因此, 可以在高阶模态中提取更多材料性质的信息。通过这种方式, 随着时空分辨力的提高, 阶梯微悬臂可以同时感应形貌和材料性质信息。在阶梯微悬臂中, 两部分长度相等时 ω_2 / ω_1 比值最小, 两部分的长度差别很大时, 弯曲受较薄部分主导, 并且自然频率接近与均匀微悬臂。

参考文献

- 1 E. Hacker and O. Gottlieb, *Appl. Phys. Lett.* **101**, 053106 (2012).
- 2 M. Stark, R. W. Stark, W. M. Heckl, and R. Guckenberger, *Appl. Phys. Lett.* **77**, 3293 (2000).
- 3 O. Sahin and A. Atalar, *Appl. Phys. Lett.* **79**, 4455 (2001).
- 4 N. F. Martínez, J. R. Lozano, E. T. Herruzo, F. García, C. Richter, T. Sulzbach, and R. García, *Nanotechnology* **19**, 384011 (2008).
- 5 O. Sahin, C. F. Quate, O. Solgaard, and A. Atalar, *Phys. Rev. B* **69**, 165416 (2004).
- 6 S. Hembacher, F. J. Giessibl, and J. Mannhart, *Science* **305**, 380 (2004).
- 7 S. Crittenden, A. Raman, and R. Reifenger, *Phys. Rev. B* **72**, 235422 (2005).
- 8 M. Balantekin and A. Atalar, *Phys. Rev. B* **71**, 125416 (2005).
- 9 C. A. Amo, A. P. Perrino, A. F. Payam, and R. García, *ACS Nano* **11**, 8650 (2017).
- 10 D. Ebeling, B. Eslami, and S. D. J. Solares, *ACS Nano* **7**, 10387 (2013).
- 11 R. Hillenbrand, M. Stark, and R. Guckenberger, *Appl. Phys. Lett.* **76**, 3478 (2000).
- 12 O. Sahin, G. Yaralioglu, R. Grow, S. F. Zappe, A. Atalar, C. F. Quate, and O. Solgaard, *Sens. Actuators, A* **114**, 183 (2004).
- 13 T. R. Rodríguez and R. García, *Appl. Phys. Lett.* **80**, 1646 (2002).
- 14 T. R. Rodríguez and R. García, *Appl. Phys. Lett.* **84**, 449 (2004).
- 15 M. Balantekin and A. Atalar, *Appl. Phys. Lett.* **87**, 243513 (2005).
- 16 O. Sahin, S. Magonov, C. Su, C. F. Quate, and O. Solgaard, *Nat. Nanotechnol.* **2**, 507 (2007).
- 17 J. R. Felts and W. P. King, *J. Micromech. Microeng.* **19**, 115008 (2009).
- 18 M. Loganathan and D. A. Bristow, *Rev. Sci. Instrum.* **85**, 043703 (2014).
- 19 B. Jeong, C. Pettit, S. Dharmasena, H. Keum, J. Lee, J. Kim, S. Kim, D. M. McFarland, L. A. Bergman, A. F. Vakakis, and H. Cho, *Nanotechnology* **27**, 125501 (2016).
- 20 A. Schuh, M. Hofer, T. Ivanov, and I. W. Rangelow, *J. Microelectromech. Syst.* **24**, 1622 (2015).
- 21 B. Zhu, S. Zimmermann, X. Zhang, and S. Fatikow, *J. Mech. Design* **139**, 012303 (2016).
- 22 W. Zhang, Y. Chen, and J. Chu, *Rev. Sci. Instrum.* **88**, 106101 (2017).
- 23 W. Zhang, Y. Chen, and J. Chu, *Sens. Actuators, A* **255**, 54 (2017).
- 24 H. Li, Y. Chen, and L. Dai, *Appl. Phys. Lett.* **92**, 151903 (2008).
- 25 S. Sadewasser, G. Villanueva, and J. A. Plaza, *Appl. Phys. Lett.* **89**, 033106 (2006).
- 26 J. Cai, Q. Xia, Y. Luo, L. Zhang, and M. Y. Wang, *Appl. Phys. Lett.* **106**, 071901 (2015).
- 27 D. K. Parsediya, J. Singh, and P. K. Kankar, *J. Mech. Sci. Technol.* **29**, 4823 (2015).
- 28 S. Sadewasser, G. Villanueva, and J. A. Plaza, *Rev. Sci. Instrum.* **77**, 073703 (2006).
- 29 A. Keyvani, H. Sadeghian, M. S. Tamer, J. F. L. Goosen, and F. van Keulen, *J. Appl. Phys.* **121**, 244505 (2017).
- 30 J. Cai, M. Y. Wang, and L. Zhang, *Rev. Sci. Instrum.* **86**, 125007 (2015).
- 31 J. Cai, M. Y. Wang, Q. Xia, and Y. Luo, *Eng. Opt.* **49**, 43 (2016).
- 32 Z. Li, T. Shi, and Q. Xia, *Microsyst. Technol.* (2017).
- 33 Y. Zhang and K. D. Murphy, *J. Sound. Vib.* **330**, 5569 (2011).
- 34 Y. Zhang, H. Zhao, and L. Zuo, *J. Sound. Vib.* **331**, 5141 (2012).
- 35 Z. Zheng, R. Xu, and Z. Cheng, *Sci. China. Technol. Sc.* **46**, 437 (2016).
- 36 L. Meirovitch, *Computational Method in Structural Dynamics* (Sijthoff & Noordhoff, Maryland, 1980) p.213.
- 37 R. García and E. T. Herruzo, *Nat. Nanotechnol.* **7**, 217 (2012).

38 S. Rützel, S. I. Lee, and A. Raman, Proc. R. Soc. A **459**, 1925 (2003).

39 Y. Zhang, Sens. Actuators, A **194**, 169 (2013).

Enhancing the multiple harmonics by step-like micro-cantilever

Feifei Gao^{*,+)}, Yin Zhang^{*,+)}

**(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)*

+ (University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: In atomic force microscopy (AFM), the higher modes are highly sensitive to the tip-sample interactions which generate many harmonics. When a higher harmonic is close to the natural frequency of a mode, the harmonic signal will be significantly enhanced due to a resonance. The step-like micro-cantilever is proposed as an effective design to enhance the higher harmonic signals. The natural frequencies are changed with the variations of the step-like cantilever sizes. By carefully designing the step-like cantilever, the first three modes can be simultaneously excited. A comprehensive map is provided as a guidance of selecting the appropriate geometric parameters. Therefore, more information on the mechanical properties can be extracted.

Key words: higher harmonic, resonance, the first three modes can be simultaneously excited, a map as a guidance