

滑坡涌浪问题的 Kurganov-ODE 耦合算法

王晓亮¹, 刘青泉¹, 安翼², 程鹏达^{2,*}

(1 北京理工大学, 北京, 100081, wangxiaoliang36@bit.edu.cn)

(2 中国科学院力学研究所, 北京, 100190, pdcheng@imech.ac.cn)

摘要: 本文提出了一个流固耦合模型分析大型滑坡涌浪问题。水波部分采用基于全局坐标系的圣维南方程(色散模型将在未来发展), 而滑坡模型采取基于局部曲线坐标系的刚体模型。水波模型采用有限体积法求解, 滑坡运动则采用二阶方法求解, 滑坡的局部高程与整体高度在局部坐标系和全局坐标系中不断插值交换数据, 如此形成了一套滑坡涌浪问题的 Kurganov-ODE 耦合算法。多个例子用来展示流固耦合模型的有效性, 诸如 Well-Balancing 特性、溃坝问题、底床障碍物运动导致的三波结构等。最后将模型初步应用于滑坡涌浪的问题, 给出首浪传播演化特征。

关键词: 滑坡涌浪; 流固耦合; 圣维南; 插值

1 引言

滑坡涌浪是一种重要的水库和近海灾害。一个典型的例子是 1963 年发生在意大利的 Vajont 滑坡涌浪, 其中滑坡体体积约 $270 \times 10^6 \text{m}^3$, 共计造成 2000 人死亡^[1]。国内滑坡涌浪事件也时有发生, 和滑坡堵江一起构成了两种重要的灾害链模式, 是西南高海拔地区水库和河流面临的重要风险。滑坡涌浪主要包含两个部分, 滑坡体的运动和水波的传播, 过去 20 年在这两个方面均取得了较大的进展。Tinti 等^[2]推导得到了底床障碍物匀速运动诱导线性水波的三波结构。Lo 和 Liu^[3]考虑了色散效应, 得到了底床障碍物匀速运动诱导水波的首波行为。关于圣维南方程(非线性双曲波)的计算方面, 过去 20 多年也有长足的进展, 特别是发源于气体动力学的 Godunov 算法的应用大大地促进了圣维南方程的求解效率和精度^[4-5]。关于滑坡体运动过程也从最早的刚块模型^[6]逐步发展到考虑变形的著名 Savage-Hutter 模型^[7]。色散水波模型, 如扩展的 Boussinesq 方程, 在水利领域的发展才刚刚开始, 主要集中在海洋工程领域^[8]。近几年也出现了一些滑坡涌浪的两层模型, 如 Kurganov^[9]和 Liu^[10], 然后这些模型对滑坡的描述基本来自于对浅水动力学方程的简单修正, 很难描述滑坡体运动的真实动力学过程, 同时关于水波的部分也几乎没有考虑色散。

因此本研究中，我们提出了一个新颖的两层模型描述滑坡涌浪过程。其中水波问题采用基于整体坐标的圣维南方程（色散模型正在发展中），滑坡体模型采用建立在局部曲面坐标系中的刚块模型。同时发展了求解这套耦合方程的数值算法，并给出了一些验证和应用算例。

2 流固耦合模型与基本算法

如图 1 所示，水波模型采用建立在全局坐标系的一维圣维南方程，而滑块运动则采用建立在局部曲线坐标系上的牛顿第二运动方程。色散效应和滑坡体可变形效应均不考虑。控制方程如式（1）至式（3）所示：

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial hu}{\partial t} + \frac{\partial(hu^2 + 0.5gh^2)}{\partial x} = -gh \frac{\partial(z_b + z_s)}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{d^2 \xi_c}{dt^2} = f_{\text{grav}} + f_{\text{fric}} + f_{\text{drag}} \quad (3)$$

这里 h 和 u 分别代表水体深度和运动速度， g 表示重力加速度。 z_b 和 z_s 分别是床面高程和滑块的深度， ξ_c 表示滑坡体质心的位置。滑坡体所受的作用力包括 3 个部分，分别是下滑力 f_{grav} ，摩擦力 f_{fric} 以及拖曳力 f_{drag} 。涉及入水问题相对复杂，作为简化考虑，目前使用在空气中受力和水中受力的加权平均，其中取水中滑体体积占总体积比为权函数，滑坡体的运动和水波运动通过变化的滑块高程 z_s 进行耦合。

