

# 单空泡与自由液面相互作用规律研究进展<sup>1)</sup>

郭文璐 李泓辰 王静竹<sup>2)</sup> 王一伟 黄晨光

(中国科学院力学研究所流固耦合系统力学重点实验室, 北京 100190)

(中国科学院大学工程科学学院, 北京 100049)

**摘要** 空化与空泡溃灭现象普遍存在于自然界、水力机械和生物医学等领域. 空泡与自由面相互作用会产生瞬态强烈耦合, 涉及到空泡非球形溃灭、自由面非线性变形及失稳等现象, 是流体力学领域重要的前沿与基础问题. 本文围绕这一热点, 从空泡非球形演化和自由面变形规律角度出发, 概述和归纳近年该领域的研究进展与成果. 对于近自由面空泡的非球形演化, 基于表征开尔文冲量的无量纲参数, 重点关注了体积振荡、射流生成、水锤效应及溃灭冲击波生成等关键过程, 介绍了关键参数的理论建模方法, 获得了空泡溃灭过程中能量分配机制. 针对自由液面变形演化, 根据细射流和粗射流生成和发展, 归纳了 4 种典型现象及特点: 透明水层及水柱生成、不稳定与稳定冠状水裙结构. 进一步总结了开尔文冲量理论、界面凹陷奇点概念和泰勒不稳定性等理论模型的建立和应用, 讨论了气泡溃灭过程、液面射流和界面稳定性等主要机制. 此外, 本文也概述了空泡脉动对球状、圆柱状等非平面液面变形行为的影响, 归纳了曲率对于液面变形的影响机制. 最后, 针对目前研究状况提出该领域研究中尚未解决的问题, 期望对将来的空泡及空泡群与自由液面相互作用深入研究提供借鉴.

**关键词** 非球形演化, 自由面变形, 细射流, 粗射流, 冠状水裙

中图分类号: O35, TV131.32 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-19-328

## RESERCH PROGRESS ON INTERACTION BETWEEN A SINGLE CAVITATION AND FREE SURFACE<sup>1)</sup>

Guo Wenlu Li Hongchen Wang Jingzhu<sup>2)</sup> Wang Yiwei Huang Chenguang

(Key Laboratory for Mechanics in Fluid Solid Coupling Systems, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

(School of Engineering Science, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract** The phenomena of cavitation have been observed in various natural and industrial processes like biomedical engineering and marine engineering. The interaction between a single bubble and free surface, involving the non-spherical collapse of cavitation bubble, nonlinear deformation and instability of free surface, etc., is frontier scientific issues in fluid mechanics and bubble dynamics. In this paper, we summarize research progress and achievements of this field in recent years and discuss typical phenomenon from the perspectives of cavitation dynamics and splash behaviors. For the non-spherical evolution of cavitation bubble, we focus on the key processes such as volume oscillation, jet generation, water hammer effect, collapsing shock wave, and centroid migration based on the dimensionless parameter of kelvin impulse. The mechanism of energy distribution during the cavitation collapse is obtained. For the splash dynamics of free surface, four typical phenomena are summarized based on the generation and development of the thin jet and thick jet: formation

2019-10-22 收稿, 2019-11-02 录用, 2019-11-18 网络版发表.

1) 国家重点研发计划 (2017YFC1404200), 国家自然科学基金 (11802311, 11772340, 11672315) 资助项目.

2) 王静竹, 助理研究员, 主要研究方向: 气泡动力学. E-mail: wangjingzhu@imech.ac.cn

**引用格式:** 郭文璐, 李泓辰, 王静竹, 王一伟, 黄晨光. 单空泡与自由液面相互作用规律研究进展. 力学学报, 2019, 51(6): 1682-1698  
Guo Wenlu, Li Hongchen, Wang Jingzhu, Wang Yiwei, Huang Chenguang. Reserch progress on interaction between a single cavitation and free surface. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(6): 1682-1698

of transparent water layer, generation of water column, stable and unstable structure of water crown. Furthermore, we review physical mechanisms on the collapse of cavitation, splash and instability of the free surface by using the theories of Kelvin impulse, Singularity at the curved surface, and Rayleigh-Taylor instability. In addition, we present the effect of curved surfaces on the splash dynamics by investigating the behaviors of free surface of spherical and cylindrical shapes. Finally, remaining challenges and development tendency for future research are given.

**Key words** non-spherical collapse of cavitation, deformation of free surface, thin jet, thick jet, crown-like water skirt

## 引言

当液体局部压力瞬间低于饱和蒸汽压, 会发生相变形成空泡, 这一空化现象普遍存在于自然界及工程领域中. 空泡非球形演化和溃灭过程, 生成高速射流、冲击波等, 包含了相变传质、非稳态及可压缩等复杂因素. 当空泡与自由液面相互作用时, 进一步涉及到自由面的非线性变形、破碎及飞溅等现象, 是流体力学和气泡动力学研究的前沿.

气泡与自由液面相互作用产生复杂的力、热、化学效应<sup>[1-3]</sup>, 具有海洋工程、军事、医疗等领域广泛的应用背景. 船舶在水面高速航行时, 液面下空泡脉动作用会诱导自由面大变形, 影响航行体的稳定性和速度<sup>[4-6]</sup>. 在国防工业领域, 潜射航行体在穿越自由面过程中, 由于表面低压区, 空化相变会形成空泡群, 且在自由面影响下, 空泡群溃灭生成的冲击载荷, 可严重影响出水后轨迹和结构的安全性<sup>[7-11]</sup>. 近些年很多学者研究发现水下爆炸对于水面舰船的危害也非常大, 这是因为水下爆炸后生成的空泡在溃灭过程中, 会诱导液面产生高速射流, 破坏舰船稳定性, 造成重大损失<sup>[12-14]</sup>. 另一方面, 溃灭效应如果能得到定向控制, 就可广泛应用于工业、生物科学等领域. 超声波清洗中利用空泡溃灭生成的冲击波和高速射流清除附着的污染物<sup>[15-18]</sup>. 现代化医疗手段如高强度超声聚焦 (HIFU) <sup>[19-22]</sup>、冲击波体外碎石 (ESWL) 技术<sup>[23-27]</sup>, 也大量应用空泡溃灭来增强治疗效果. 例如, 在 HIFU 的肿瘤治疗中, 空泡运动诱导的额外高温高压可以提高肿瘤失活效率; 在 ESWL 技术中, 空泡溃灭产生二次射流和冲击波会增强碎石能力. 有限区域中空泡溃灭诱导的自由面高速射流可作为重要的无针注射手段<sup>[28-32]</sup>, 高速射流可以瞬间穿透皮肤到达皮下, 促使药物快速吸收和起效. 另外, 自由液面与气泡相互作用在自然界中也普遍存在. 如图 1 所示, 波浪破碎会在海洋自由液面下形成大量的气泡, 气泡运动诱导生成的自由液面射流和破碎后的液滴有助于海洋和大气之间

的热量、质量和各种污染物的交换, 其中, 气泡的尺寸和大小是影响传递效率的重要因素<sup>[33-35]</sup>.



图1 波浪破碎生成的气泡与海面的相互作用<sup>[33]</sup>  
Fig. 1 Interaction between bubbles and free surface owing to breaking wave<sup>[33]</sup>

在前述的应用问题与自然界现象中, 空泡与自由液面相互作用诱导的空泡非球形演化和自由面变形是其中的共性关键过程. 对空泡运动的研究是从 Rayleigh<sup>[36]</sup>开始的, 他建立了不可压缩流场中球形气泡的运动方程式. 经过许多学者不断完善和发展, 得到的气泡溃灭理论可用来描述气泡的脉动特征, 如体积振荡、溃灭时间等<sup>[37]</sup>. 自 Kornfeld 和 Suvorow<sup>[38]</sup>首次提出在边界条件约束作用下气泡会发生非球形演化并生成高速射流等现象后, 国内外学者进行大量实验研究工作, 探索了不同类型边界影响下气泡溃灭过程. 针对自由表面附近的气泡运动规律, 研究者通过实验观测<sup>[17,39,40-45]</sup>、理论分析<sup>[46-51]</sup>和数值计算<sup>[52-62]</sup>进行了广泛的研究. 如图 2 所示, 在自由面影响下, 气泡发生膨胀、收缩振荡, 同时, 在非均匀压力场作用下泡内生成液体射流, 射流撞击与穿透气泡壁, 造成水锤效应, 产生多个溃灭冲击波. 然而, 上述研究的主要关注的是空泡脉动现象, 对自由液面在空泡溃灭过程中的运动学特性关注较少. 与其他性质边界相比, 自由面的惯性约束非常小, 因此气泡溃灭能够导致更复杂的自由面的变形. 近年来该问题得到了越来越多的关注. 典型的现象如图 3 所示, 在空泡膨胀过程中, 自由液面被拱起并继续向上运动形成细射流. 在气泡非球形溃灭过程中, 泡内生成射流并促使其背离自由面

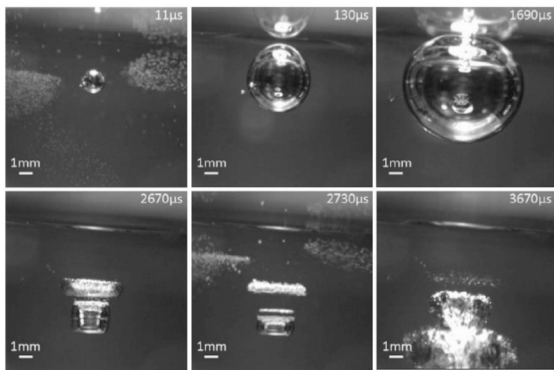


图2 自由液面下空泡生成较强射流的过程<sup>[39]</sup>

Fig. 2 Experimental observation of a bubble with a strong jet driven by a nearby free surface<sup>[39]</sup>

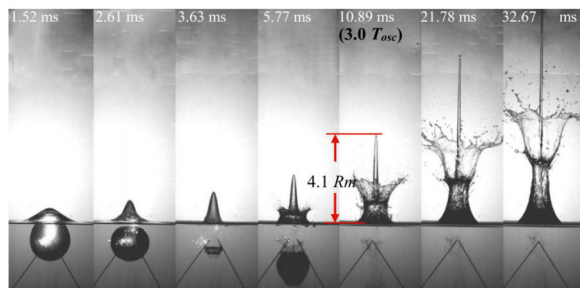


图3 空泡脉动下自由液面变形特征: 细射流, 粗射流及冠状水裙<sup>[63]</sup>

Fig. 3 Development of surface motion under bubble collapse: thin jet, thick jet, and crown-like water skirt<sup>[63]</sup>

迁移, 随后自由面在气泡再膨胀作用下, 在细射流周围生成粗射流, 最终发展成为冠状的水裙结构。

本文将从空泡非球形演化和自由面变形规律角度出发, 概述和归纳近年来该领域的研究进展与成果. 本文的主体结构安排如下: 首先概述了研究气泡非球形演化和自由液面变形的主要理论方法. 随后以空泡与水平自由面为例, 针对自由液面影响下气泡脉动形态, 概述和归纳了空泡溃灭过程中重要参数对非球形演化和自由液面变形的影响规律. 此外还介绍了界面曲率对自由液面变形影响研究. 最后, 针对目前研究状况总结出该领域研究中尚未解决的问题, 希望可为空泡及空泡群与自由液面相互作用的深入研究提供借鉴.

### 1 气泡与自由液面相互作用理论研究

空泡在自由面影响下发生非球形演化, 生成高速射流, 能够促使气泡发生背离自由液面的运动. Benjamin 和 Ellis<sup>[64]</sup>利用开尔文冲量理论描述了无限水域中空泡形变、射流形成以及空泡溃灭后的涡环

结构. 虽然开尔文冲量可以解释空泡的非球形演化及附近压力场的变化, 但仍无法分析自由液面射流的形成和发展的过程. 之后许多学者开始从自由面的几何效应出发, 利用界面凹陷产生与有限时间奇点近似的动力学特性来概念解释自由液面变形. 另一方面, 少量的研究表明, 部分曲状液面生成的射流, 与瑞利-泰勒不稳定性现象有关, 即界面处压强与密度梯度不平行, 从而产生斜压力矩, 并产生涡量, 促使界面失稳进而形成射流.

