

# 提升管中含粗颗粒两相流动数值模拟方法

张岩<sup>\*+</sup>, 鲁晓兵<sup>\*+</sup>, 张旭辉<sup>\*+</sup>, 李鹏<sup>\*+</sup>

<sup>\*</sup> (中国科学院力学研究所, 北京 100190) <sup>+</sup> (中国科学院大学工程科学学院, 北京 100049)

**摘要:** 大洋多金属结核是现今最具有开发前景的深海矿产资源, 提升管输送系统在海底矿石输送中至关重要。这是一个典型的多相流动问题, 目前并没有一个合适的模型来描述提升管内粗颗粒矿石长距离输送问题。当存在粗颗粒时, 会出现颗粒相分数大于 1 的非物理情况, 因此本文修改了现有 MP-PIC 模型, 将粗颗粒的计算方法与 MP-PIC 模型结合得到 CoarseMP-PIC 模型, 采用求解相分数扩散方程的方法将粗颗粒相分数分散到周围流体网格中, 保证粗颗粒的相分数有界性, 以用于模拟含粗颗粒矿石在提升管内的运动过程, 将基于 CoarseMP-PIC 模型的模拟结果与室内实验和解析解进行对比, 验证了模型的适用性。

**关键词:** 提升管, 固液两相流, 粗颗粒, 欧拉-拉格朗日, OpenFOAM

## 引言

随着全球工业发展, 陆地资源渐渐不能满足人类的需求, 陆上的资源是有限的, 经过多年的开采, 储量势必会变得越来越少并且最终慢慢枯竭。面对这样严峻的形势, 各国都把目标投向面积广阔且资源丰富的海洋<sup>[1]</sup>。深海是地球上仅剩的未被人类开发的区域, 并且深海内资源储量及其丰富, 21 世纪成为海洋世纪, 是人类认识、开发、利用、保护海洋的新世纪。

目前普遍认为最具有开发前景的是大洋多金属结核, 集矿机与管道结合的水力输送系统是开采多金属结核较有应用前景的系统<sup>[2, 3]</sup>, 它具有回采率高, 产能高, 操作方便等优点。目前我们国家在海底采矿方面已经有了长足发展, 但与国外仍然有着明显的差距, 具体体现在我们缺少对关键科学和技术基础问题的深入研究。在这套集矿机与管道结合的水力输送系统中, 提升管起着至关重要的作用, 有几个亟需解决的关键科学问题: (1) 复杂流场环境特征描述及其安全风险; (2) 复杂条件下提升管粗颗粒矿石长距离输送。

提升管内矿石输送属于多相流范畴, 多相系统存在于大量的工业设备中, 如鼓泡反应器、流化床、火焰喷射器、萃取塔等。一般描述多相系统的模型可分为微观模型, 宏观模型和介尺度模型<sup>[4]</sup>, 对应着多相流体力学的三种尺度<sup>[5]</sup>。宏观模型如双流体模型<sup>[6, 7]</sup>, MP-PIC 模型<sup>[8, 9]</sup>, 可用于描述高相分数混合问题。介尺度模型介于宏观模型和微观模型之间, 如拉格朗日模型<sup>[10]</sup>, 普适性群体平衡模型以及 EMMS 模型<sup>[11-13]</sup>。

