

可压缩螺旋湍流的联合级串理论

闫政^{1,2}, 于长平^{1,2}, 李新亮^{1,2}

1 中国科学院力学研究所高温气体动力学国家重点实验室, 北京市海淀区 100190

2 中国科学院大学工程科学学院, 北京, 100049

摘要 基于 1941 年由 Kolomgorov 等人提出不可压均匀各向同性湍流的能量级串理论[1], 1973 年 Brissaud 等人提出的不可压螺旋湍流的动能与螺旋度联合级串理论[2], 2011 年 Aluie 等人提出的可压缩均匀各向同性湍流的能量级串理论[3], 我们综合动能与螺旋度级串, 考虑压力, 激波等复杂因素影响, 针对三维湍流最复杂的状态建立可压缩螺旋湍流的动能与螺旋度联合级串理论。我们开展了网格量达的可压缩螺旋湍流的直接数值模拟研究, 采用多尺度滤波方法研究可压缩湍流尺度间的相互作用伴随着能量与螺旋度传输问题。结合亥姆霍兹分解和螺旋波分解两种方法, 我们创造性的提出了为流场提供三个两两相互正交的基向量的广义螺旋波分解方法, 可用于将流场矢量投影到左手、右手及自由手性(胀压)模态。基于直接数值模拟的后处理结果, 我们扫清了压力对可压缩湍流级串理论的障碍, 认识到统计意义压力只在大尺度上发挥作用, 进而可将不可压螺旋湍流的联合级串理论推广到可压缩湍流中来。

关键词 螺旋度; 可压缩湍流; 级串; 广义螺旋波分解

引言

随着高超声速飞行器, 惯性约束核聚变等工程的迫切需求, 以及天体物理中超新星爆炸以及星系密度云演化的探索需要, 综合考虑手性破缺及压缩性效应等的湍流问题变得尤为重要。螺旋度是衡量手性破缺程度的物理量, 是速度与涡量的标量积的体积分, 是三维湍流中仅有的两个无黏不变量之一(另一个为动能)。螺旋度的定义决定了其比动能要复杂的多, 主要表现在螺旋度是一个伪标量, 其符号取决于参考系的选择; 螺旋度是反应流动结构特征的拓扑量, 衡量了涡线的缠绕、打结以及扭转的程度, 如下图所示。



图 1 流动拓扑结构

1 控制方程

经典的湍流级串理论建立在能量守恒性原

理的基础上, 其忽略了涡的拓扑形态以及压缩性带来的影响。通过理论推测和方程推导, 我们可以清晰的发现, 建立可压缩螺旋湍流的联合级串理论主要问题集中在扫除压力项对亚格子项的影响, 在可压缩湍流中, 多尺度滤波后的动能与螺旋度控制方程分别如下, 常用的方法均是考虑下面的一阶线性单波方程。

$$\partial_t \langle \bar{\rho}_i |\bar{u}_i|^2 / 2 \rangle = -\langle \Pi_i^E \rangle - \langle \Lambda_i^E \rangle + \langle \Phi_i^E \rangle - \langle D_i^E \rangle + \langle \varepsilon_i^{mj} \rangle \quad (1)$$

其中: 亚格子能流为 $\Pi_i^E = -\bar{\rho}_i \partial_j \bar{u}_i \tilde{u}_j \tau(u_i, u_j)$,

亚格子质量流为 $\Lambda_i^E = \frac{1}{\bar{\rho}_i} \partial_j \bar{\rho}_i (\overline{\rho u_j} - \bar{u}_j \bar{\rho}_i)$, 压

力膨胀项为 $\Phi_i^E = \bar{\rho}_i \nabla \cdot \bar{u}_i$, 粘性耗散项为

$D_i^E = \partial_j \tilde{u}_i (2\overline{\mu S_{ij}} - 2\overline{\mu S_{kk}} \delta_{ij} / 3)$, 外力项为

$\varepsilon_i^{mj} = \tilde{u}_i \bar{\rho}_i \tilde{F}_i$ 。

$$\partial_t \langle \bar{H} \rangle = -\langle \Pi_i^H \rangle + \langle \Phi_i^H \rangle - \langle D_i^H \rangle + \langle \eta_i^{mj} \rangle \quad (2)$$

