

DOI:10.11784/tdxbz202005060

多浮筒段缓波型立管向量有限元分析

余 杨^{1,2,3}, 赵 宇^{1,2,3}, 张振兴⁴, 吴 晗⁵,
李振眠^{1,2,3}, 张 阳⁴, 傅一钦^{1,2,3}

1. 天津大学水利工程仿真与安全国家重点实验室, 天津 300072;
2. 天津大学天津市港口与海洋工程重点实验室, 天津 300072;
3. 北部湾大学机械与船舶海洋工程学院, 钦州 535011;
4. 海洋石油工程股份有限公司, 天津 300072;
5. 中国科学院力学研究所流固耦合系统力学重点实验室, 北京 100190)

摘要: 单浮筒段的缓波型柔性立管存在着局部张力或者弯矩过大的情况, 并且有着位型拱起过高等问题. 针对单浮筒段的缓波型柔性立管存在的这些问题, 对多浮筒段的缓波型柔性立管进行研究, 基于 Fortran 通过向量式有限元(VFIFE)法建立了缓波型柔性立管的数学模型, 并且通过改变浮筒段的数量、浮筒段的间距、浮筒段的单位浮力、部分浮筒段的浮力损失、海流的速度、浮筒段的位置对多浮筒段的缓波型立管进行静力计算, 分析上述条件的改变对静力平衡状态下的缓波型立管的影响; 并在实际海况下模拟出悬挂点垂荡激振, 对悬挂点垂荡激振下的多浮筒段缓波型立管开展响应特性研究, 分析了管段中部的最大弯矩、悬挂点处的最大有效张力以及速度分量的整体动态分布变化. 发现在不改变浮筒段单位浮力的情况下, 仅通过调整浮筒段数量、间距或者位置是无法同时降低立管顶部的最大有效张力与立管中部的最大弯矩的. 除此之外, 立管的整体构型也需要进行考虑. 只有兼顾浮筒段数量、间距以及位置这三者对立管中部的最大弯矩、悬挂点处的最大有效张力以及立管的整体构型的影响才能获得缓波型立管的最优布局; 同时还发现, 随着浮筒段数量的增加, 多浮筒段缓波型立管能够更好地限制立管的纵向运动, 这对限制立管的疲劳损伤有一定的现实意义.

关键词: 缓波型柔性立管; 多浮筒段; 向量式有限元; 静力分析; 动力分析

中图分类号: P756.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 0493-2137(2021)06-0561-14

Analysis of a Lazy-Wave Riser with Multi-Buoy Sections Based on VFIFE

Yu Yang^{1,2,3}, Zhao Yu^{1,2,3}, Zhang Zhenxing⁴, Wu Han⁵,
Li Zhenmian^{1,2,3}, Zhang Yang⁴, Fu Yiqin^{1,2,3}

1. State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Simulation and Safety, Tianjin University, Tianjin 300072, China;
2. Tianjin Key Laboratory of Port and Ocean Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;
3. College of Mechanical and Marine Engineering, Beibu Gulf University, Qinzhou 535011, China;
4. Offshore Oil Engineering Co., Ltd., Tianjin 300072, China;
5. Key Laboratory for Mechanics in Fluid Solid Coupling Systems, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: A lazy-wave riser with a single-buoy section has problems. For example, its tension or bending moment is too large in some places and the arch of riser is too high. To solve these problems, the vector form intrinsic finite

收稿日期: 2020-05-24; 修回日期: 2020-07-09.

作者简介: 余 杨(1988—), 男, 博士, 副教授, yang.yu@tju.edu.cn.

通信作者: 吴 晗, wuhan@imech.ac.cn.

基金项目: 国家自然科学基金青年基金资助项目(51609169); 国家重点研发计划资助项目(2018YFC0310502); 广西科技重大专项资助项目(桂科 AA17292007).

Supported by the National Natural Science Foundation of China for Youth(No. 51609169), the National Key Research and Development Program of China(No. 2018YFC0310502), Guangxi Science and Technology Major Project(No. Guike AA17292007).

element (VFIFE) method is adopted to build a mathematical model to analyze a lazy-wave riser with multi-buoy sections using Fortran. We changed the number and unit buoyancy of the buoy sections, the distance between buoy sections, the current speed, and the position of the buoy sections and simulate the loss of the buoy sections. Then, we conducted static analysis. We also determined the hang-off point of vertical harmonic motion to simulate the real sea environment. Then, we analyzed the maximum bending moment and effective tension of the riser. Finally, we analyzed the velocity component of the entire riser. Results showed that it is impossible to reduce the maximum effective tension at the top of the riser and the maximum bending moment in the middle of the riser by adjusting the number, distance, or position of the buoy sections without changing the unit buoyancy of the buoy sections. The overall configuration of the riser also needs to be considered. We should consider the influence of the number, distance, and position of the buoy sections on the maximum bending moment, maximum effective tension, and overall configuration of the riser to obtain the optimal lazy-wave riser layout. The results also showed that, with the increase in the number of buoy sections, the lazy-wave riser with multi-buoy sections can better limit the vertical movement of the riser, which has a certain practical significance for limiting the fatigue damage of the riser.