实际的海底矿石粒径分布区间很大, 从 1mm 到 30mm 不等, 并且颗粒数量和输送尺度较大, 介尺度模型或微观模型计算量巨大, 不适合模拟此类问题。常规双流体模型将固相看作拟流体, 固相和液相分别有一组连续性方程和动量方程, 将固相平均化, 因此无法处理类似矿石粒径分布较广的情况。MP-PIC 模型是一种离散粒子的模拟方法, 与双流体模型不同, 它不再将固相看作拟流体, 而是采用拉格朗日方法来追踪固相粒子的运动轨迹。但是 MP-PIC 与传统的 DEM 方法又有一些不同, MP-PIC 方法采用颗粒相压力梯度力取代颗粒的碰撞来表征颗粒间的相互作用<sup>[14]</sup>, 并且它采用了计算粒子的概念, 也即将具有相同物理特性的颗粒组合到一起, 形成一个颗粒团, 因而能够大大降低颗粒的总数量, 在大规模的输送系统中, 能极大的提高计算速度。MP-PIC 同样存在一些缺陷, 从 CFD 的角度考虑, 由于要捕捉流场特性, CFD 的网格不能太粗, 否则计算结果不精确, 但是因为粗颗粒的存在, 一般大于 CFD 网格的大小, 这时在计算网格内颗粒相分数时会出现颗粒相分数大于 1 的非物理情况, 因此需要对粗颗粒进行特殊的处理。此外, MP-PIC 模型无法处理不规则颗粒运动问题。

本文对现有 MP-PIC 模型进行修改以适应含粗颗粒输送的两相流问题, 在模型中添加了固相体积分数扩散方程, 以避免由于大颗粒的存在导致相分数大于 1 的情况, 修改后模型称为 CoarseMP-PIC, 将模型计算结果与实验结果和理论结果对比符合较好。模型实现主要基于 OpenFOAM<sup>[15]</sup>, OpenFOAM 是一个完全由 C++ 编写, 在 linux 下运行, 面向对象的 CFD 类库, 其可定制性强, 目前应用范围很广。

## 1 数值模型

### 1.1 颗粒运动方程

颗粒运动方程根据牛顿第二定律获得，假设颗粒在流场中只受到重力、浮力和相间曳力作用，则颗粒运动方程为：

$$m_d \frac{d\mathbf{U}_d}{dt} = m_d \mathbf{g} \left( 1 - \frac{\rho_c}{\rho_d} \right) + \frac{m_d}{\rho_d} Kd (\mathbf{U}_c - \mathbf{U}_d) \quad (1)$$

其中  $Kd$  为

$$Kd = \frac{3}{4} \frac{C_D \rho_c}{d_d} |\mathbf{U}_c - \mathbf{U}_d| \quad (2)$$

上式中  $m_d$  为颗粒质量， $\rho_d$  和  $\rho_c$  为颗粒密度和流体密度， $\mathbf{U}_c$  和  $\mathbf{U}_d$  为流体和颗粒速度， $C_D$  为阻力系数， $\mathbf{g}$  表示重力加速度矢量， $d_d$  表示颗粒直径。

## 1.2 流体运动方程

假设相间作用只考虑曳力影响，则流体连续性方程和动量方程为：

$$\frac{\partial \alpha_c \rho_c}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_c \rho_c \mathbf{U}_c) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial (\alpha_c \rho_c \mathbf{U}_c)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_c \rho_c \mathbf{U}_c \mathbf{U}_c) - \nabla \cdot (\alpha_c \rho_c \mathbf{R}_c) = -\alpha_c \nabla p_c + \alpha_c \rho_c \mathbf{g} - \sum_{i=1}^{N_d} \mathbf{M}_{d,i} \quad (4)$$

其中  $\alpha_c$  表示流体的相分数， $p_c$  表示压力， $\mathbf{R}_c$  表示雷诺应力， $\mathbf{M}_{d,i}$  为在欧拉框架下的平均界面交换力，其表示每单位体积的两相之间的动量传递， $N_d$  表示流场内的颗粒总数。

