

在冲击载荷下松质骨的动力响应理论分析

王少华¹, 江建立², 鲁晓兵³

(1. 宜昌市第二人民医院 肿瘤科, 宜昌 443099)

(2. 宜昌市第一人民医院 急诊科, 宜昌 443000)

(3. 中国科学院力学研究所, 北京 100190)

摘要: 人体骨骼在交通事故、舰船撞击等情况下, 可能因受到冲击而损伤. 将松质骨骨骼视为两相介质建立基本方程, 通过方程简化及解耦分析, 获得了冲击响应的解析解. 结果表明, 在骨骼一端受到冲击时, 载荷在骨骼中向另一端传播, 幅值逐渐减小, 减小的程度随渗透性的增大而降低, 如孔隙渗透性很大, 载荷在骨架几乎不衰减, 反之, 则载荷几乎不传播. 载荷到达另一端时发生反射, 反射波与前进波叠加, 可增加骨架破坏的可能性. 当端部外力冲击仅作用一段时间, 那么在外力卸载时, 骨骼中会出现拉伸波, 即骨骼可能发生拉伸破坏即拉断. 孔隙髓体压力随载荷传播距离而逐渐增加, 但是增大量有限, 随时间整体有较明显的增长. 随边界载荷幅值增加和参数 a 和 b 的减小, 骨骼的响应也增强.

关键词: 松质骨; 冲击载荷; 响应

1 引言

在交通事故、舰船撞击、爆炸等情况下, 人体骨骼可能会因冲击载荷作用而引起损伤^[1-2]. 比如人体胫骨、股骨就是经常发生冲击损伤的部位. 研究人体骨骼在冲击载荷下的响应, 对其损伤机理, 预防措施设计有重要的意义. 胫骨和股骨这类骨骼是一种长的管形骨, 主要由高孔隙的松质骨组成. 近年来, 由于骨折及治疗、假肢制造等方面的需求, 人们开展了松质骨力学特性的研究^[3-5], 得到了松质骨渗透性、应力应变关系、强度等力学参数, 为后续的研究提供了基础数据. 松质骨由一种近似于蜂窝状的多孔固体材料构成, 孔隙内充满着骨髓. 松质骨的力学性质与骨质的表观密度密切相关^[6-7]. 表观密度是指构成骨组分的材料密度 (组织密度) 与该组分在骨中的体积分数的乘积. 研究表明, 骨骼冲击损伤部位和方式与人当时的体位密切相关, 如站立时下肢骨骼, 尤其以跟骨、股骨骨折最为常见, 损伤程度则与骨骼力学参数和载荷大小密切相关^[8]. 在冲击载荷作用下, 松质骨受到压缩, 孔隙中的骨髓部分或全部流出, 骨架的应力和位移增大, 孔隙中骨髓的压力也相应变化. 当外载消失后, 骨架发生部分 (冲击时发生塑性变形或破坏) 或全部回弹 (冲击时发生弹性变形), 骨髓重新流回孔隙中^[6-7]. 也就是说外载荷是由松质骨骨架和孔隙髓体共同承担, 载荷引起骨架和髓体的耦合作用. 冲击载荷下的高应力区在骨端部如股骨颈, 而静载作用下在骨干部位^[9]. 前人在骨骼破坏方面也开展了较多的研究, 如 Abdel-Rahman 等人^[10] 的研究表明, 冲击载荷可导致关节部位产生微裂纹. Dakin 等人^[11] 的研究表明, 受到侧向冲击损伤后人体骨盆关节在愈合后

收稿日期: 2019-11-22

将变得松弛. Yang 等人^[12]的研究表明, 膝关节在车祸中受冲击会改变韧带的应变和关节的运动轨迹. 全仁夫等通过实验获得了冲击载荷下髌骨骨折的形式、应力波传播特性及应变响应曲线等^[13]. 但是前人在研究骨骼冲击损伤时将骨骼作为骨架和骨髓两相介质考虑的情况很少, 而实际上骨骼中两相介质的性质和行为差别较大, 对冲击载荷的效应分析中将骨骼视为单相介质考虑是有局限性的. 本文基于两相介质动力学分析方法, 探讨冲击载荷作用下骨骼的受力、波传播、破坏行为, 期望能对骨骼冲击损伤、康复和治疗有参考价值.