Keywords: lazy-wave riser; multi-buoy section; vector form intrinsic finite element (VFIFE); static analysis; dynamic analysis

进入 21 世纪以来,海洋油气资源勘探开发行业的发展日新月异,并且迅速成长为中国海洋经济的支柱产业.深水油气资源勘探开发和生产已经成为中国油气资源的发展方向之一^[1].深水区的采油平台和海底油田之间通过立管进行运输,因深海环境复杂多采用柔性立管^[2].其中,自由悬链线型立管易遭受恶劣的荷载从而导致立管的疲劳寿命降低;随着深度的不断增加,立管的顶部张力也将会越来越大^[3].对于立管的可靠性以及风险分析也渐渐增多^[4-5],为此出现了一种缓波型立管,这种立管通过在中间部位加浮筒段的方法,使得立管的顶部载荷减小,同时减小立管与海底接触点的受力^[6].

在国内外对缓波型立管的研究中,陈海飞^[7]在悬链式立管动力分析的基础上对缓波型立管进行了探索.王金龙等^[8]对不同海流速度下的缓波型立管进行了研究.李艳等^[9]对比了自由悬链线型立管与缓波型立管在相同环境下的位形、张力以及弯矩的变化,证明了缓波型立管的优越性.Wang 等^[10-13]通过改变浮筒段的长度、立管上部结构长度、海流流速、内流流速以研究缓波型立管的特性,并且模拟了立管在安装和废弃过程中的变化.阮伟东^[14]还分析了海床刚度、悬挂角和浮筒段位置对动力分析的影响规律.针对缓波型立管的单波型与双波型,于帅男等^[15]通过集中质量法对其进行了参数敏感性分析.

深海柔性立管属于细长杆件结构,其在海流和顶端较大浮体作用下的运动响应幅度较大,从严格意义上来说,此时运动行为属于小变形大变位的几何非线性问题.传统有限元方法处理该类问题时往往需要采用高阶项处理应变计算,且难以区分结构单元的刚

体运动和大变形,计算量大且计算过程稳定性较差.

向量式有限元是美国普渡大学 Ting 等^[16-18]提出的基于点值描述和向量力学理论的新型分析方法.向量式有限元法采用的计算过程首先是在一个时间步内每一个质点轮流计算,接着进入下一个时间步接着对每一个质点进行计算,构成循环.向量式有限元适合于大位移、大转动的结构^[19-20].目前, Li 等^[21-22]通过向量式有限元法自编 Matlab 软件分析钢悬链立管,与他人研究进行对比,证明了基于向量式有限元法对海洋立管进行静动力分析的可行性并分析了该方法的优越性.

相比于自由悬链线型立管,缓波型立管虽有其优越性,但也存在一些问题,例如缓波型立管的浮筒段集中导致了立管弯曲过大、浮筒段张力较大、不利于管内液体输送等.因此,本文基于向量式有限元理论,通过编制相应的 Fortran 求解程序对缓波型立管的静动力特性进行对比分析,其中静力学分析主要分为 4 个部分:①总浮力不变时浮筒段数量改变造成的影响;②多浮筒段之间的距离改变造成的影响;③浮筒段总浮力改变造成的影响;④现实情况下可能发生的多浮筒段下某个浮筒段浮力损失造成的影响.动力学分析主要分析的是立管悬挂点竖直简谐运动情况对不同浮筒段下立管弯矩、有效张力等因素造成的影响以及速度分量动态分布变化.

1 缓波型立管数学模型的建立

基于向量式有限元法,通过 Fortran 平台,建立缓波型柔性立管的数学模型^[23].