## 1.3 颗粒相分数扩散方程

颗粒相分数 ( $\alpha_d$ ) 在求解相间作用力时至关重要，求解颗粒相分数以后流体的相分数就不需要由求解流体相方程获得，因为相分数满足  $\alpha_c + \alpha_d = 1$ 。常规当地颗粒固相相分数按照如下式子求解，也称颗粒中心法 (Particle Centroid Method, PCM)：

$$\alpha_d = \frac{\sum_{i=1}^{n_d} V_{d,i}}{V_{\text{cell}}} \quad (5)$$

其中  $V_{d,i}$  为颗粒体积， $V_{\text{cell}}$  为 CFD 网格体积， $n_d$  为此 CFD 网格内颗粒的数量。此种方法适用于颗粒大小远小于网格大小的情况 ( $d_d < d_{\text{cell}}$ )，当颗粒大小与网格相当或大于网格时 ( $d_d / d_{\text{cell}} \geq 1$ )，计算得到的颗粒相分数非常不准确。因此，参照 Sun<sup>[16, 17]</sup> 的思路，假设颗粒相分数存在扩散，求解颗粒相分数扩散方程，将当地相分数扩散到周围区域，以削弱相分数集中效应。颗粒相分数扩散方程为：

$$\frac{\partial \alpha_d}{\partial t} = \nabla^2 \alpha_d \quad (6)$$

初始条件  $\alpha_d(\mathbf{x}, t)$  取由 PCM 算得的颗粒相分数场。

## 2 模型实现

当离散相相分数较大时,连续相和离散相的相互作用是一个四向耦合问题,也即既要考虑连续相对离散相的影响,又要考虑离散相对连续相的影响,同时离散相之间的作用如碰撞问题也要考虑,总体求解流程如图1。

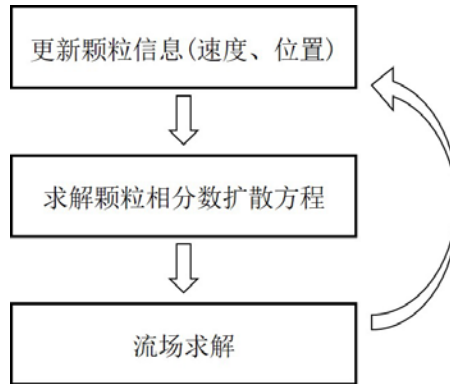


图1 求解流程图

Fig.1 Flow chart of the solution procedure

### 2.1 压力-速度耦合

去掉方程(4)的浮力项、重力项以及相间作用相中的显性项 ( $\mathbf{U}_d$ ), 然后, 进行有限体积离散<sup>[18]</sup>, 得到代数方程组:

$$\mathbf{A}_P \mathbf{U}_P + \sum \mathbf{A}_N \mathbf{U}_N - \mathbf{E}_P = 0 \quad (7)$$

其中  $\mathbf{U}_P$ ,  $\mathbf{U}_N$  为目标网格和周围网格中心点速度,  $\mathbf{A}_P$  和  $\mathbf{A}_N$  为矩阵系数,  $\mathbf{E}_P$  为源项。求解方程(7)可以得到预测速度  $\mathbf{HbyA}$ :

$$\mathbf{HbyA} = \frac{1}{\mathbf{A}_P} \left( -\sum \mathbf{A}_N \mathbf{U}_N + \mathbf{E}_P \right) \quad (8)$$

在预测速度的基础上, 再考虑浮力项、重力项以及相间作用项的影响, 得到流场速度:

$$\mathbf{U}_c = \mathbf{HbyA} + \frac{1}{\mathbf{A}_P} \left( -\alpha_c \nabla p_c + \alpha_c \rho_c \mathbf{g} + \mathbf{KdU}_d \right) \quad (9)$$

将式(9)代入式(3)可得到压力泊松方程:

$$\nabla \cdot \left( \alpha_c \rho_c \frac{\alpha_c}{\mathbf{A}_P} \nabla p_c \right) = b \quad (10)$$

其中  $b$  为上一迭代步的显性项。

### 2.2 相间作用

考虑在无穷区间内的一维扩散方程:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{\partial^2 \alpha}{\partial x^2} \quad \alpha|_{t=0} = f(x) \quad (11)$$

方程(11)的解析解为:

$$\alpha(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} K(x - \xi) f(\xi) d\xi \quad (12)$$