其中: 亚格子螺旋度流为

$\Pi_i^H = -\bar{\rho}_i \partial_j (2\tilde{\omega}_i / \bar{\rho}_i) \tau(u_i, u_j)$ ，压力涡量项为
 $\Phi_i^H = \bar{\rho}_i \nabla \cdot (2\tilde{\omega}_i / \bar{\rho}_i)$ ，粘性耗散项为
 $D_i^H = \partial_j (2\tilde{\omega}_i / \bar{\rho}_i) (2\overline{\mu S_{ij}} - 2\overline{\mu S_{kk}} \delta_{ij} / 3)$ ，外力
 项为 $\eta_i^{III} = 2\tilde{\omega}_i \tilde{F}_i$ ，其中 $\tau(u_i, u_j) = \tilde{u}_i \tilde{u}_j - \tilde{u}_j \tilde{u}_i$ 。

2 结果与结论

采用多尺度分解方法，获得动能与螺旋度控制方程的压力项与亚格子项的系综平均沿不同尺度的分布结果如图 2 所示。随着尺度的减小，两个方程的压力项幅值先增长后趋近于一个常数，这里存在着一个临界尺度来区分压力项是否存在明显的影响。通过对比可以发现，螺旋度方程压力项的临界尺度要大于能量方程压力项的临界尺度。因此，可以推测在可压缩湍流中，螺旋度级串的惯性区要比动能级串的惯性区长，证实我们前期基于螺旋度级串的大涡模拟模型比基于能量级串的大涡模拟模型的适用范围广。

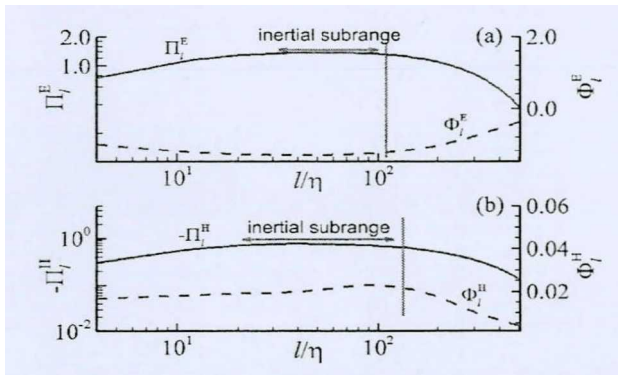


图 2 动能与螺旋度控制方程亚格子项与压力项系综平均随不同尺度的分布

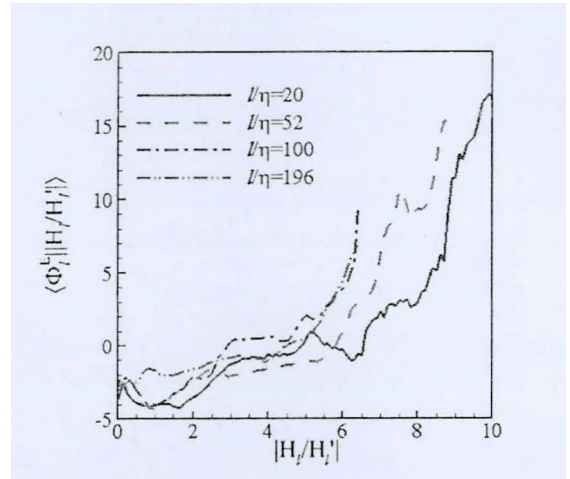


图 3 基于局部螺旋度的压力膨胀项条件系综平均

图 3 显示了螺旋度对可压缩湍流中动能与内能相互转化过程的影响。可以清晰的发现，随着局部螺旋度的提高，动能转化为内能的过程被抑制，而内能转化为动能的过程被促进。螺旋度对能量转化过程的影响，对内燃机减小能量损失，提高燃料利用效率有着理论上的指导意义[4]。

3 致谢

本研究得到了国家自然科学基金（资助号：91852203）支持。

参考文献

- 1 U. Frisch, *Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov*, Cambridge University Press, Cambridge, England, 1995.
- 2 A. Brissaud, U. Frisch, J. Leorat, M. Lesieur, and A. Mazure, *Helicity cascades in fully developed isotropic turbulence*, *Phys. Fluids* 16:1366-1367, 1973.
- 3 H. Aluie, *Compressible Turbulence: The Cascade and its Locality*, *Phys. Rev. Lett.* 106, 174502, 2011.
- 4 Z. Yan, X. Li, J. Wang, C. Yu. *Effect of pressure on joint cascade of kinetic energy and helicity in compressible helical turbulence*[J]. *Physical Review E*, 2019, 99(3): 033114.