2 控制方程

现在人们普遍认为松质骨是由多孔固体骨架和孔隙中的骨髓(液体)构成的两相多孔介质. 冲击载荷引起的骨骼响应实际上就是这两种介质的耦合作用效应. 本文的分析是基于两相多孔介质理论, 忽略组分间的质量交换, 假定两相介质的密度为常数, 骨架介质为理想弹塑性材料, 且讨论限定在弹性范围内, 一旦载荷超过弹性极限就发生破坏. 这样问题的基本方程由如下所示的动量守恒方程、质量守恒方程、本构方程构成^[14]. 动量守恒方程考虑到本文分析的骨骼长度小, 忽略重力影响, 则动量方程为

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} = (1 - \epsilon)\rho_s \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} + \epsilon\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} \quad (1)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\epsilon\mu}{k}(v_i - \frac{\partial u_i}{\partial t}) = \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} \quad (2)$$

质量守恒方程为

$$\frac{\partial \epsilon\rho}{\partial t} + \frac{\partial \epsilon\rho v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \epsilon(1 - \rho_s)}{\partial t} + \frac{\partial^2 \epsilon(1 - \rho u_i)}{\partial x_i \partial t} = 0 \quad (4)$$

假设两相介质的密度均为常数, 由式(3)+(4)得到:

$$\frac{\partial \epsilon v_i}{\partial x_i} + \frac{\partial^2 (1 - \epsilon) u_i}{\partial x_i \partial t} = 0 \quad (5)$$

本构方程采用如下的形式

$$\sigma_{ij} = G\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) + \delta_{ij} \frac{2G\nu}{(1 - 2\nu)} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \quad (6)$$

式中 ρ 为孔隙骨髓的密度, ρ_s 为骨架的密度, ϵ 为孔隙率, u_i 为骨架的位移, v_i 为孔隙骨髓的速度, p 为孔隙内骨髓压力, σ_{ij} 为骨架有效应力, G 为骨架的剪切模量, μ 为骨架的泊松比. 为了讨论方便且不失一般性, 本文在一维条件下进行讨论. 这时将上述方程进行相应变化. 由式(5), 考虑骨骼一端是固定的, 则有

$$\epsilon v + (1 - \epsilon) \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad (7)$$

本构方程简化为

$$\sigma = E \frac{\partial u}{\partial t} \quad (8)$$

由式(1)、(2)消去 p , 得到:

$$\frac{\sigma_{ij}}{\partial x_j} = (1 - \epsilon)\rho_s \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - (1 - \epsilon)\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} - \frac{\epsilon\mu}{k}(v_i - \frac{\partial u_i}{\partial t}) \quad (9)$$

将式 (7)、(8) 带入到式 (9) 一维形式中得到:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + b \frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (10)$$

其中 $a^2 = \frac{E\epsilon}{(1-\epsilon)[\epsilon\rho_s+(1-\epsilon)\rho]}$, $b = \frac{a^2\mu}{Ek}$, a 是弹性模量与密度之比的平方根, 代表波速, b 是渗透性与密度之比, 代表阻尼.

将式 (7)、(8) 代入到式 (2) 一维形式中得到:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\mu}{k} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (11)$$

首先求解式 (10), 其对应的边界条件如下:

$$x = 0, \sigma = \sigma_0(t); x = l, u = 0 \quad (12)$$

即骨骼一端固定, 一端受到突然的冲击力, 在下一节计算中, 将边界载荷转换为应变, 即应力除以弹性模量.

初始条件如下:

$$t = 0, u = 0, \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad (13)$$

即骨架初始变形和变形速率为零.

由上述方程, 可求得位移、孔隙压力的解^[15]为:

1) 当 $\Delta = 0$

$$u = \frac{8u_0l}{[(2n+1)\pi]^2} \left(1 + \frac{bt}{2}\right) e^{(-\frac{bt}{2})} \cos\left(\frac{(2n+1)\pi x}{2l}\right) + (x-l) \frac{\sigma_0}{E} \quad (14)$$

2) 当 $\Delta < 0$ 时

$$u = \frac{8u_0l}{[(2n+1)\pi]^2} \left(\cos(c_1t) + \frac{b}{2c_1} \sin(c_1t)\right) e^{(-\frac{bt}{2})} \cos\left(\frac{(2n+1)\pi x}{2l}\right) + (x-l) \frac{\sigma_0}{E} \quad (15)$$

3) 当 $\Delta > 0$ 时

$$u = \frac{8u_0l}{[(2n+1)\pi]^2} \left(\frac{(b+c_2)}{2c_2} e^{\frac{c_2-b}{2}t} + \frac{(-b+c_2)}{2c_2} e^{(-\frac{c_2-b}{2}t)}\right) \cos\left(\frac{(2n+1)x\pi}{2l}\right) + (x-l) \frac{\sigma_0}{E} \quad (16)$$

其中 $\Delta = b^2 - 4\left[\frac{(2n+1)a\pi}{2l}\right]^2$, $c_1 = -\Delta$, $c_2 = \Delta$.