其中  $K(x, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4t}\right)$ 。

当初始条件是  $\delta$  函数, 即  $f(\xi) = \delta(\xi - x_0)$ , 且存在多个函数叠加时, 可得:

$$\alpha(x, t) = \sum_{i=1}^{N_i} c_i K(x - x_i, t) \quad (13)$$

因为采用颗粒中心法求得的当地颗粒相分数场满足  $\delta$  函数的叠加, 因此根据式(13)可获得颗粒相分数扩散场。

### 3 模型验证

#### 3.1 实验验证

出于简便考虑, 我们计算了单个粗颗粒在静水中的下落过程, 并与进行实验对比。颗粒为玻璃珠, 密度  $2600 \text{ kg/m}^3$ , 直径  $14 \text{ mm}$ , 容器为一长方体立罐, 尺寸  $0.3 \times 0.3 \times 0.5 \text{ m}$ , 网格大小  $10 \times 10 \times 10 \text{ mm}$ 。数值模拟时颗粒初始下落速度为  $0.4 \text{ m/s}$ , 颗粒与壁面碰撞恢复系数为  $0.9$ , 曳力模型为 EgunWen Yu<sup>[19]</sup>模型。单颗粒下落实验采用一台 Phantom VEO 410 高速数字摄像机记录, 获得颗粒下落位置以及下落速度随时间的变化趋势。

图 2 给出了颗粒下落的速度对比曲线, 可以发现计算值与实验值基本吻合。

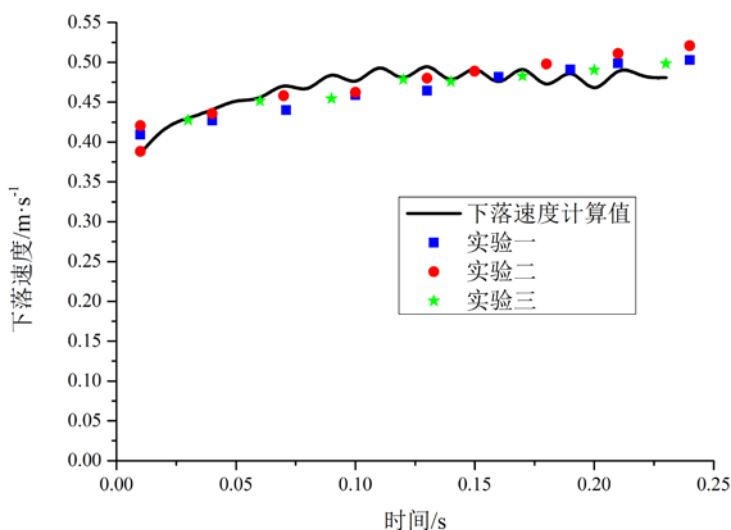


图 2 颗粒下落速度对比

Fig.2 Comparison of the settling velocity

#### 3.2 理论解验证

此外我们还模拟了单个粗颗粒在空气中的平抛问题，初始水平速度为  $v_0 = 0.5 \text{ m/s}$ ，颗粒的物性参数与 3.1 节取值相同。颗粒在空气中运动假设可以忽略空气阻力，那么颗粒的运过过程有解析解：

$$\begin{cases} v_x = v_0 & S_x = v_0 t \\ v_y = gt & S_y = 0.5gt^2 \end{cases} \quad (14)$$

其中  $v_x$  和  $v_y$  分别为水平方向和竖直方向的速度， $S_x$  和  $S_y$  表示水平方向和竖直方向的位移。图 3 为颗粒速度和位移随时间变化的对比图。