滑坡运动的控制方程包含了一套描述水波运动的双曲方程和一个滑块运动的常微分方程。求解式（1）和式（2）通常需要满足这么几个特征，能捕捉间断、能保持静水平衡以及捕捉干湿边界条件，本项工作采用近年来发展起来的一种高效方法，Kurganov 二阶格式^[5]。而滑坡体的运动方程是一个常微分方程，求解算法采用简单的二阶 Runge-kutta 算法。需要注意的是困难之处在于如何将曲线坐标系下的滑坡体厚度转变成全局坐标系下的深度，和圣维南方程进行耦合计算滑坡涌浪。本文首先由地形数据生成一套沿着地表的曲线坐标系，接着在该曲线坐标系计算滑体的运动，然后利用局部坐标系滑块厚度数据重构滑体全局坐标系深度数据，再在圣维南方程计算网格上进行插值得到 z_s ，最后求解圣维南方程。时间步长则取两者的较小值。这套求解算法我们称之为耦合 Kurganov-ODE 算法。

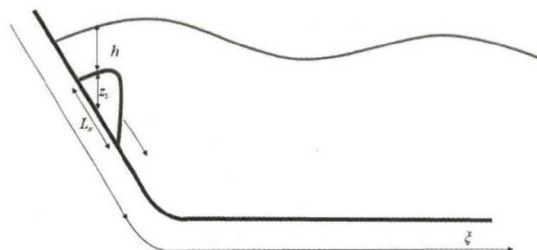


图1 滑坡涌浪示意图

3 模型验证与初步应用

第一个例子是 Well-balance 特性，含有地形的浅水流动存在一个静水分布解 ($h + z_b = \text{const}$)，数值计算要保持这种行为称之为 well-balance 特性，本文的 Kurganov 算法能够捕捉主要的行为(图 2)。第二个例子是经典溃坝问题，即一侧有水，另一侧无水的溃坝问题，这个问题含有简单波解，本文的计算结果和理论结果吻合较好(图 3)。第三个例子给出了底床障碍物运动诱发的波系问题，对于浅水线性波情况，底床障碍物运动能够诱发 3 个波，分别为前行波(Leading Wave)、捕获波(Trapped Wave)和后缘波(Tailing Wave)，本文的耦合算法很好地捕捉到了这样的三波结构(图 4)，线性情况下和理论解吻合良好^[2]，其中物理参数为($F_r=0.2, d/L_s=0.2, H_s/L_s=0.01$)。

模型验证过后，初步计算了一个典型的滑坡涌浪例子。其中滑坡体发生在一个坡度为 45° ，水库静水深度为 6m，滑坡体的长度为 30m，高度为 3.75m，下滑时高程为 30m 的一个典型案例。图 5(a~d)给出了 4 个典型时刻滑体位置和水波形态图。滑坡发生后，滑体快速加速然后冲击水面，然后快速入水，抬高水位，之后生成和图 4 类似的一个三波结构，前行波持续地往前传播，保持高度缓慢地变小，后缘波则由于爬升和反射很快消亡，而捕获波随着滑体的停止而逐渐淹没变得不明显。