#### 1.1 开尔文冲量

开尔文冲量是非定常流动中一个重要的动力学参量. Benjamin 和 Ellis<sup>[64]</sup>首先在空泡动力学中引入开尔文冲量的概念, 提出针对空泡运动的开尔文冲量理论, 可以有效处理空泡质心迁移和变形规律. 在远场中, 可以通过源或源和偶极子组合来近似表示由空泡非球形演化引起的复杂流场变化. 图4给出了无限水域中对称单连通空泡演化模型.

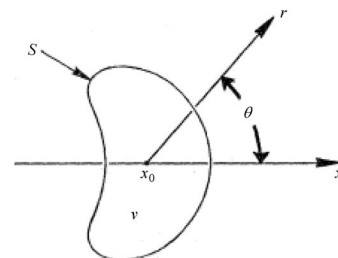


图4 在无限水域中对称单连通空泡演化示意图<sup>[64]</sup>

Fig. 4 Definition sketch showing axisymmetric body in an infinite fluid<sup>[64]</sup>

在开尔文冲量理论中, 假设无限水域是不可压、无黏、无旋的理想流体, 空泡在体积振荡过程中, 可能发生形变和沿对称轴方向的迁移. 他们将空泡等效成质量不计的可变形刚体, 并引入附加质量的概念, 使其适用于冲量定理. 将无限理想流体作为控制体, 可以得到其动能方程和势能方程

$$T = \frac{1}{2} M \dot{x}_0^2 + J \dot{\lambda}_0 + T' \quad (1)$$

$$V = - \int F dx_0 + p_\infty v_b - \int p_i dv_b \quad (2)$$

式中,  $F$  表示作用在空泡上的外力,  $x_0(t)$  表示固定坐标系下空泡沿对称轴方向的质心坐标,  $\lambda_n(t)$  是一组表征空泡形状的参数.  $M$  是关于  $\lambda_n(t)$  的函数, 代表空泡瞬时脉动体积诱导的附加质量,  $J$  表示空泡相对于质心迁移的变形率,  $T'$  是关于空泡变形率的函

数, 与  $x_0(t)$  和  $\dot{x}_0(t)$  无关,  $p_\infty$  是无穷远处的压强, 为常数,  $p_i$  是空泡内部压强,  $v_b$  是随时间变化的空泡体积. 对控制体的动能和势能, 应用 Euler-Lagrange 方程

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_0} - \frac{\partial T}{\partial x_0} + \frac{\partial V}{\partial x_0} = 0 \quad (3)$$

将方程式 (1) 和式 (2) 代入式 (3) 中, 求解可以获得开尔文冲量的表达式

$$I = M\dot{x}_0 + J \quad (4)$$

气泡溃灭在一个极短的时间内发生,  $\int F dt$  的变化很小, 因此可以假设  $I = \text{常数}$ . 也就是说, 在气泡溃灭过程中, 开尔文冲量是保持不变的. 在空泡脉动初期阶段和溃灭阶段, 由于空泡形态稳定,  $J$  趋于 0, 因此空泡初始状态与溃灭状态的  $M\dot{x}_0$  是接近的. 由于溃灭状态下空泡运动诱导的附加质量  $M$  是非常小的, 因此质心运动速度  $\dot{x}_0(t)$  需要无限增大以保持开尔文冲量不变, 这与实际不符. 因此, 根据 Lamb 的理论, 空泡和流场只有从单连通变为多连通, 空泡背部内卷形成射流, 构成一个中空的涡环, 才能保持开尔文冲量.

Blake 等<sup>[47-49]</sup>对开尔文冲量理论进行了进一步发展, 主要针对半无限流体中不同自由面条件下开尔文冲量进行了推广和分析, 将开尔文冲量的方向作为判断空泡质心迁移和射流方向的依据. 而且, 他们基于势流理论和边界积分法进行了大量的数值计算, 对开尔文冲量进行了定量分析, 为分析气泡的行为提供有价值且准确的预测. 另外, 他们还研究发现, 当气泡内射流达到最大速度后, 气泡质心迁移速度显著降低, 这表明流体动量(即开尔文冲量)几乎全部集中在高速射流中, 当射流穿透气泡时, 形成涡环结构, 将高速射流的动量继续转移到涡环流中, 这与 Lamb 和 Benjamin 等的预测一致.

### 1.2 界面凹陷奇点

凹陷的自由液面处产生射流普遍存在于自然界和工程应用领域中, 如物体下落撞击液面, 液面被反复振荡、气泡在液面破碎等. 在这些过程中, 生成的液面凹陷是其中共性关键过程. 很多学者<sup>[65-69]</sup>利用界面凹陷奇点概念解释射流形成过程. 在流体力学中, 表面凹陷可能会引起物理量的奇异性, 例如在最深处或间断点处速度、表面曲率或压力梯度等会发生发散, 导致凹陷的最低端可能向上运动形成射流. 下面将以气泡在液面破碎生成高速射流<sup>[70-75]</sup>为例, 具体介绍界面凹陷奇点概念.

(1) 如图 5 所示, 当气泡与空气相连的液膜破裂后, 系统总势能突然发生变化, 诱导空腔凹陷底部生成一系列毛细波<sup>[73,76]</sup>;

(2) 由于质量和动量守恒, 这些毛细波沿径向向对称轴行进并聚焦<sup>[74,76]</sup>;

(3) 基于惯性和毛细作用平衡的自相似, 对于特定表面张力、密度及黏度值, 界面凹陷处可能会产生与有限时间奇点类似的奇点, 诱导凹陷处物理量的奇异性<sup>[50,77-78]</sup>;

(4) 当主毛细波的前部在轴线处坍塌时, 由于涡旋结构与界面相互作用及其非线性毛细波波前的复杂性, 导致局部液体表面的几何形状变得复杂(如图 6 所示), 凹陷液面的会发生反转, 形成高速射流<sup>[70]</sup>.

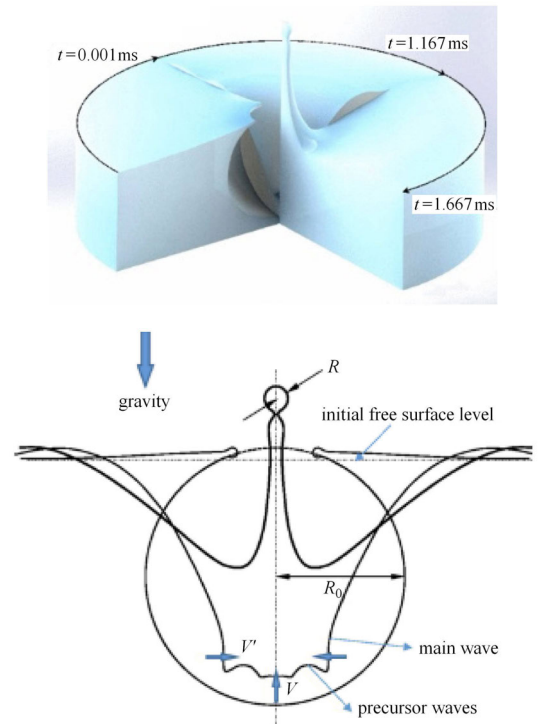


图5 气泡在自由液面破碎后生成射流<sup>[73-74]</sup>

Fig. 5 Generation of a jet by bursting bubble at free surface<sup>[73-74]</sup>

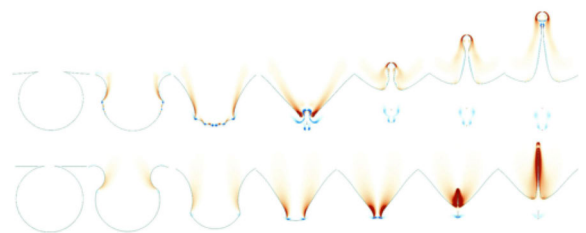


图6 气泡在自由表面破裂后的界面的量场<sup>[70]</sup>

Fig. 6 Direct numerical simulations of a bursting bubble and subsequent jet formation<sup>[70]</sup>

### 1.3 Rayleigh-Taylor 不稳定性

Rayleigh-Taylor(R-T) 不稳定性在超新星爆发、星云生成等天体演化<sup>[79-81]</sup>、惯性约束聚变<sup>[82-84]</sup>等工程研究领域发挥重要作用. 当轻密度流体加速重密度流体时, 或在重力场中轻密度流体支撑重密度流体时, 两种流体交界处生成的小扰动可能以指数增长, 导致发生在界面的 R-T 不稳定性<sup>[85]</sup>. 更具体来说, 界面受到扰动导致界面处压力与密度梯度不共线, 生成的斜压力矩诱导涡量, 从而发生 R-T 不稳定性. 针对 R-T 不稳定性理论分析, 本文以球几何中两层流体为例(图 7), 根据线性小扰动理论, 推导半径  $R_1$  界面上扰动演化方程<sup>[86-87]</sup>

$$\frac{D\Omega}{Dt} = \frac{1}{\rho^2} \nabla \rho \times \nabla p \quad (4)$$

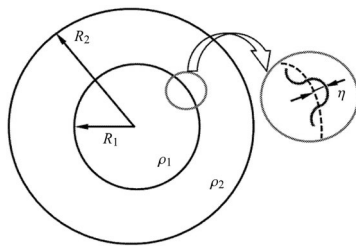


图7 球几何下两层流体系统: 界面扰动幅值  $\eta$

Fig. 7 Two-layer fluid system in spherical geometry: Surface perturbation  $\eta$

在球几何下, 半径  $R_1$  界面的速度和加速度为

$$\frac{dR_1(t)}{dt} = \dot{R}_1(t) = v_i(t) \quad (5a)$$

$$\frac{d^2R_1(t)}{dt^2} = \ddot{R}_1(t) = g_i(t) \quad (5b)$$

根据 Plesset 等<sup>[88]</sup>研究, 在界面上引入  $\theta$  和  $\varphi$  方向上关于模数  $(n, m)$  的小扰动以及径向扰动  $\eta_1$ , 扰动后界面可以表示为

$$r_1(t) = R_1(t) + \eta_1(t, n, m)Y_{n,m}(\theta, \varphi) \quad (6)$$

式中,  $Y_{n,m}(\theta, \varphi)$  是球函数.

由小扰动理论可知, 界面扰动幅值应远小于界面半径

$$|\eta_1(t, n, m)| \ll R_1(t) \quad (7)$$

为简化模型, 先推导平面几何的界面扰动. 当界面受到一个脉冲加速度  $g = \Delta v \delta(t)$  时, 可得

$$\dot{\eta}(0_+) = \dot{\eta}(0_-) + kA\Delta v\eta(0) \quad (8)$$

式中,  $\delta(t)$  是 delta 函数, 下标  $\pm$  表示受到脉冲加速度之后和之前的状态,  $k$  为波数,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  表示扰动的波长,  $A$  表示阿特伍德数

$$A = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \quad (9)$$

因此, 在平面几何上, 得到了关于界面扰动的常微分方程, 又称 Plesset 方程<sup>[88]</sup>

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} - gkA\eta = 0 \quad (10)$$

同理, 在柱几何中<sup>[89]</sup>, 可以得到

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} + 2\frac{\dot{R}}{R}\frac{d\eta}{dt} - (nA - 1)\frac{\ddot{R}}{R}\eta = 0 \quad (11)$$

在球几何中<sup>[56]</sup>, 可以得到

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} + 3\frac{\dot{R}}{R}\frac{d\eta}{dt} - nA\frac{\ddot{R}}{R}\eta = 0 \quad (12)$$

## 2 空泡与液面相互作用规律及理论应用

本文以空泡与水平自由液面相互作用为例, 从空泡脉动形态特征和自由面变形角度, 概述近年来该领域的实验研究进展和主要研究成果. 研究表明, 如图 8 所示, 当空泡与自由液面在不同距离下相互作用时, 空泡会发生不同的相界面行为演化, 质心迁移、生成射流、水锤效应和溃灭冲击波等. 相比空泡溃灭过程, 自由液面的变形更加复杂, 生成透明水层、冠状结构、非冠状结构等.