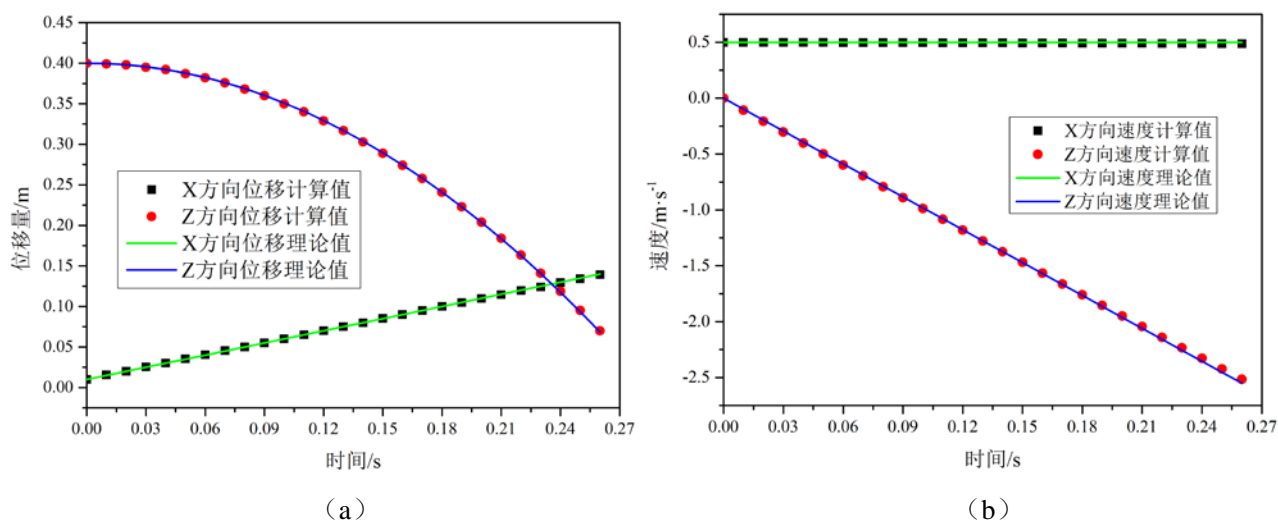


图 3 颗粒速度和位移随时间变化的对比图，(a) 位移对比，(b) 速度对比

Fig.3 Comparison of the particle velocity and displacement over time

## 4 结论

本文对现有 MP-PIC 模型进行修改使其可以用于计算粗颗粒输送问题，主要方法是求解颗粒相分数扩散方程来平滑相分数场，通过单颗粒下落实验验证了模型的有效性，下一步需要对多颗粒输送问题进行验证。同时需要研究存在粗颗粒时欧拉场与拉格朗日场的相互插值方法。

## 参考文献

- 1 符瑜, 曹斌, 夏建新. 管道内流对深海采矿系统软管空间形态影响. 海洋技术学报, 2018, 1: 81-6. (Fu Y., Cao B., Xia J. X. Influence of Internal Flow on the Spatial Form of Flexible Hose in the Deep Sea Mining System. Journal of Ocean Technology (in Chinese), 2018, 37(1): 81-86)
- 2 Xia J. X., Ni J. R., Mendoza C. Hydraulic lifting of manganese nodules through a riser. J Offshore Mech Arct Eng Trans ASME, 2004, 126(1): 72-7.
- 3 姚妮均, 曹斌, 夏建新. 深海采矿系统软管段输送阻力损失研究. 矿冶工程, 2018, 2: 10-4. (Yao J. N., Cao B., Xia J. X. Pressure Loss of Flexible Hose in Deep-sea Mining System. Mining and Metallurgical Engineering (in Chinese), 2018, 38(2): 10-14.)
- 4 Sundaresan S., Ozel A., Kolehmainen J. Toward Constitutive Models for Momentum, Species, and Energy Transport in Gas-Particle Flows. Annual Review of Chemical and Biomolecular Engineering, 2018, 9(1): 61-81.
- 5 Wang W., Li J. Simulation of gas-solid two-phase flow by a multi-scale CFD approach—from the EMMS model to the sub-grid level. Chemical Engineering Science, 2007, 62(1): 208-31.
- 6 Li D., Christian H. Simulation of bubbly flows with special numerical treatments of the semi-conservative and fully conservative two-fluid model. Chemical Engineering Science, 2017, 174: 25-39.
- 7 Li P., Zhang X. H., Lu X. B. Numerical simulation on solid-liquid two-phase flow in cross fractures. Chemical Engineering Science, 2018, 181:1-18.
- 8 Snider D. M., O'Rourke P. J., Andrews M. J. An incompressible two-dimensional multiphase particle-in-cell model for dense particle flows. LA-13280-MS.
- 9 Snider D. M. An Incompressible Three-Dimensional Multiphase Particle-in-Cell Model for Dense Particle Flows. Journal of Computational Physics, 2001,

170(2): 523-49.