由式 (2) 可得到孔隙压力 p 的解为:

1) 当 $\Delta = 0$ 时

$$p = \frac{8u_0l^2b^2}{2[(2n+1)\pi]^3} \left(\frac{\rho(1-\epsilon)}{\epsilon} \left(\frac{bt}{2} - 1\right) - \frac{\mu t}{k}\right) e^{(-\frac{bt}{2})} \sin\left(\frac{(2n+1)\pi x}{2l}\right) \quad (17)$$

2) 当 $\Delta < 0$ 时

$$p = \frac{16u_0l^2}{[(2n+1)\pi]^3} \left[-\frac{\mu}{k} \left(\frac{b^2}{4c_1} + c_1\right) \sin(c_1t) + \frac{\rho(1-\epsilon)}{\epsilon} \left(\frac{b^3}{8c_1} + \frac{bc_1}{2}\right) \sin(c_1t) - \left(\frac{b^2}{4} + c_1^2\right) \cos(c_1t)\right] e^{(-\frac{bt}{2})} \sin\left(x \frac{(2n+1)\pi}{2l}\right) \quad (18)$$

3) 当 $\Delta > 0$ 时

$$p = \frac{4u_0l^2}{[(2n+1)\pi]^3} \frac{c_2^2 - b^2}{c_2} \left[\frac{\mu}{k} \left(e^{\frac{-b+c_2}{2}t} + e^{\frac{-b-c_2}{2}t}\right) + \frac{\rho(1-\epsilon)}{\epsilon} \left(\frac{-b+c_2}{2} e^{\frac{-b+c_2}{2}t} + \frac{b+c_2}{2} e^{\frac{-b-c_2}{2}t}\right)\right] \sin\left(\frac{(2n+1)\pi x}{2l}\right) \quad (19)$$

其中 $\Delta = b^2 - \sqrt{(b^2 - 4ac)}$, $c_1 = -\Delta$, $c_2 = \Delta$

2 结果与分析

2.1 参数取值

为了对上一节中求得的解有定量的了解, 在本节中将由前述解进行计算分析. 分析中采用的参数主要以参考文献 [6] 给出的数据为基础. 因为要讨论参数的影响, 在计算中以这些数据为基础在一定范围内进行变化. 基本数据为: 弹性模量 $E=2.5 \times 10^8 \text{ N/m}^2$, 泊松比 $\nu=0.30$, 孔隙度 $=0.60$, 骨架密度 $\rho_s=2.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\rho_f=930 \text{ kg/m}^3$, $k=1.0 \times 10^{-2} \text{ m/s}$, 边界载荷幅值 $20\text{N} \sim 2000\text{N}$.

2.2 结果与讨论

2.2.1 两种极端情况

a) 孔隙渗透性很大, 骨髓可视为自由流动

这种情况下, 骨架与骨髓间的相间作用力即阻尼可忽略. 外部冲击完全由骨架承担, 端部冲击在骨骼中向另一端无衰减地传播. 当到达另一端时发生反射, 注意到反射波与前进波叠加, 从而引起应力加倍 (图 1). 这样即使外部施加的冲击力引起的前进波不足以使骨架破坏, 但是与反射波叠加的效果却可使骨架破坏. 破坏的位置与波速、骨长等因素有关.

b) 孔隙渗透性很小, 骨髓可视为不能自由流动

这种情况下, 由于假设骨架与骨髓均不可压, 于是骨骼可视为刚塑性体, 即骨骼破坏前不发生变形 (图 2). 这时外部冲击在骨骼中以无穷大速度传播, 当冲击力超过破坏强度时, 骨骼发生破坏.