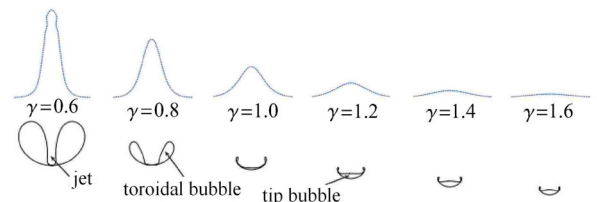


图8 在不同  $\gamma$  下射流冲击泡壁时气泡形状特征<sup>[90]</sup>

Fig. 8 Illustration of the bubble shapes at jet impact for different standoff distance  $\gamma$ <sup>[90]</sup>

### 2.1 自由液面约束下气泡脉动特征

针对空泡非球形演化问题, 很多学者通过气泡初始中心距自由液面距离与空泡最大半径之比定义无量纲距离  $\gamma$ , 归纳空泡脉动特性和溃灭类型. Obreschkow 等<sup>[91]</sup>推导了表征开尔文冲量的无量纲参数  $\zeta$ , 此参数与流体的物性无关, 可以更广泛应用于描述空泡演化问题. 空泡脉动过程中生成的射流的动量可以用开尔文冲量来表示

$$I = \int_{-T_c}^{T_c} dt \int_{S(t)} d\mathbf{F} \propto -\nabla p R_0^3 T_c$$

其中,  $T_c$  是空泡溃灭 Rayleigh 时间常数,  $R_0$  是空泡脉动第一次周期的最大半径.

在开尔文冲量基础上, 提出开尔文能量 (Kelvin energy) 的概念

$$E = 2 \int_0^{R_0} \int_{S(t)} |d\mathbf{F} \cdot d\mathbf{R}| \propto |\nabla p| R_0^4 \quad (13)$$

根据动量和动能定理, 可以获得关于射流的最大体积无量纲参数  $\varepsilon_{jet}$  的标度率

$$\varepsilon_{jet} \equiv \frac{V_{jet}^{max}}{(4\pi/3) R_0^3} \propto |\nabla p| R_0 \Delta p \quad (14)$$

在他们已有的实验结果统计分析中也得到了相同的结论. 因此, 定义无量纲参数  $\zeta \equiv |\nabla p| R_0 / \Delta p$  来表征空泡非球形溃灭. Supponen 等<sup>[44]</sup>还在此基础上推导了无量纲参数  $\zeta$  与  $\gamma$  的关系.

空泡在内外压强作用下膨胀到最大半径, 再收缩. 然后从空泡最小半径反弹, 直到能量消耗殆尽. 因此, 对于空泡体积振荡的研究, 空泡的最大直径和溃灭时间是关键参数. 通常假定空泡脉动到最大直径时, 内部压强为饱和蒸汽压<sup>[92-95]</sup>, 再根据溃灭过程中能量守恒, 利用初始状态推导最大体积. 另一方面, 溃灭时间是指空泡从最大直径到最小直径的时间, 通常用 Rayleigh 溃灭时间表示. 对于空泡非球形溃灭过程, 射流生成是最基本的特征. 因此, 很多研究根据射流撞击空泡壁的时间来判定空泡演化程度. 用空泡溃灭时间将射流撞击壁面时间无量纲化, 如图 9 所示, 在不同  $\zeta$  和  $\gamma$  下, 该时间无量纲参数的变化规律. 随着空泡接近自由面, 该无量纲参数逐渐变大. 这表明在自由面较强约束下, 射流撞击泡壁的时间与溃灭时间接近, 说明空泡剧烈的变形会引起

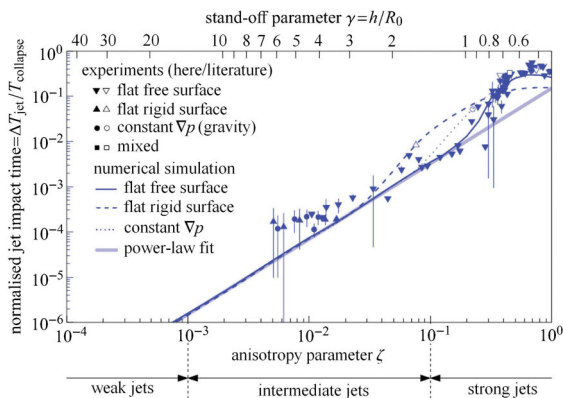
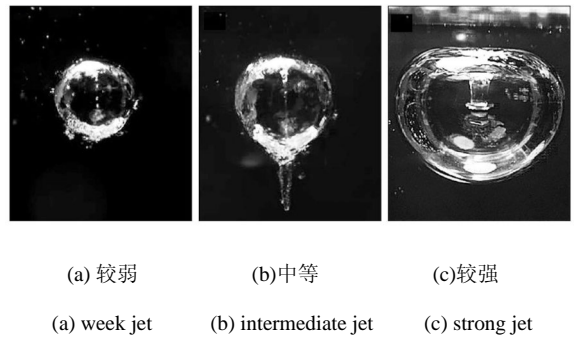


图 9 不同空泡脉动下射流撞击泡壁无量纲时间变化规律<sup>[44]</sup>

Fig. 9 Normalised jet impact time at different parameter  $\zeta$ <sup>[44]</sup>

溃灭. 可以看到, 射流撞击泡壁时间与无量纲参数  $\zeta$  存在比例关系.

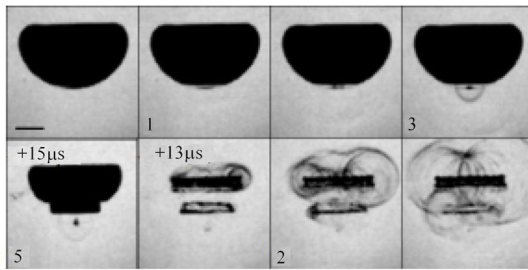
由于空泡周围不均匀流场, 导致射流在泡壁的高压侧生成并指向低压侧. Supponen 等<sup>[36,44,91,96]</sup>通过利用激光在自由液面附近生成空泡, 观测不同工况下气泡脉动形态, 总结了生成射流的 3 种类型及特点. 如图 10(a) 所示, 对于强度较弱的射流, 在空泡溃灭过程中, 射流始终不会穿透气泡壁, 因此气泡保持近似球状振荡. 对于中等强度射流, 在气泡反弹后穿透泡壁, 随着空泡的再膨胀, 空泡恢复到近似球形. 然而, 较强射流可以在空泡反弹前穿透泡壁, 诱导强烈的空泡变形, 使泡壁变得不光滑, 在强射流穿透泡壁之后, 空泡被分裂成几个部分, 每个部分单独溃灭, 最终形成了混乱的气泡群.



(a) 较弱 (a) week jet (b) 中等 (b) intermediate jet (c) 较强 (c) strong jet

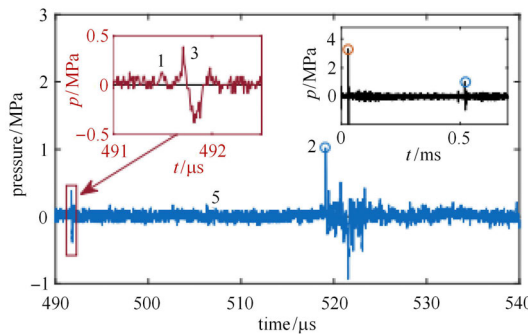
图 10 自由液面约束下空泡生成 3 种射流类型<sup>[44]</sup>  
Fig. 10 Observation of three distinct jet types driven by a nearby free surface<sup>[44]</sup>

空泡反弹瞬间, 泡壁撞击周围水域形成溃灭冲击波. 针对空泡的非球形演化过程, 如图 11 所示, 射流会导致空泡分裂, 每个空泡分裂后部分的溃灭都会生成冲击波, 这种现象称为水锤效应. 很多学者已经从实验观测<sup>[36,97-99]</sup>和数值计算角度<sup>[57,100]</sup>研究了近自由面空泡的溃灭过程, 然而现有研究对于多个溃灭冲击波生成过程关注相对很少. Supponen 等<sup>[90]</sup>通过高速摄影和压强传感器同步测量技术, 研究了不同强度射流类型导致的水锤效应. 研究发现, 空泡分裂后的各部分溃灭生成的冲击波能量与系数  $\zeta$  成比例关系. 因此, 他们提出了一个半经验公式, 如方程式 (15), 可以量化空泡溃灭过程中生成冲击波的能量. 图 12 给出了不同空泡溃灭类型的溃灭冲击波能量与空泡溃灭总能的比值. 随着无量纲参数  $\zeta$  增大, 生成溃灭冲击波的能量减小, 这是因为大部分能量用于较强射流的生成与发展



(a) 纹影法观测结果

(a) Experimental results of schlieren method



(b) 压强传感器测量值

(b) Results of pressure sensor

图11 在 $\gamma = 0.56$ 工况下气泡溃灭过程中生成射流及水锤效应<sup>[90]</sup>

Fig. 11 Generation of jet and water hammer during the bubble collapse at  $\gamma = 0.56$ <sup>[90]</sup>

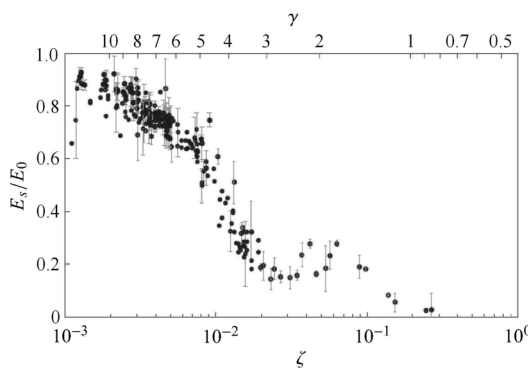


图12 自由面附近不同空泡溃灭类型无量纲溃灭冲击波能量  $E_s/E_0$ <sup>[90]</sup>

Fig. 12 Normalized total collapse shock wave energy  $E_s/E_0$  for bubble deformed by a near free surface<sup>[90]</sup>

$$\frac{E_s}{E_0} = \frac{\Delta V}{R_0^3 \zeta^2} \propto \zeta^{-2/3} \quad (15)$$

其中,  $E_s$  是生成冲击波的能量,  $E_0$  是气泡初始能量.  $\Delta V = 4\pi d^2 \Delta d$  冲击波传播生成流体压缩体积.

自由液面约束作用下空泡生成射流进行非球形

演化, 同时, 空泡向背离自由液面方向移动, 质心发生迁移. Zhang 等<sup>[63]</sup>利用实验观测对空泡质心迁移进行了定量分析, 如图 13 所示, 对于气泡所受浮力较小的情况, 气泡在膨胀阶段被自由表面吸引, 在随后的收缩过程中被其排斥, 并且, 当气泡半径接近最小值时, 气泡质心上出现了一个明显的加速度. 当  $\gamma \leq 1$  时, 由于气泡在离自由面较近, 质心向下移动速度较快. Zhang 等<sup>[63]</sup>实验观测获得的气泡质心迁移规律, 也在 Wang 等<sup>[52,58,62]</sup>的数值模拟中出现相同的结果. 然而, 他们的数值模拟主要关注的是第一周期内的气泡脉动, 事实上, 在随后的气泡脉动过程中, 气泡质心的迁移变得更加显著.