10 Capcelatro J., Desjardins O. An Euler-Lagrange strategy for simulating particle-laden flow. *Journal of Computational Physics*, 2013, 238: 1-31.

11 Lu L. Q., Xu J, GE W, et al. EMMS-based discrete particle method (EMMS-DPM) for simulation of gas-solid flows. *Chemical Engineering Science*, 2014, 120: 67-87.

12 Li J., Kwauk M. Exploring complex systems in chemical engineering—the multi-scale methodology. *Chemical Engineering Science*, 2003, 58(3): 521-35.

13 Zhang Y., Zhao Y. M., Gao Z. L., et al. Experimental and Eulerian-Lagrangian-Lagrangian study of binary gas-solid flow containing particles of significantly different sizes. *Renew Energy*, 2019, 136: 193-201.

14 Zhang Y., Lu X. B., Zhang X. H., et al. NUMERICAL SIMULATION OF PROPPANT TRANSPORTATION IN HYDRAULIC FRACTURE BASED ON DDPM-KTGF MODEL. *AJKFluids*. San Francisco, California, USA. 2019.

15 OPENCFO. OpenFOAM Cpp Documentation, (<http://www.openfoam.org/docs/cpp/>). 2013.

16 Sun R., Xiao H. Diffusion-based coarse graining in hybrid continuum-discrete solvers: Applications in CFD-DEM. *International Journal of Multiphase Flow*, 2015, 72: 233-47.

17 Sun R., Xiao H. Diffusion-based coarse graining in hybrid continuum-discrete solvers: Theoretical formulation and a priori tests. *International Journal of Multiphase Flow*, 2015, 77: 142-57.

18 Jasak H. Error Analysis and Estimation for the Finite Volume Method with Applications to Fluid Flows. PhD Thesis, London: Imperial College London, 1993.

19 Wen C. Y., Yu Y. H. A Generalised Way of Predicting the Minimum Fluidisation Velocity. *Aiche Journal*, 1966, 12: 610-612.

# NUMERICAL SIMULATION METHOD FOR TWO-PHASE FLOW OF COARSE PARTICLES IN RISER PIPE

Zhang Yan<sup>\*+</sup>, Lu Xiaobing<sup>\*+</sup>, Zhang Xuhui<sup>\*+</sup>, Li Peng<sup>\*+</sup>

<sup>\*</sup>( *Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China* )

<sup>+</sup>( *School of Engineering Science, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China* )

**Abstract:** Ocean polymetallic nodules are the most promising deep-sea mineral resources today, and the riser pipe transport system is crucial in seabed ore transport. This is a typical multiphase flow problem. There is currently no suitable model to describe the long distance transport of coarse particles in the riser. When there are coarse particles, a non-physical condition with a particle volume fraction greater than 1 occurs. The existing MP-PIC model is modified in this paper. The calculation method of the coarse particles is combined with the MP-PIC model to obtain the CoarseMP-PIC model, which is used to simulate the movement process of coarse ore in a riser pipe. The phase-diffusion equation is solved to distribute the phase fraction of the coarse particles into the surrounding fluid grid to ensure the phase fraction boundedness. The simulation results based on CoarseMP-PIC model are compared with laboratory experiment and analytical solution to verify the applicability of the model.

**Key words:** Riser pipe, Solid-liquid two-phase flow, Coarse particles, Euler-lagrange, OpenFOAM