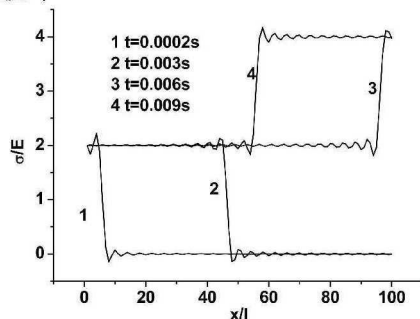


图 1 无相间作用的情况

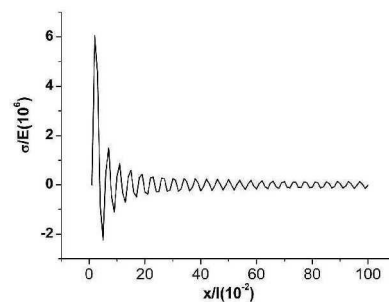


图2 相间作用大的情况

2.2.2 一般情况

一般情况下, 外部冲击由骨架和孔隙中骨髓共同承担, 冲击载荷在骨架中传播的同时, 也同时引起骨髓压力的变化. 在一端施加恒值作用力时, 骨架中变形逐渐增加, 从施力端逐渐向另一端发展, 其大小从施力端到另一端逐渐减小. 应力同时也在骨架中向另一端传播, 无阻尼时, 应力保持为恒值, 随阻尼 ($b=0$) 增加, 应力随传播距离逐渐衰减. 孔隙髓体压力向载荷的另一端逐渐增加, 但是增大量有限, 随时间有较明显的增长. 这是因为孔隙髓体不可压, 压力传播快, 使得两端差别不大, 但是随着时间累积, 孔隙受到压缩越多, 孔隙髓体压力就逐渐增加 (图 3). 当作用力达到另一端时, 发生反射, 反射的应变和应力与前向传播的应变和应力叠加. 因此, 即使第一次载荷作用不使骨骼破坏, 反射波与入射波叠加后仍然可能产生破坏. 反射波的幅值与入射波到达另一端时的值等值反向. 因此, 衰减越小, 即相间作用越小, 反射波

幅值越大.

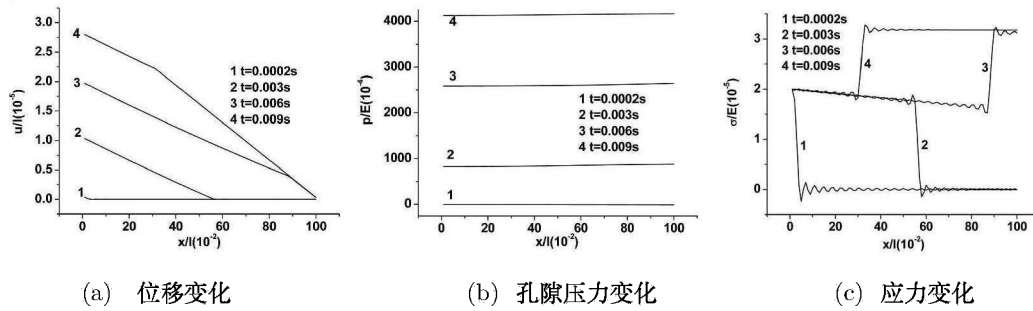


图3 一般情况下变形、孔隙压力和应力的发展 (a=19.05m/s, b=95.33/s)

2.2.3 参数变化的影响

该问题中主要存在四个参数 a, b, u_0, t_0 (载荷作用时间). 下面就针对这四个参数的变化导致的骨骼中变形和应力的变化进行分析. 随着参数 b 的增加, 骨骼变形随时间和距离越小, 应力也越小, 但是孔隙髓体压力却越大. 这是因为在外部载荷一定时, b 越大, 波在骨架中向另一端传播过程中衰减越大, 随时间衰减也越大, 从而使骨架变形和应力也越小, 同时 b 越大, 意味着相间作用越大, 骨架力传递给孔隙髓体的力也越大, 导致孔隙髓体压力增加. 当 b 远大于 a 时, 外载荷快速衰减, 只能传播很短距离 (图 4). 随着参数 a 的增加, 变形和应力减小, 孔隙压力存在一个最大值. 这是因为 a 表征的是骨架模量与密度的比, 即决定波速的量, 同时也可衡量刚度大小. 密度一定, a 越大, 则刚度越大, 外部作用力一定时, 变形和应力越小 (图 5) 随着边界载荷的增加, 变形和应力也随着增加. 显然, 载荷越大, 骨骼受到的作用越大, 产生的效应也越强, 且基本呈线性变化, 如当载荷变化 10 倍和 100 倍时, 变形最大值也相应增大 10 倍和 100 倍 (图 6). 当载荷仅作用一段时间时, 如果载荷突然解除, 则会从载荷端