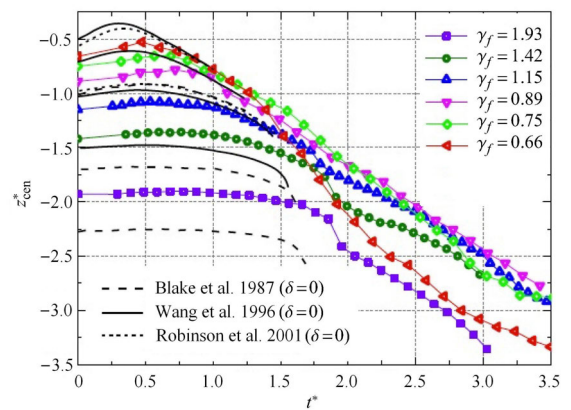


图13 不同无量纲距离参数  $\gamma$  下气泡质心运动规律<sup>[63]</sup>

Fig. 13 Migration of the bubble centroid at different parameter  $\gamma$ <sup>[63]</sup>

综上所述, 针对空泡在自由面非球形演化, 本文从体积振荡、射流生成、水锤效应、溃灭冲击波生成等关键过程, 概述了空泡脉动规律, 获得空泡溃灭过程中能量分配机制<sup>[44,91,101]</sup>.

## 2.2 空泡脉动下水平自由面演化特征

Gibson 等<sup>[102]</sup>第一次通过实验观测到气泡脉动下自由面的变形行为. 随后很多学者也通过实验观测和数值计算研究气泡与自由面的相互作用. 然而, 这些研究主要关注的是气泡动力学行为, 对自由液面飞溅的运动学特性关注较少. 在气泡与自由液面相互作用过程中, 相比气泡非球形演化, 自由液面变形更加复杂<sup>[95]</sup>. 当空泡中心的初始位置离自由液面较近时, 自由液面出现较大的起伏, 导致界面飞溅, 形成透明水层、水柱、细射流、粗射流等. 当离开液面距离比较远时, 自由液面可能发生小幅度扰动<sup>[12,63,103]</sup>. 随着两者距离继续扩大, 气泡与液面相互作用趋近于 0. 通过实验研究, 本文根据自由液面的

演化特征, 利用无量纲距离  $\gamma$ , 讨论以下 4 种典型现象: 透明水层及水柱生成 ( $0 \leq \gamma \leq 0.4$ )、不稳定冠状结构 ( $0.4 \leq \gamma \leq 0.6$ )、稳定冠状结构 ( $0.6 \leq \gamma \leq 1.2$ ) 和非冠状结构 ( $\gamma \geq 1.2$ )。

### 2.2.1 透明水层及水柱生成( $0 \leq \gamma \leq 0.5$ )

该工况下自由液面变形的主要特点在于, 空泡生成初期自由面质点已经获得了极高速度向外飞溅, 形成透明水层. 在气泡膨胀过程中, 气泡内部与外界空气连通. 随后, 自由液面上部透明水层从两侧向中心轴收缩, 形成水柱. 然后在重力作用下, 水柱开始下落, 并穿透气泡的下表面. 在接下来的过程中出现两个典型现象, 一是如图 14 ( $\gamma = 0.083$ ) 所示, 空泡与水面上层透明水层连通, 气泡在收缩过程中, 下部呈偏平状, 最终在液面处破碎. 另一情况如图 15 ( $\gamma = 0.28$ ) 所示, 随着透明水层闭合和回落, 空泡与外界大气之间又生成了水层. 在该水层作用下, 气泡向背离自由液面方向迁移. 然而, 由于空泡距离自由面过近, 在与外界空气连通时耗散了大部分能量, 因此, 随后的空泡溃灭强度较弱, 还不足以促使自由面发展一个稳定规则的冠状结构。

针对自由液面上透明水层的生成机制, Chen 等<sup>[104-105]</sup>指出该现象与空泡成核之前形成的高温热点有关. Apitz 和 Vogel<sup>[106]</sup>利用脉冲激光在自由液面附近聚焦, 分析了透明水层形成机理. 在聚焦的激光作用下, 瞬时积蓄较大能量, 在自由液面附近形成高温热点, 生成等离子体, 使周围液体汽化生成水蒸气, 并以很高的速度从自由液面喷出, 形成透明水层. Thoroddsen 等<sup>[107]</sup>认为, 这个透明水层发展

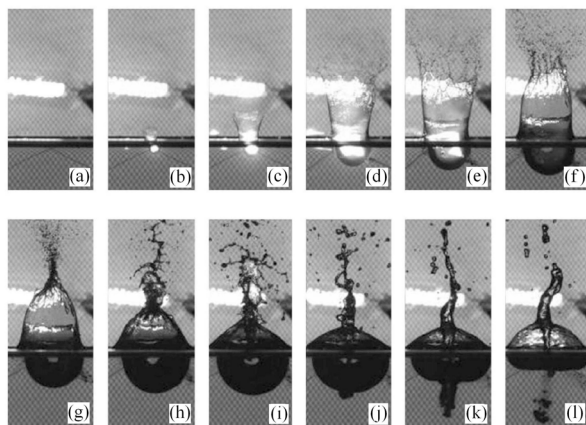


图 14 在  $\gamma = 0.083$  工况下自由液面上透明水层及水柱生成<sup>[95]</sup>

Fig. 14 Generation of transparent water film from free surface at  $\gamma = 0.083$ <sup>[95]</sup>

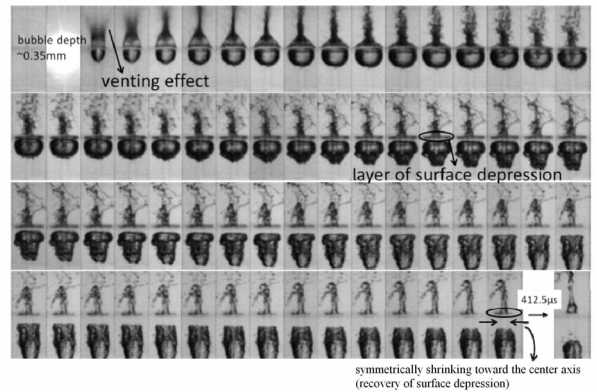


图 15 在  $\gamma = 0.28$  自由液面上透明水层及水柱生成<sup>[104]</sup>

Fig. 15 Generation of transparent water film from free surface at  $\gamma = 0.28$ <sup>[104]</sup>

前期是由惯性力主导的, 随后在腔内低压和表面张力的共同作用下, 透明水层从两侧向中心闭合, 其中的液体汇聚成射流, 但由于水动力不稳定性射流很快会发生破碎和飞溅. 另外, Marston 等<sup>[108]</sup>认为自由液面下方的空泡快速膨胀会引起吸气压力, 也是导致水层闭合的重要因素. 同时, 他们对不同空气压力下研究了透明水层的运动规律, 如图 16 所示, 研究表明, 周围压力的减小, 会导致水层空腔体积增大, 水层厚度变薄, 水层闭合时间延长. 通过对实验数据的分析发现, 他们发现水层闭合时间与周围气压的关系是  $t \sim p^{-1/2}$ , 此外, 他们对水层厚度和韦伯数的关系分析表明, 表面张力效应在水层闭合中的作用很小。

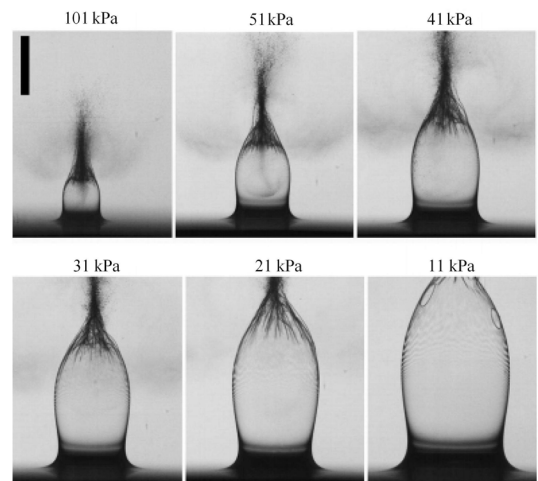


图 16 不同气压下透明水层运动行为. 图中比例尺的长度为 2 mm<sup>[108]</sup>

Fig. 16 Generation of the transparent water film for various pressures. The scale bar is 2 mm<sup>[108]</sup>



### 2.2.2 不稳定的冠状结构( $0.4 \leq \gamma \leq 0.6$ )

该工况下自由液面变形的主要特点在于,在空泡膨胀过程中,自由面被拱起,气泡上方的水层越来越薄,但是没有破碎,气泡与外界大气没有连通.在空泡从最小尺寸反弹过程中,生成粗射流,上端发生破碎现象,可能产生一个不规则的水裙,喷出许多水滴,但不能生成稳定冠状结构.

由于该工况处在生成透明水层和稳定冠状结构工况的过渡区间,因此,当气泡距自由面稍近时,会展现出与透明水层工况相似的特点,如图 17 所示.在  $\gamma = 0.45$  下,随着空泡膨胀而拱起的自由液面,并没有发展成细射流,而是形成了与透明水层相似但上端破碎的液体层.随着空泡继续膨胀,破碎液体层向下移动,最终形成了与透明水层后期发展类似的水柱.其中破碎液体层的形成机制尚不明确,可能与透明水层的生成机理类似.然而,根据 Tomita 等<sup>[42,109-110]</sup>的研究,这些液滴飞溅的行为,可能是由于气泡成核过程中,生成了冲击波,在水面反射生成二次空化,故在气泡膨胀下发生飞溅现象.

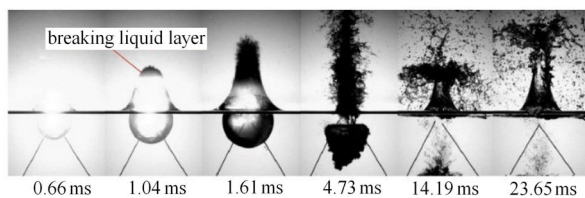


图17 在  $\gamma = 0.45$  工况下,自由液面演化特征:生成粗射流<sup>[95]</sup>

Fig. 17 Behaviors of free surface: Generation of thick jet without thin jet at  $\gamma = 0.45$ <sup>[95]</sup>

当气泡距自由面稍远时,如图 18 所示,拱起的自由液面,随着气泡的膨胀而生成细射流.在气泡达到最大半径的过程中,从细射流顶部形成向下的更细射流,穿透气泡上壁面.然后随着气泡收缩,细射流底部也发生了一定程度的破碎和飞溅.很多研究结果<sup>[40-41,63,110-111]</sup>表明这些破碎和飞溅现象与气泡溃灭生成冲击波在自由液面反射,生成的二次空化现象有关. Chen 等<sup>[104-105,110]</sup>指出细射流不光滑的表面对粗射流的形成和发展均产生了影响,所以形成的粗射流的冠状结构并不稳定.