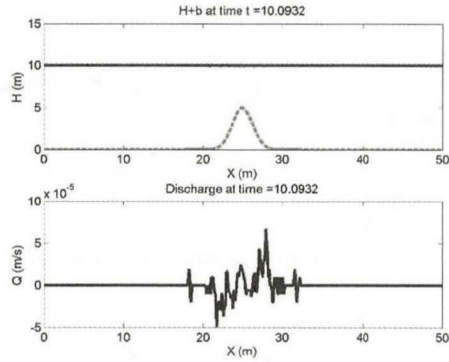


图2 静水分布行为

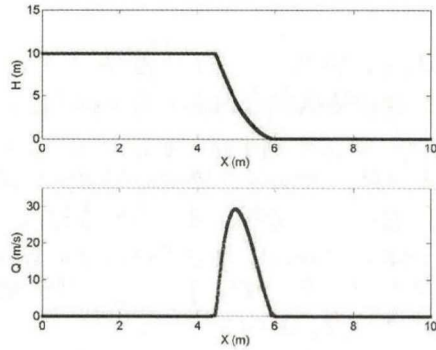


图3 典型溃坝问题计算和理论结果对比

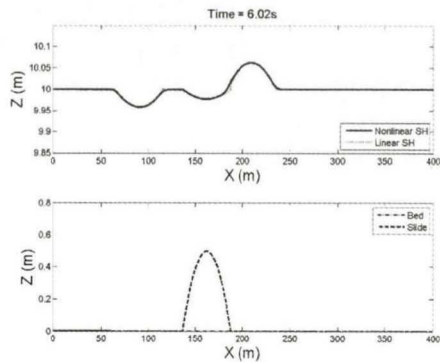


图4 底床障碍物运动诱导三波结构计算结果和理论对比

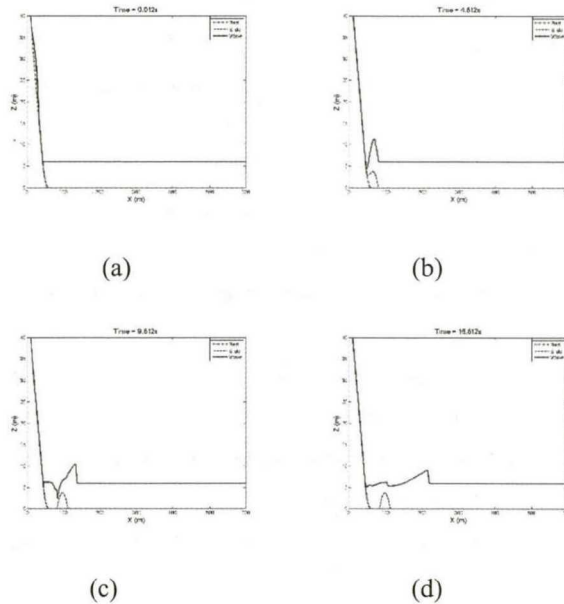


图5 某典型滑坡涌浪计算结果

4 结论

本文建立了滑坡涌浪的一个新颖的流固耦合模型，特别是滑坡动力学模型采用建立在曲线坐标系下的方程，能够很好地描述滑坡运动的动力学过程，同时发展了求解该耦合模型的 Kurganov-ODE 耦合算法，多个算例表明本文建立的模型能够捕捉浅水流动的诸多特征、底床运动诱导水波产生和演化，一个滑坡涌浪的初步算例表明本模型具备模拟滑坡运动诱导水波的产生和演化过程，特别是前行波的传播可望对工程设计提供参考。未来研究工作包括：水波色散问题、滑坡变形过程以及三维问题。

致谢

本文研究得到了自然科学基金(11602278、11432015、11872117、11802313 和 11672310)和“北京理工大学青年教师学术启动计划”的支持，在此表示感谢。

参考文献

- 1 Bosa S, Petti M. Shallow water numerical model of the wave generated by the Vajont landslide. Environ. Modell. Softw. 2011,26(4): 406-418.

- 2 Tinti S, Bortolucci E, Chiavettieri C. Tsunami excitation by submarine slides in shallow-water approximation. *Pure Appl. Geophys.* 2001,158(4): 759-797.
- 3 Lo H Y, Liu P L F. On the analytical solutions for water waves generated by a prescribed landslide. *J. Fluid Mech.*, 2017, 821: 85-116.
- 4 Toro E F. *Shock-capturing methods for free-surface shallow flows.* Wiley and Sons Ltd. 2001
- 5 Kurganov A, Petrova G. A second-order well-balanced positivity preserving central-upwind scheme for the Saint-Venant system. *Commun. Math. Sci.* 2007, 5(1): 133-160.
- 6 De Blasio F V. *Introduction to the physics of landslides: lecture notes on the dynamics of mass wasting.* Springer Science & Business Media.2001
- 7 Savage S B, Hutter K. The dynamics of avalanches of granular materials from initiation to runout. Part I: Analysis". *Acta Mech.* 1991, 86(1-4): 201-223.
- 8 Kirby J T. Boussinesq models and their application to coastal processes across a wide range of scales. *J. Waterw. Port Coast. Ocean Eng.* 2016, 03116005.
- 9 Kurganov A, Petrova G. Central-upwind schemes for two-layer shallow water equations". *SIAM J. Sci. Comput.* 2009, 31(3): 1742-1773.
- 10 Liu W, He S, OnYang C. Dynamic process simulation with a Savage-Hutter type model for the intrusion of landslide into river. *J Mt. Sci.*, 2016, 13(7): 1265-1274.

Coupled Kurganov-ODE solver for landslide induced wave problems

WANG Xiao-liang¹, LIU Qing-quan¹, AN Yi², CHENG Peng-da^{2*}

(1 Beijing Institute of Technology, Beijing, 100081, wangxiaoliang36@bit.edu.cn)

(2 Institute of Mechanics Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100190, pdcheng@imech.ac.cn)

Abstract: This paper presents a new fluid-solid coupled model for landslide induced water wave problem. The water wave motion is governed by Saint Venant mode in global coordinate system, and the landslide motion is controlled by block model in local coordinate system. Bed topography change is realized through interpolation between bed height in global system and slide geometry in local system. Several examples including steady state problem, dam break flow and the three waves induced by bottom motion are successfully simulated to verify the new model. Then the generation and traveling process of a typical subaerial landslide induced wave is well simulated.

Key words: Landslide Induced Wave; Fluid Solid Coupling; Saint Venant; Interpolation