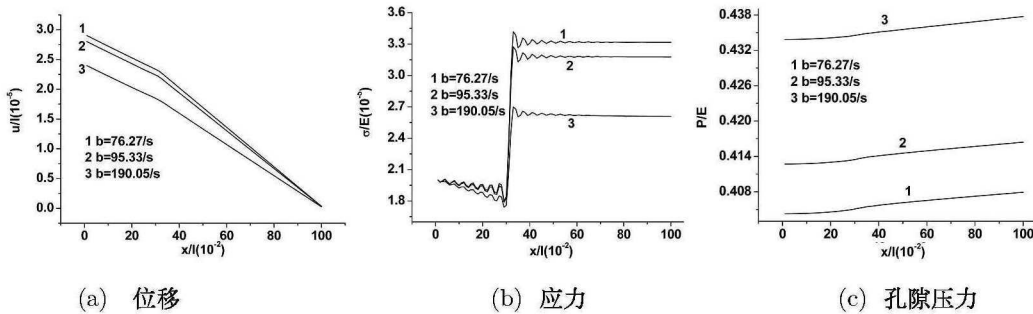


图4 参数 b 的影响 (a=19.05m/s, t=0.09s)

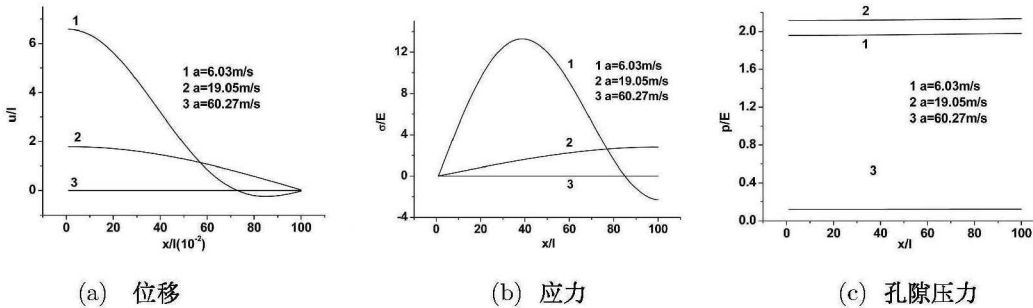


图5 参数 a 的影响 (b=762.7m/s, t=0.09s)

出现拉伸波向前传播(图7)。因此,可能出现骨的拉伸破坏。这是因为在突然卸载时,相当于在原来载荷基础上进行反向加载,这时向骨骼内部传播一个反向的载荷波,即卸载波。

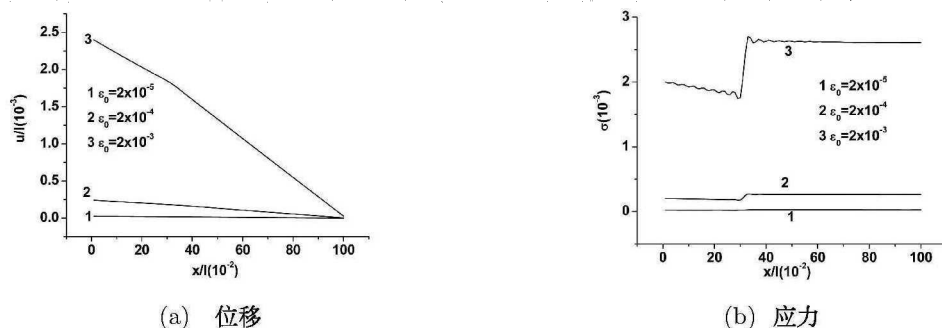


图6 外部载荷幅值的影响 ($a=19.06\text{m/s}$, $b=190.67\text{s}$)



图7 突然卸载的影响 ($a=19.06\text{m/s}$, $b=9.53\text{s}$), 仅 $t < 0.004\text{s}$ 时加载

3 结论

在交通事故常引起人体各种损伤,人体骨骼的冲击损伤就是其中之一。本文针对人体骨骼的冲击损伤问题进行研究,得到如下结论:将骨骼视为两相介质进行分析,获得了冲击响应的解析解。分析表明,一端受到冲击后,载荷在骨骼中向另一端传播,直到到达另一端时发生反射。载荷幅值随传播距离而衰减,衰减程度随渗透性增大而减小,如孔隙渗透性很大时,外部冲击基本由骨架承担,反之,骨骼可视为刚塑性体。反射波与前进波叠加,引起应力增大,使骨架破坏的可能性变大。当端部外力冲击仅作用一段时间,那么在外力卸载时,骨骼中会出现拉伸波,即骨骼可能发生拉伸破坏即拉断。孔隙髓体压力向载荷的另一端逐渐增加,但是增长大量有限,随时间整体有较明显的增长。随边界载荷幅值增加,骨骼的响应也增强。随着参数 a 和 b 的增加,变形和应力减小。