针对细射流的形成, Blake 等<sup>[46-49,58]</sup>认为,气泡膨胀使自由液面形成圆拱状.同时自由面约束导致气泡周围压力分布不均匀,根据势流理论,在气泡

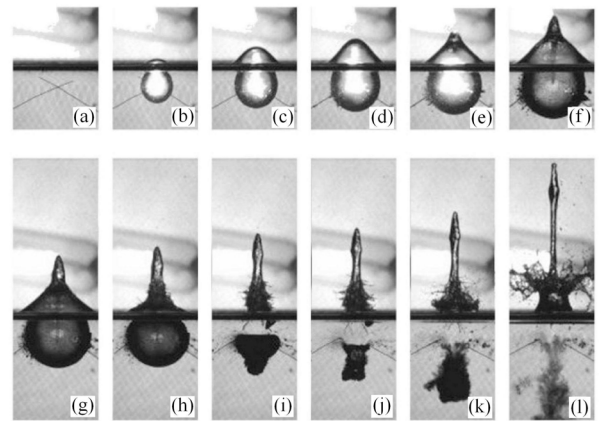


图18 在  $\gamma = 0.58$  工况下自由面演化特征:生成细射流和粗射流<sup>[95]</sup>  
Fig. 18 Behaviors of free surface: Generation of thin jet and thick jet at  $\gamma = 0.58$ <sup>[95]</sup>

和自由面之间形成一个局部高压区,从而促使自由面向上运动形成细射流.利用边界积分法数值模拟<sup>[46,52-54]</sup>观测到了气泡与自由液面之间的压力峰值区域. Longuet-Higgins 等<sup>[50]</sup>提出采用狄利克雷 (Dirichlet) 双曲线理论来模拟自由面上细射流的生成和演化.他们通过理论分析得出,当拱形界面顶角达到  $109^\circ$  左右时,界面瞬间加速形成速度极高的细射流.在此之后,射流速度趋于稳定,匀速向上发展,这与 Blake 等<sup>[112]</sup>实验观测结果吻合较好.然而,在随后的实验和数值计算中,射流顶角达到  $109^\circ$  时没有出现瞬时加速现象<sup>[12,58,113-114]</sup>.关于狄利克雷双曲线解释射流生成与发展,没有形成明确的定论,可能与气泡、自由面的初始参数有关.随着近几年,高速射流在生命科学、工业加工领域应用,也推动了对科学问题的研究. Tagawa 等<sup>[28-29]</sup>在试管中研究了空泡脉动下曲状自由面变形机制.他们发现,可以用流量聚焦理论解释射流生成.由于液体表面具有曲率,被脉冲加速后动量可以在界面曲率中心汇聚,由此诱导产生高速射流. Li 等<sup>[115]</sup>的研究认为是 R-T 不稳定诱导的射流,在气泡膨胀作用下,界面的压强梯度与密度梯度不共线,形成斜压力矩,进而在生成涡量的作用下,射流从自由液面生成.总的来说,针对气泡溃灭过程中自由液面射流的生成机制,尚没有成熟的认识.

### 2.2.3 稳定的冠状结构 ( $0.6 \leq \gamma \leq 1.2$ )

稳定冠状结构工况下自由液面变形的主要特点在于,气泡在膨胀过程中将自由面顶起,在气泡溃灭过程中,自由面继续向上运动形成细射流.在气泡从

最小直径反弹过程中，细射流底部周围自由面被拱起，生成粗射流，并且其上端生成稳定的冠状水裙结构。同时，在溃灭过程中，空泡生成较强射流(见图 19)。

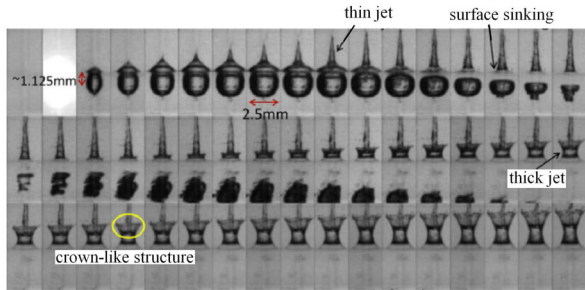


图19 在  $\gamma = 0.58$  工况下自由面演化特征：生成细射流，粗射流和稳定冠状水裙<sup>[105]</sup>

Fig. 19 Behaviors of free surface: thin jet, thick jet, and crown-like water skirt at  $\gamma = 0.58$ <sup>[105]</sup>

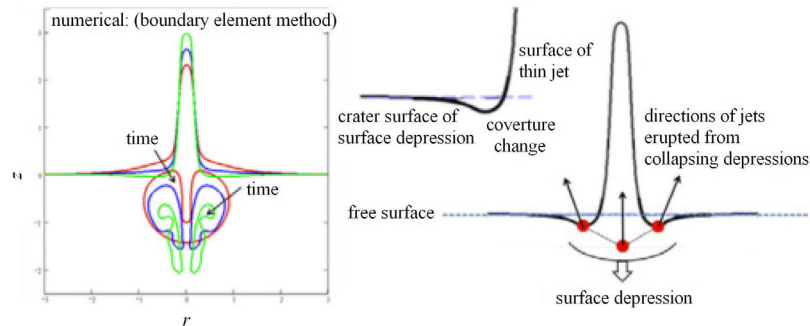


图20 气泡收缩过程中诱导细射流底部周围形成凹陷<sup>[105]</sup>

Fig. 20 Curvature schematic of the surface depression around the bottom of thin jet<sup>[105]</sup>

细射流底部周围凹陷的曲率不一样是导致生成的皇冠形状不一样的主导因素。Chen等<sup>[105]</sup>分析了不同工况下粗射流的发展，如图 21 所示，从不稳定到稳定冠状结构。在不稳定冠状结构中，由于表面破碎导致许多液滴飞溅，很难区分粗射流冠状结构的类型。当无量纲距离  $\gamma \geq 0.7$ ，形成了较稳定冠状结构。此外，当  $\gamma$  从 0.5 逐渐增大到 1.02 时，如箭头所示，冠壁的方向从向下转到向上。这些特征表明冠壁方位与气泡深度也具有高度的规律性和相关性，随着  $\gamma$  变大，表面凹陷的方向可能具有类似的旋转趋势。另一方面，由于气泡与自由面相互作用逐渐减小，冠状结构的高度逐渐降低。李帅等<sup>[115]</sup>通过实验观测和数值计算分析了气泡溃灭强度及表面张力对冠状结构的影响规律：泡内外压强差可以表征溃灭强度；韦伯数越小，冠状结构高度越小；气泡溃灭强

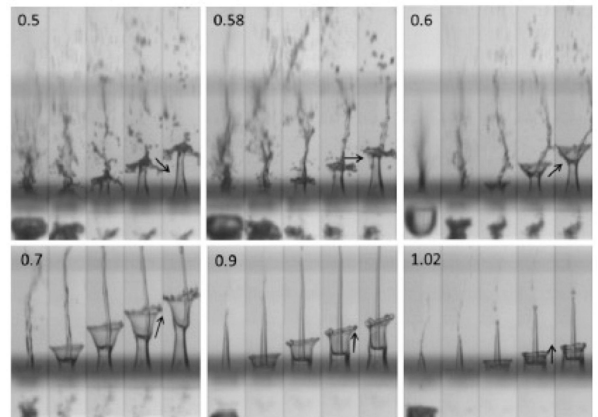


图21 不同 $\gamma$ 下粗射流发展情况<sup>[105]</sup>

Fig. 21 The structures of the thin jets and crowns at different  $\gamma$ <sup>[105]</sup>

度参数不是影响冠状运动的主要参数，只是对结构幅值有微弱的影响。Chen等<sup>[105]</sup>从冠状结构的闭合

时间和位置研究了不同工况下生成的冠状结构的发展规律. 他们发现冠状结构收缩主要由两个因素引起的. 一个是表面张力, 另一个是由于细射流向上运动导致了冠状结构内形成负压, 这种负压现象被称为伯努利效应, 这个效应也用于揭示激光诱导冠状水层的收缩及其高速入水后空腔的闭合.

### 2.2.4 非冠状结构 ( $\gamma \geq 1.2$ )

非冠状结构工况下自由液面变形的特点在于, 当膨胀到最大直径时, 气泡可以保持近似球状, 液面被拱起, 随着空泡的溃灭运动, 存在两种典型现象. 一种是在空泡反弹的过程中, 如图 22 所示, 在自由面上生成了粗射流, 粗射流的速度大于细射流, 因此形成中间低周围高的形状. 此外, 在粗射流生成初期表面发生破碎和液滴飞溅现象. 另一种现象, 如图 23 所示, 在随后的溃灭阶段, 没有形成粗射流. 而是, 平滑驼峰状的自由面从最高处开始展平, 并逐渐形成一个圆环状的中间较低两边较高的结构直至下降到静止的水面. Kang 等<sup>[103]</sup>通过求解三维轴对称柯西-泊松问题, 指出自由面的变形是重力和毛细力共同作用的结果. 作者利用开尔文冲量理论和能量守恒推导了自由面变形的最大高度  $h$  与  $\gamma$  之间的关系式  $\Delta gh/\Delta p \sim (\gamma)^{-4.4}$ . 这些结果可以用于毫米级大小的气泡运动所导致的自由液面变形的相关数值

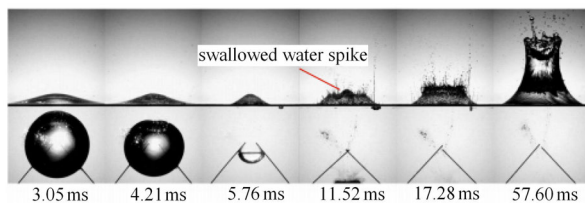


图22 在  $\gamma = 1.25$  工况下自由面演化特征: 生成细射流和粗射流<sup>[63]</sup>

Fig. 22 Behaviors of free surface: Generation of thin jet and thick jet at  $\gamma = 1.25$ <sup>[63]</sup>

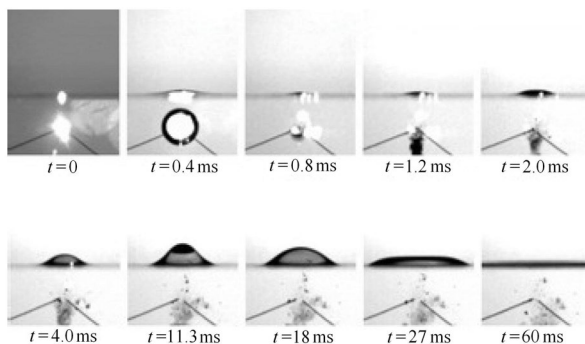


图23 在  $\gamma = 1.68$  下工况下自由面演化特征: 生成细射流<sup>[103]</sup>

Fig. 23 Behaviors of free surface: Generation of thin jet at  $\gamma = 1.68$ <sup>[103]</sup>

模拟.

前人研究表明<sup>[36,44,57-58,90-91]</sup>, 当无量纲距离  $\gamma \geq 3$ , 自由液面基本不受气泡脉动的影响<sup>[12,40-41,63,95,111,117]</sup>, 当  $\gamma \geq 14$ , 气泡与自由液面的相互作用可近似为 0. 在这部分, 通过气泡与液面的无量纲距离, 归纳了液面变形特征以毫米级空泡与水平自由液面相互作用为例, 忽略了其他参数如液体物理性质、液面曲率、空泡浮力效应等. 下文将概述空泡脉动对曲状液面变形的影响规律.

### 2.3 空泡与曲状自由液面相互作用

图 24 展示了空泡脉动下球状、圆柱状及水平液面的变形特点. Obreschkow 等<sup>[42-43]</sup>研究发现, 气泡界面和液面的相对曲率是影响液面变形的重要参数. 在水平自由液面工况下, 由于二者界面的相对曲率较大, 所以在空泡膨胀过程中, 在自由液面与气泡之间形成了一个比较窄的局部高压峰值, 进而导致形成的细射流较窄. 而对于球状液面, 两者相对曲率较小, 形成的局部压力峰值较宽, 射流相对较宽. 针对圆柱状液面, 只是沿着圆柱的轴向生成了类似的冠状的结构. 下文针对球状和圆柱状液面, 概述近几年该领域上的研究进展及成果, 为今后飞溅动力学研究工作展开提供借鉴.

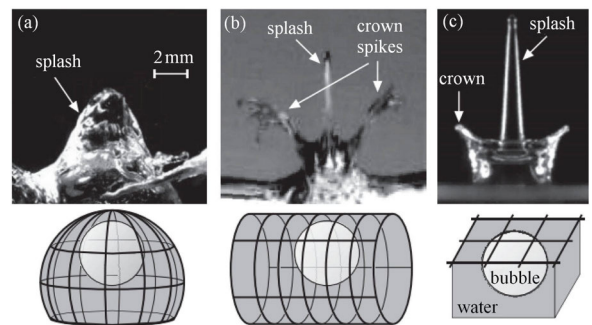


图24 不同曲率液面变形特征<sup>[42]</sup>

Fig. 24 Deformation characteristics of free surface with different curvature<sup>[42]</sup>

#### 2.3.1 透明水层

Obreschkow 等<sup>[42,96,118]</sup>通过微重力技术生成了厘米级液滴, 利用电火花在液滴内部生成了空泡, 分析空泡与球状自由液面的相互作用. 他们指出, 液面约束减小了空泡的溃灭周期, 并基于冲击波诱导的二次空化现象并且据此推断出空泡成核期间所吸收的冲击波能量. 另一方面, 他们观测到空泡膨胀作用下, 液滴表面被拱起的现象(见图 24(a)). 随

后 Avila 等<sup>[119-121]</sup>利用声场将液滴悬浮在空气中,再将脉冲激光聚焦在液滴内,生成空泡.通过实验观测到 4 种典型现象:液滴雾化、不稳定透明水层、透明水层及液滴振荡.与水平液面透明水层生成类似,激光聚焦生成高温热点,造成液滴汽化飞溅,随着空泡膨胀作用,水层面积不断增大,气泡与外界连通.不同点在于,液滴随着空泡膨胀而轴向展开,整个液滴展开成一个透明水层,水层厚度为微米级,最后在表面张力的作用下,水层从四周向中间回缩.同样的现象也出现在 Thoroddsen 等<sup>[107]</sup>研究工作中.

当激光能量很大时,液滴会随着气泡脉动进行体积振荡,如图 25(d)所示.可以看到,空泡在溃灭过程中生成向下的射流.在反弹过程中,液滴周围生成飞溅现象.Zhang 等<sup>[63]</sup>指出这些飞溅现象跟溃灭冲击波造成的二次空化现象有关.溃灭冲击波在自由面反射会在球状界面生成小气泡,随着空泡再膨胀,液滴发生飞溅行为.Zeng 等<sup>[56]</sup>通过理论解析和数值计算,认为这些飞溅行为是由于界面 Rayleigh-Taylor 不稳定性造成的.在空泡从最大直径反弹过程中,液滴界面受到扰动,在液面表面形成凸起和凹陷部分(如图 26 所示),此时界面密度梯度与压强梯度

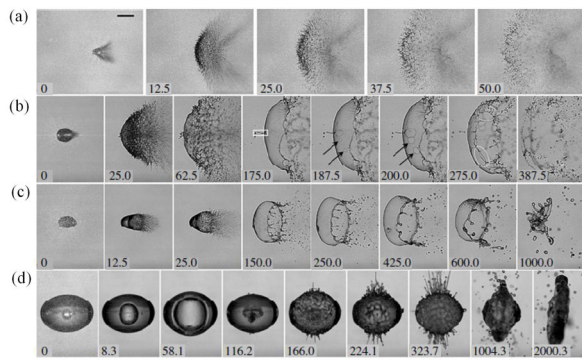


图25 液滴中空泡脉动诱导液面变形的4种典型现象<sup>[119]</sup>  
Fig. 25 Four typical phenomena of free surface deformation induced by bubble pulsated in droplet<sup>[119]</sup>

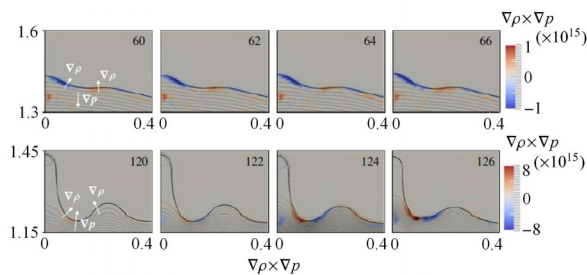


图26 空泡溃灭时液滴界面斜压力矩<sup>[56]</sup>  
Fig. 26 Flow details at droplet surface: baroclinity<sup>[56]</sup>

不共线,因此生成斜压力矩,诱导涡量生成.在溃灭过程生成的压力脉冲作用下,界面斜压力矩和涡量反向,所以凹陷部分在涡量的作用下向上运动,形成飞溅现象.

### 2.3.2 不稳定冠状结构

Thoroddsen 等<sup>[107-108,122]</sup>在半球形液滴中利用脉冲激光生成空泡,观察了液滴界面变形特征.图 27 展示了空泡脉动过程中液滴界面生成的不稳定冠状结构,该结构特征与水平自由面的情况类似.不同点在于,气泡界面与液滴界面相对曲率较小,形成的局部高压峰值区域较大,因此气泡膨胀阶段,液滴界面被拱起的部分较宽,而且由于二次空化,液滴界面发生了破碎、飞溅现象.由于细射流表面不光滑导致粗射流的冠状结构不稳定.

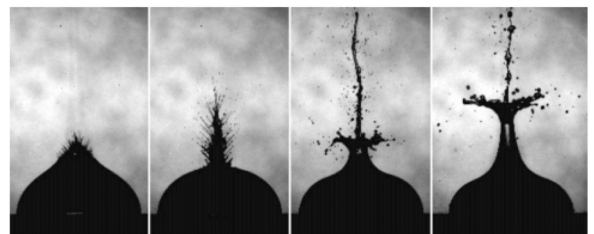


图27 液滴中空泡脉动诱导不稳定冠状结构生成<sup>[107]</sup>  
Fig. 27 Generation of unstable crown water skirt at the droplet surface<sup>[107]</sup>

### 2.3.3 稳定冠状结构

如图 28 所示,球状液面生成的稳定冠状结构与水平自由液面相似,不同点在于细射流在生成初期比较宽.与球状和平面相比,圆柱形液面生成冠状结构有较大的不同.如图 29 所示,Robert 等<sup>[43,118]</sup>利用

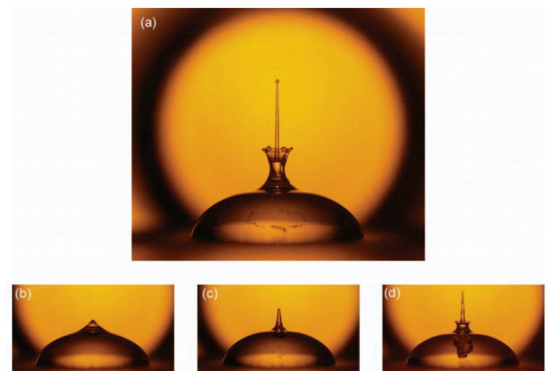


图28 球状液面生成的稳定冠状结构<sup>[123]</sup>  
Fig. 28 Crown water skirt caused by an expanding and collapsing cavitation bubble<sup>[123]</sup>

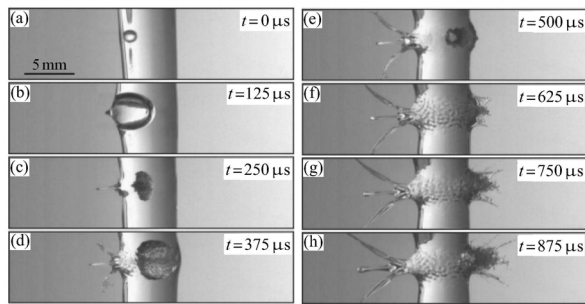


图29 空泡脉动诱导圆柱形液面生成稳定冠状结构<sup>[43]</sup>

Fig. 29 Formation of water skirt caused by the collapse of cavitation at the cylindrical free surface<sup>[43]</sup>

脉冲激光器在轴对称自由下落水流中生成空泡, 观测到圆柱形界面生成的稳定冠状结构, 呈现三叉戟的形状, 也就是冠状结构只在圆柱的轴向生成, 在周向没有生成。

### 2.3.4 非冠状结构

如图 28 所示, 球状界面生成的非冠状粗射流形态与平面情况类似. Padilla-Martinez 等<sup>[124]</sup>发现通过改变气泡在液滴中的位置, 可以控制粗射流形成方向, 如图 30 所示. 这主要是依靠改变空泡溃灭产生的冲击波聚焦的位置形成不同角度的射流. 研究表明, 射流的角度可以控制在  $-45^\circ$  到  $+45^\circ$  之间. 在这个范围之外, 空泡由于表面张力的影响从液滴一侧逸出。

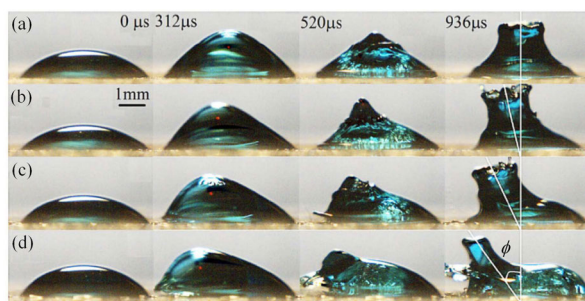


图30 液滴中空泡脉动诱导非冠状结构的粗射流<sup>[124]</sup>

Fig. 30 Formation and evolution of a vapor bubble created inside a droplet<sup>[124]</sup>

综上所述, 当气泡界面与液滴界面具有相对合适的曲率时, 在生成透明水层、不稳定冠状结构、稳定冠状结构及非冠状结构方面, 球状液面的变形特征与水平自由液面的非常相似, 这可能是由于无论是球状还是平面都拥有各向同性的曲率. 但是对于

圆柱状界面曲率各向异性特点, 其液面变化特征与前面两种工况存在差别。

## 3 总结与展望

气泡与自由表面的相互作用是气泡动力学和流体力学中的前沿热点问题. 本文从气泡的非球形脉动形态特征和自由面变形两个部分, 概述了近年来该领域的实验研究的进展和取得的成果. 总结了开尔文冲量理论、界面凹陷奇点概念和泰勒不稳定性等理论方法的建立及应用. 从整个领域的研究来看, 在如下几个方面还值得继续深入:

(1) 自由液面被空泡膨胀拱起, 形成细射流. 很多学者认为, 细射流的形成与气泡各向异性膨胀及其引起自由面与气泡之间形成局部高压有关. 从界面稳定性角度出发, 小扰动诱导的界面密度梯度与压强梯度不共线, 斜压生成的涡旋也可使自由液面凸起形成射流. 此外, 也有学者试图利用狄利克雷双曲线理论解释细射流发展规律. 因此, 气泡溃灭过程中的细射流生成机制仍有一定争议, 值得未来进一步明确。

(2) 空泡在从最小尺寸反弹过程中, 会从细射流周围生成粗射流. 很多学者认为, 自由液面的凹陷可能导致物理量奇异性, 进而诱导自由液面从凹陷向上运动, 加上空泡的再膨胀, 加速粗射流从细射流底部生成. 然而, 由于实验观测与数值模拟手段的限制, 该解释仍然缺少直观证据, 值得未来进一步证明与探索。

(3) 在气凝胶的研究中, 大量存在气泡在液面处破碎后生成射流的现象, 然而并未得到相关学者的普遍关注, 这一现象与本文所综述的空泡溃灭过程与外界大气连通后的破碎相似, 相关研究值得相互借鉴并进一步推进。

(4) 本文是通过气泡与液面的无量纲距离参数来进行分类, 并主要以毫米级空泡与水介质水平自由液面相互作用为主归纳了液面变形特征, 此条件下通常可以忽略其他参数影响如液体物性、液面曲率、空泡浮力效应等. 但对于大量的实际应用情况, 这些因素可能会发挥重要作用, 值得进一步探讨。

(5) 目前多数研究针对空泡形态特征或者自由面变形进行研究, 以解耦分析的思路为主. 进一步更加明确二者之间耦合机制, 对于更准确地解决实际问题 and 促进学科发展都是非常重要的。