参考文献

- [1] 许述财, 黄杨, 付海龙等. 爆炸冲击载荷下乘员小腿伤害评价指标的对比分析 [J]. 汽车安全与节能学报, 2016, 7(4): 371-376.
- [2] 黄建松, 华宏星, 周建鹏. 舰船人员冲击损伤标准及耐受性研究 [J]. 北京生物医学工程, 2008, 27(3): 300-304.
- [3] 李德源, 陈海斌. 松质骨内液体渗透率实验测试和理论预测 [J]. 重庆师范学院学报(自然科学版), 2001, 18(2): 19-22.

- [4] 欧阳钧, 杨桂通, 赵隆茂等. 人体腰椎松质骨冲击响应的实验研究 [J]. 生物医学工程学杂志, 1996, 13(1): 29-33.
- [5] Linde F, Norgaard I, Hvid A et al. Mechanical properties of trabecular bone depend on strain rate[J]. J Biomechanics, 1991, 3: 296-301.
- [6] 李德源, 姚国文, 刘占芳等. 人胫骨端松质骨撞击动力响应数值分析 [J]. 重庆大学学报 (自然科学版). 2000, 23(4): 82-86.
- [7] 刘占芳, 陈海斌, 李德源等. 松质骨的一维撞击动力响应 [J]. 生物医学工程学杂志, 2000, 17(3): 266-269.
- [8] 黄建松, 华宏星, 周建鹏. 模拟舰船冲击对人体下肢骨髁轴向压缩损伤特性研究 [J]. 中国生物医学工程学报, 2008, 27(3): 410-415.
- [9] 姜海波, 葛世荣. 人体股骨冲击特性数值模拟 [J]. 中国临床康复, 2006, 10(45): 114-117.
- [10] Abdel-Rahman E M, Hefzy M S. Three-dimensional dynamic behaviour of the human knee joint under impact loading[J]. Med Eng Phys, 1998, 20(4): 276-90.
- [11] Dakin G J, Arbelaez R A, Molz F J et al. Elastic and viscoelastic properties of the human pubic symphysis joint: effects of lateral impact joint loading[J]. J Biomech Eng 2001, 123(3): 218- 26.
- [12] Yang J K, Kajzer J. Computer simulation of impact response of the human knee joint in car-pedestrian accidents[J]. Doktorsavhandlingar vid Chalmers Tekniska Hogskola 1997, 1320: 15
- [13] 全仁夫, 杨迪生, 王以进. 髌骨骨折的动态冲击试验研究 [J]. 中国临床解剖学杂志, 2005, 23(2): 188-192.
- [14] Lu Xiaobing, Tan Qingming, Cheng C M. et al. Liquefaction and displacement of saturated sand under vertical vibration[J]. Acta Mechanica Sinica, 2004, 20(1): 96-105.
- [15] 梁昆淼. 数学物理方法 [M]. 第四版, 北京: 高等教育出版社, 2010.

Analysis on the Impact-Induced Dynamic Responses of the Cancellous Bone

WANG Shao-hua¹, JIANG Jian-li², LU Xiao-bing³

(1. Oncology Department, The Second People's Hospital of Yichang, Yichang 443099, China)

(2. Emergency Department, The First People's Hospital of Yichang, Yichang 4430003, China)

(3. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: Human bone may be damaged by impact in the case of traffic accidents and ship impact. The impact responses of cancellous bone is carried out based on the two phase media theory. The analytical solution has been obtained by simplifying and decoupling the controlling equations. It is shown that the load will propagate forward to the other end when the impact is acted on one end of the bone. The load amplitude decreases during propagation and the decrease rate is determined by the permeability or the interaction between the skeleton of bone and the corpus medullae. For example, the load propagated without attenuation almost if the permeability is very small while it does not propagate if the permeability is large enough. The load is reflected when it arrived at the other end, which can cause the obvious increase of the amplitude because of the superstition effects and accordingly the increasing possibility of the bone's damage. Once unloading, a tensile wave will occur in the bone, which can cause the bone being snapped. The pressure of the corpus medullae increases slowly with distance, but increases obviously with time. The dynamic responses increase with the rising of the load amplitude and the decrease of the parameters a and b.

Keywords: cancellous bone; impact load; responses