## 参 考 文 献

- 1 Wang JZ, Abe A, Wang YW, et al. Fundamental study of sterilization effects on marine *Vibrio* sp. in a cylindrical water chamber with supply of only underwater shock waves. *Ultrasonics Sonochemistry*, 2018, 42: 541-550
- 2 Huang YX, Wang JZ, Abe A, et al. A theoretical model to estimate inactivation effects of OH radicals on marine vibrio sp. in bubble-shock interaction. *Ultrasonics Sonochemistry*, 2019, 55: 359-368
- 3 Wang JZ, Abe A, Koita T, et al. Study of sterilization effects on marine *Vibrio* sp. using interaction of cavitation with shock wave in a narrow water chamber. *Journal of Applied Physics*, 2018, 124(21): 213301
- 4 Wang YW, Xu C, Wu XC, et al. Ventilated cloud cavitating flow around a blunt body close to the free surface. *Physical Review Fluids*, 2017, 2(8): 084303
- 5 Xu C, Wang YW, Huang CG, et al. Analysis of near-wall effect on cloud cavitating flow that surrounds an axisymmetric projectile using large eddy simulation with Cartesian cut-cell mesh method. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 2018, 67: 15-24
- 6 Yu C, Wang YW, Huang CG, et al. Experimental and numerical investigation on cloud cavitating flow around an axisymmetric projectile near the wall with emphasis on the analysis of local cavity shedding. *Ocean Engineering*, 2017, 140: 377-387
- 7 鲍文春, 权晓波, 魏海鹏. 航行体排气水下发射流体动力数值仿真研究. *导弹与航天运载技术*, 2014, 5: 14-18 (Bao Wenchun, Quan Xiaobo, Wei Haipeng. Numerical simulation on the flow dynamics of underwater vehicle launching with exhaust. *Missiles and Space Vehicles*, 2014, 5: 14-18 (in Chinese))
- 8 黄彪, 王国玉, 权晓波等. 轴对称体空化水动力脉动特性的实验研究. *工程力学*, 2012, 29(2): 239-244 (Huang Biao, Wang Guoyu, Wei Haipeng, et al. Experimental study on fluctuating hydrodynamics around axisymmetric bodies. *Engineering Mechanics*, 2012, 29(2): 239-244 (in Chinese))
- 9 孔德才, 权晓波, 魏海鹏等. 锥柱航行体肩空泡界面效应对头锥面受力的影响研究. *水动力学研究与进展A辑*, 2015, 30(2): 201-207 (Kong Decai, Quan Xiaobo, Wei Haipeng, et al. Influence of cavitation interface effect of cone-column vehicle on the forces of the cone. *Journal of Hydrodynamics*, 2015, 30(2): 201-207 (in Chinese))
- 10 王一伟, 黄晨光, 杜特专等. 航行体垂直出水载荷与空泡溃灭机理分析. *力学学报*, 2012, 44(1): 39-48 (Wang Yiwei, Huang Chengguang, Du Tezhuan, et al. Mechanism analysis about cavitation collapse load of underwater vehicles in a vertical launching process. *Chinese Journal of Theoretical & Applied Mechanics*, 2012, 44(1): 39-48 (in Chinese))
- 11 张佳悦, 李达钦, 吴钦等. 航行体回收垂直入水空泡流场及水动力特性研究. *力学学报*, 2019, 51(3): 803-812 (Zhang Jiayue, Li Daqin, Wu Qin, et al. Numerical investigation on cavity structures and hydrodynamics of the vehicle during vertical water-entry. *Chinese Journal of Theoretical & Applied Mechanics*, 2019, 51(3): 803-812 (in Chinese))
- 12 李帅, 张阿漫, 王诗平. 气泡引起的皇冠型水冢实验与数值研究. *物理学报*, 2013, 62(19): 300-310 (Li Shuai, Zhang Aman, Wang Shiping. Experimental and numerical studies on "crown" spike generated by a bubble near free-surface. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(19): 300-310 (in Chinese))
- 13 刘涛, 王江安, 宗思光等. 激光空泡在近自由液面运动特性的实验研究. *光学学报*, 2012, 32(7): 154-160 (Liu Tao, Wang Jiang'an, Zong Siguang, et al. Experimental study of laser-generated cavitation bubble motion near a free liquid surface. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(7): 154-160 (in Chinese))
- 14 张阿漫, 姚熊亮. 近自由面的多个水下爆炸气泡相互作用研究. *力学学报*, 2007, 40(1): 26-34 (Zhang Aman, Yao Xiongliang. The interaction between multiple underwater explosion bubbles near free surface. *Chinese Journal of Theoretical & Applied Mechanics*, 2007, 40(1): 26-34 (in Chinese))
- 15 Song WD, Hong MH, Lukyanchuk B, et al. Laser-induced cavitation bubbles for cleaning of solid surfaces. *Journal of Applied Physics*, 2004, 95(6): 2952-2957
- 16 Philipp A, Lauterborn W. Cavitation erosion by single laser-produced bubbles. *Journal of Fluid Mechanics*, 1998, 361: 75-116
- 17 Zhang AM, Li S, Cui J. Study on splitting of a toroidal bubble near a rigid boundary. *Physics of Fluids*, 2015, 27(6): 809-822
- 18 王成会, 林书玉. 超声波作用下气泡的非线性振动. *力学学报*, 2010, 42(6): 1050-1059 (Wang Chenghui, Lin Shuyu. The non-linear oscillation of bubbles in the ultrasonic field. *Chinese Journal of Theoretical & Applied Mechanics*, 2010, 42(6): 1050-1059 (in Chinese))
- 19 Escoffre JM, Bouakaz A. Therapeutic ultrasound. *Advances in Experimental Medicine & Biology*, 2016, 880(1): 3-9
- 20 Illing RO, Kennedy JE, Wu F, et al. The safety and feasibility of extracorporeal high-intensity focused ultrasound (HIFU) for the treatment of liver and kidney tumours in a western population. *British Journal of Cancer*, 2005, 93(8): 890-895
- 21 Haar D, Coussios C. High intensity focused ultrasound: Physical principles and devices. *International Journal of Hyperthermia*, 2007, 23(2): 89-104
- 22 Coussios CC, Roy RA. Applications of acoustics and cavitation to noninvasive therapy and drug delivery. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2008, 40(1): 395-420
- 23 Brujan EA, Nahen K, Schmidt P, et al. Dynamics of laser-induced cavitation bubbles near elastic boundaries: Influence of the elastic modulus. *Journal of Fluid Mechanics*, 2001, 433: 251-281
- 24 Takayama K. Application of underwater shock wave focusing to the development of extracorporeal shock wave lithotripsy. *Japanese Journal of Applied Physics Pt Regular Papers & Short Notes*, 1993, 32(5B): 2192-2198
- 25 Kodama T, Takayama K. Dynamic behavior of bubbles during extracorporeal shock-wave lithotripsy. *Ultrasound in Medicine & Biology*, 1998, 24(5): 723-738
- 26 Kedrinskii VK. Problems of Cavitative Destruction//Hydrodynamics of Explosion. Berlin: Springer, 2005: 223-296
- 27 Ohl SW, Klaseboer E, Khoo BC. Bubbles with shock waves and ultrasound: A review. *Interface Focus*, 2015, 5(5): 20150019
- 28 Tagawa Y, Oudalov N, Visser CW, et al. Highly focused supersonic microjets. *Physical Review X*, 2012, 2(3): 031002
- 29 Peters IR, Tagawa Y, Oudalov N, et al. Highly focused supersonic microjets: Numerical simulations. *Journal of Fluid Mechanics*,

- 2013, 719: 587-605
- 30 Kiyama A, Tagawa Y, Ando K, et al. Effects of a water hammer and cavitation on jet formation in a test tube. *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, 787: 224-236
- 31 Tagawa Y, Yamamoto S, Hayasaka K, et al. On pressure impulse of a laser-induced underwater shock wave. *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, 808: 5-18
- 32 Lee T, Baac HW, Ok JG, et al. Nozzle-free liquid microjetting via homogeneous bubble nucleation. *Physical Review Applied*, 2015, 3(4): 044007
- 33 Veron F. Ocean spray. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2015, 47(1): 507-538
- 34 Kudryavtsev VN, Makin VK. Impact of ocean spray on the dynamics of the marine atmospheric boundary layer. *Boundary-Layer Meteorology*, 2011, 140(3): 383-410
- 35 Andreas LE. The temperature of evaporating sea spray droplets. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 1995, 52(7): 852-862
- 36 Rayleigh L. VIII. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 2009, 34: 94-98
- 37 Brennen C. Cavitation and Bubble Dynamics. Cambridge: Cambridge University Press, 2013: 1-29
- 38 Kornfeld M, Suvorov L. On the destructive action of cavitation. *Journal of Applied Physics*, 1944, 15(6): 495-506
- 39 Supponen O, Kobel P, Obreschkow D, et al. The inner world of a collapsing bubble. *Physics of Fluids*, 2015, 27(9): 091113
- 40 Zhang AM, Cui P, Wang Y. Experiments on bubble dynamics between a free surface and a rigid wall. *Experiments in Fluids*, 2013, 54(10): 1602-1619
- 41 Zhang AM, Cui P, Cui J, et al. Experimental study on bubble dynamics subject to buoyancy. *Journal of Fluid Mechanics*, 2015, 776: 137-160
- 42 Obreschkow D, Kobel P, Dorsaz N, et al. Cavitation bubble dynamics inside liquid drops in microgravity. *Physics Review Letters*, 2006, 97(9): 094502
- 43 Robert E, Lettry J, Farhat M, et al. Cavitation bubble behavior inside a liquid jet. *Physics of Fluids*, 2007, 19(6): 067106
- 44 Supponen O, Obreschkow D, Tinguely M, et al. Scaling laws for jets of single cavitation bubbles. *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, 802: 263-293
- 45 Ceccio SL, Mäkiharju SA. Experimental methods for the study of hydrodynamic cavitation//Cavitation Instabilities and Rotordynamic Effects in Turbopumps and Hydroturbines, Berlin: Springer, 2017: 35-64
- 46 Blake JR, Taib BB, Doherty G. Transient cavities near boundaries part 2: Free surface. *Journal of Fluid Mechanics*, 1987, 181: 197-212
- 47 Blake JR. The Kelvin impulse: application to cavitation bubble dynamics. *The Journal of the Australian Mathematical Society Series B Applied Mathematics*, 1988, 30(2): 127-146
- 48 Best JP, Blake JR. An estimate of the Kelvin impulse of a transient cavity. *Journal of Fluid Mechanics*, 1994, 261: 75-93
- 49 Blake JR, Leppinen DM, Wang QX. Cavitation and bubble dynamics: the Kelvin impulse and its applications. *Interface Focus*, 2015, 5(5): 20150017
- 50 Longuet-Higgins MS. Bubbles, breaking waves and hyperbolic jets at a free surface. *Journal of Fluid Mechanics*, 1983, 30(9): 696-700
- 51 Gong SW, Ohl SW, Klaseboer E, et al. Scaling law for bubbles induced by different external sources: Theoretical and experimental study. *Physical Review E*, 2010, 81(5): 056317
- 52 Wang QX, Yeo KS, Khoo BC, et al. Nonlinear interaction between gas bubble and free surface. *Computers & Fluids*, 1996, 25(7): 607-628
- 53 Wang QX, Yeo KS, Khoo BC, et al. Strong interaction between a buoyancy bubble and a free surface. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 1996, 8(1): 73-88
- 54 Wang C, Khoo BC. An indirect boundary element method for three-dimensional explosion bubbles. *Journal of Computational Physics*, 2004, 194(2): 451-480
- 55 Rogers JCW, Szymczak WG. Computations of violent surface motions: Comparisons with theory and experiment. *Philosophical Transactions: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1997, 355: 649-663
- 56 Zeng Q, Gonzalez-Avila SR, Voorde ST, et al. Jetting of viscous droplets from cavitation-induced Rayleigh-Taylor instability. *Journal of Fluid Mechanics*, 2018, 846: 916-943
- 57 Koukouvinis P, Gavaises M, Supponen O, et al. Simulation of bubble expansion and collapse in the vicinity of a free surface. *Physics of Fluids*, 2016, 28(5): 052103
- 58 Pearson A, Cox E, Blake JR, et al. Bubble interactions near a free surface. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2004, 28(4): 295-313
- 59 王诗平, 孙士丽, 张阿漫等. 可压缩流场中气泡脉动数值模拟. *力学学报*, 2012, 44(3): 513-519(Wang Shiping, Sun Shili, Zhang Aman, et al. Numerical simulation of bubble dynamic in compressible fluid. *Chinese Journal of Theoretical & Applied Mechanics*, 2012, 44(3): 513-519 (in Chinese))
- 60 Liu NN, Wu WB, Zhang AM, et al. Experimental and numerical investigation on bubble dynamics near a free surface and a circular opening of plate. *Physics of Fluids*, 2017, 29(10): 107102
- 61 Liu YL, Wang QX, Wang SP, et al. The motion of a 3D toroidal bubble and its interaction with a free surface near an inclined boundary. *Physics of Fluids*, 2016, 28(12): 122101
- 62 Zhang AM, Liu YL. Improved three-dimensional bubble dynamics model based on boundary element method. *Journal of Computational Physics*, 2015, 294: 208-223
- 63 Zhang S, Wang SP, Zhang AM. Experimental study on the interaction between bubble and free surface using a high-voltage spark generator. *Physics of Fluids*, 2016, 28(3): 032109
- 64 Benjamin TB, Ellis AT. The collapse of cavitation bubbles and the pressures thereby produced against solid boundaries. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1966, 260: 221-240
- 65 Lun CKK, Savage SB, Jeffrey DJ, et al. Kinetic theories for granular flow: Inelastic particles in Couette flow and slightly inelastic particles in a general flowfield. *Journal of Fluid Mechanics*, 1984, 140: 223-256

- 66 Thoroddsen ST, Shen AQ. Granular jets. *Physics of Fluids*, 2001, 13(1): 4-6
- 67 Hogrefe JE, Peffley NL, Goodridge CL, et al. Power-law singularities in gravity-capillary waves. *Physica D*, 1998, 123: 183-205
- 68 Shin J, McMahon TA. The tuning of a splash. *Physics of Fluids A-Fluid Dynamics*, 1990, 2(8): 1312-1317
- 69 Rein M. The transitional regime between coalescing and splashing drops. *Journal of Fluid Mechanics*, 1996, 306: 145-165
- 70 Deike L, Ghabache E, Liger-Belair G, et al. Dynamics of jets produced by bursting bubbles. *Physical Review Fluids*, 2018, 3(1): 013603
- 71 Lai CY, Eggers J, Deike L. Bubble bursting: Universal cavity and jet profiles. *Physical Review Letters*, 2018, 121(14): 144501
- 72 Ghabache E, Antkowiak A, Josserand C, et al. On the physics of fizziness: How bubble bursting controls droplets ejection. *Physics of Fluids*, 2014, 26(14): 121701
- 73 Gañán-Calvo AM. Revision of bubble bursting: Universal scaling laws of top jet drop size and speed. *Physical Review Letters*, 2017, 119(20): 204502
- 74 Gañán-Calvo AM. Erratum: Scaling laws of top jet drop size and speed from bubble bursting including gravity and inviscid limit. *Physical Review Fluids*, 2018, 3(12): 129901
- 75 Duchemin L, Popinet S, Josserand C, et al. Jet formation in bubbles bursting at a free surface. *Physics of Fluids*, 2002, 14(9): 3000-3008
- 76 Yarin AL. Drop impact dynamics: Splashing, spreading, receding, bouncing. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2005, 38(1): 159-192
- 77 Zeff BW, Kleber B, Fineberg J, et al. Singularity dynamics in curvature collapse and jet eruption on a fluid surface. *Nature*, 2000, 403: 401-404
- 78 Brenner MP. Jets from a singular surface. *Nature*, 2000, 403: 377-378
- 79 Aspden AJ, Bell JB, Day MS, et al. Turbulence-flame interactions in type Ia supernovae. *Astrophysical Journal*, 2008, 689(2): 1173-1185
- 80 Plewa T. Detonating failed deflagration model of thermonuclear supernovae I. Explosion dynamics. *Astrophysical Journal*, 2006, 662(1): 459-471
- 81 Gamezo VN, Khokhlov AM, Oran ES. Deflagrations and detonations in thermonuclear Supernovae. *Physical Review Letters*, 2004, 92(21): 211102
- 82 Kuhl AL, Bell JB, Beckner VE, et al. Spherical combustion clouds in explosions. *Shock Waves*, 2013, 23(3): 233-249
- 83 Casner A, Caillaud T, Darbon S, et al. LMJ/PETAL laser facility: Overview and opportunities for laboratory astrophysics. *High Energy Density Physics*, 2015, 17(A): 2-11
- 84 Depierreux S, Labaune C, Michel DT, et al. Laser smoothing and imprint reduction with a foam layer in the multikilojoule regime. *Physical Review Letters*, 2009, 102(19): 195005
- 85 Zhou Y. Rayleigh-Taylor and Richtmyer-Meshkov instability induced flow, turbulence, and mixing. I. *Physics Reports*, 2017, 720-722: 1-136
- 86 Velikovich AL, Schmit PF. Bell-Plesset effects in Rayleigh-Taylor instability of finite-thickness spherical and cylindrical shells. *Physics of Plasmas*, 2015, 22(12): 122711
- 87 Mikaelian KO. Rayleigh-Taylor and Richtmyer-Meshkov instabilities and mixing in stratified spherical shells. *Physical Review A*, 1990, 42(6): 3400-3420
- 88 Plesset SM. On the Stability of fluid flows with spherical symmetry. *Journal of Applied Physics*, 1954, 25(1): 96-99
- 89 Mikaelian KO. Rayleigh-Taylor and Richtmyer-Meshkov instabilities and mixing in stratified cylindrical shells. *Physics of Fluids*, 2005, 17(9): 094105
- 90 Supponen O, Obreschkow D, Kobel P, et al. Shock waves from non-spherical cavitation bubbles. *Physical Review Fluids*, 2017, 2(9): 093601
- 91 Obreschkow D, Tinguely M, Dorsaz N, et al. Universal scaling law for jets of collapsing bubbles. *Physical Review Letters*, 2011, 107(20): 204501
- 92 Zhang S, Duncan JH. On the nonspherical collapse and rebound of a cavitation bubble. *Physics of Fluids*, 1994, 6(7): 2352-2362
- 93 Zhang LX, Chen LY, Shao XM. The migration and growth of nuclei in an ideal vortex flow. *Physics of Fluids*, 2016, 28(12): 123305
- 94 张凌新, 尹琴, 邵雪明. 水中气泡溃灭的理论与数值研究. 水动力学研究与进展A辑, 2012, 27(1): 68-73 (Zhang Lingxin, Yin Qin, Shao Xueming. Theoretical and numerical studies on the bubble collapse in water. *Journal of Hydrodynamics*, 2012, 27(1): 68-73 (in Chinese))
- 95 张阿漫, 王超, 王诗平等. 气泡与自由液面相互作用的实验研究. 物理学报, 2012, 61(8): 300-312 (Zhang Aman, Wang Chao, Wang Shiping, et al. Experimental study of interaction between bubble and free surface. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(8):300-312 (in Chinese))
- 96 Obreschkow D, Tinguely M, Dorsaz N, et al. The quest for the most spherical bubble: Experimental setup and data overview. *Experiments in Fluids*, 2013, 54(4): 1503-1520
- 97 Lindau O, Lauterborn W. Cinematographic observation of the collapse and rebound of a laser-produced cavitation bubble near a wall. *Journal of Fluid Mechanics*, 2003, 479: 327-348
- 98 Ohl CD, Kurz T, Geisler R, et al. Bubble dynamics, shock waves and sonoluminescence. *Philosophical Transactions of The Royal Society A*, 1999, 357: 269-294
- 99 Shigeru N, Wang JZ, Abe A, et al. Sequential observation of rebound shock wave generated by collapse of vapor bubble in BOS system. *Journal of Visualization*, 2018, 21(12): 1-16
- 100 Johnsen E, Colonius T. Numerical simulations of non-spherical bubble collapse. *Journal of Fluid Mechanics*, 2009, 629: 231-262
- 101 Tinguely M, Obreschkow D, Kobel P, et al. Energy partition at the collapse of spherical cavitation bubbles. *Physical Review E*, 2012, 86(4): 046315
- 102 Gibson DC. Cavitation adjacent to plane boundaries//Proceeding of 3rd Conference Hydraulic Fluid Mechanics, Sydney, 1968: 210-214
- 103 Kang YJ, Cho Y. Gravity-capillary jet-like surface waves generated by an underwater bubble. *Journal of Fluid Mechanics*, 2019, 866: 841-864
- 104 Chen RCC, Yu YT, Su KW, et al. Exploration of water jet generated by Q-switched laser induced water breakdown with different depths beneath a flat free surface. *Optics Express*, 2013, 21(1): 445-453



- 105 Chen RCC, Yu YT, Su KW, et al. Exploring morphological variations of a laser-induced water jet in temporal evolution: Formation of an air bubble enclosing a water drop. *Laser Physics*, 2013, 23(11): 116002
- 106 Apitz I, Vogel A. Material ejection in nanosecond Er: YAG laser ablation of water, liver, and skin. *Applied Physics A*, 2005, 81(2): 329-338
- 107 Thoroddsen ST, Takehara K, Etoh TG, et al. Spray and microjets produced by focusing a laser pulse into a hemispherical drop. *Physics of Fluids*, 2009, 21(11): 112101
- 108 Marston JO, Mansoor MM, Thoroddsen ST, et al. The effect of ambient pressure on ejecta sheets from free-surface ablation. *Experiments in Fluids*, 2016, 57(5): 61-70
- 109 Tomita Y, Kodama T, Shima A. Secondary cavitation due to interaction of a collapsing bubble with a rising free surface. *Applied Physics Letters*, 1991, 59(3): 274-277
- 110 Chen J, Bo L, Zou J. Secondary cavitation in a rigid tube. *Physics of Fluids*, 2017, 29(8): 082107
- 111 Zhang S, Zhang AM, Wang SP, et al. Dynamic characteristics of large scale spark bubbles close to different boundaries. *Physics of Fluids*, 2017, 29(9): 092107
- 112 Blake JR, Gibson DC. Growth and collapse of a vapour cavity near a free surface. *Journal of Fluid Mechanics*, 1987, 111: 123-140
- 113 Liu NN, Wu WB, Zhang AM, et al. Experimental and numerical investigation on bubble dynamics near a free surface and a circular opening of plate. *Physics of Fluids*, 2017, 29(10): 107102
- 114 Liu NN, Cui P, Ren SF, et al. Study on the interactions between two identical oscillation bubbles and a free surface in a tank. *Physics of Fluids*, 2017, 29(5): 052104
- 115 Li HC, Wang JZ, Wang YW. Cavitation-induced interface instability of droplet between plates//ASME-JSME-KSME 2019 Joint Fluids Engineering Conference, 2019
- 116 Duocastella M, Patrascioiu A, Fernández-Pradas JM, et al. Film-free laser forward printing of transparent and weakly absorbing liquids. *Optics Express*, 2010, 18(21): 21815-21825
- 117 Li ZR, Sun L, Zong Z, et al. A boundary element method for the simulation of non-spherical bubbles and their interactions near a free surface. *Acta Mechanica Sinica*, 2012, 28(1): 51-65
- 118 Robert E. Dynamics of a cavitation bubble inside a liquid jet. [Master Thesis]. Switzerland: Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2004
- 119 Avila SRG, Ohl CD. Fragmentation of acoustically levitating droplets by laser-induced cavitation bubbles. *Journal of Fluid Mechanics*, 2016, 805: 551-576
- 120 Avila SRG, Ohl CD. Cavitation-induced fragmentation of an acoustically-levitated droplet. *Journal of Physics: Conference Series*, 2015, 656: 012017
- 121 Avila SRG, Song C, Ohl CD. Fast transient microjets induced by hemispherical cavitation bubbles. *Journal of Fluid Mechanics*, 2015, 767: 31-51
- 122 Marston JO, Thoroddsen ST. Laser-induced micro-jetting from armored droplets. *Experiments in Fluids*, 2015, 56(7): 140-149
- 123 Heijnen L, Quinto-Su PA, Zhao X, et al. Cavitation within a droplet. *Physics of Fluids*, 2009, 21(9): 091102
- 124 Padilla-Martinez JP, Ramirez-San-Juan JC, Berrospe-Rodriguez C, et al. Controllable direction of liquid jets generated by thermocavitation within a droplet. *Applied Optics*, 2017, 56(25): 7167-7173