1.1 控制方程

如图 1 所示,根据向量式有限元法,将柔性立管离散为一系列有质量的质点,每一个质点之间通过单元连接,并且每一个单元都没有质量. 本文目标是开展缓波型柔性立管的三维静态构型与动态响应分析,故采用空间梁单元模拟质点间的单元内力. 由图 1 可知,随着时间的变化,即 $t_a \rightarrow t_b \rightarrow t_c$, 某一质点的运动被分解,在任意 $t_b - t_a$ ($b = a + 1$) 里面,质点运动满足如下微分方程:

$$\begin{cases} M_n \ddot{x}_n + \mu M_n \dot{x}_n + M_{nf} \ddot{\theta}_n = P_n(t) + f_n(t) \\ I_n \ddot{\theta}_n + \mu I_n \dot{\theta}_n = Q_n(t) + m_n(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中: x_n 、 θ_n 、 M_n 、 M_{nf} 、 I_n 、 $P_n(t)$ 和 $Q_n(t)$ 分别代表了在图 1 所示的整体参考系中质点 n 的坐标、角度、平动质量矩阵、附加质量矩阵、转动惯量矩阵、外力和外力矩; $f_n(t)$ 和 $m_n(t)$ 是质点 n 受到的内力和内力矩; μ 是阻尼参数.

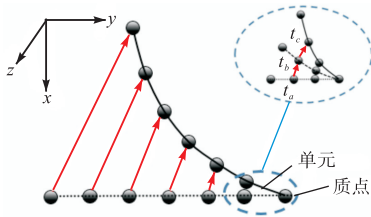


图 1 立管向量式有限元模型分析
Fig.1 VFIFE analysis model of the riser

向量式有限元方法通过虚拟逆向运动区分单元的纯刚体运动和变形,下面以在一个时间步长 $t(t_a \leq t \leq t_b, b = a + 1)$ 内的单元 AB 作为分析对象,分别介绍逆向运动以及单元作用于质点的内力和弯矩、质量和转动惯量矩阵、外力的计算方法.

1.2 主轴方向、单元随体参考系和逆向运动

单元 AB 初始时刻主轴向量如图 2 所示.

$t = 0$ 时,单元 AB 的初始主轴向量的主轴方向为

$$\begin{cases} e_{xs}^0 = \frac{x_B^0 - x_A^0}{|x_B^0 - x_A^0|} \\ e_{ys}^0 = \frac{x_{AC}^0 \times x_{xs}^0}{|x_{AC}^0 \times x_{xs}^0|} \\ e_{zs}^0 = e_{xs}^0 \times e_{ys}^0 \end{cases} \quad (2)$$

单元随体参考系和主轴方向随变形过程变化. 在一个时间步长 $t(t_a \leq t \leq t_b, b = a + 1)$ 内,当 $t = t_a$ 时,主轴向量为 $(e_{xs}^a, e_{ys}^a, e_{zs}^a)$,当 $t = t_b$ 时,主轴向量为 $(e_{xs}^b, e_{ys}^b, e_{zs}^b)$.

三维空间下梁单元主轴定义和逆向运动如图 3 所示,红色虚线的箭头方向代表逆向运动方向.

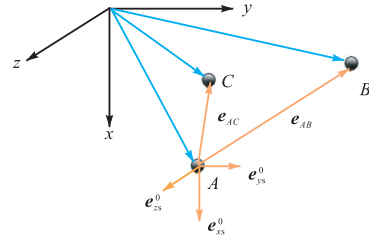


图 2 单元 AB 初始时刻主轴向量
Fig.2 Initial principal axis vector of unit AB

在 $t = t_b$ 时刻,主轴方向为

$$\begin{cases} e_{xs}^b = \frac{x_B^b - x_A^b}{|x_B^b - x_A^b|} \\ e_{ys}^b = R_\beta e_{ys}^a \\ e_{zs}^b = e_{xs}^b \times e_{ys}^b \end{cases} \quad (3)$$

式中 R_β 是转动矩阵.

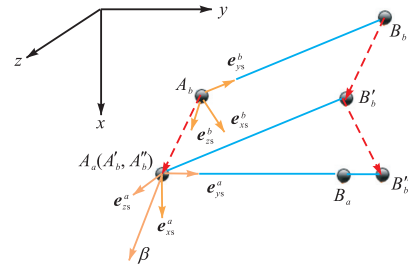


图 3 三维空间下梁单元主轴定义和逆向运动示意
Fig.3 3D beam element spindle definition and reverse motion

1.3 单元变形

在时间步长 $t(t_a \leq t \leq t_b, b = a + 1)$ 内,由于 t 的数值很小,变形也很小,单元 AB 的变形如下.

单元长度变化量为

$$\Delta l = |x_B^b - x_A^b| - |x_B^a - x_A^a| \quad (4)$$

质点 A 和质点 B 的扭转与弯曲角度分别为

$$\begin{cases} \alpha_{Axs} = 0 \\ \alpha_{Ays} = \theta_{Ays} - \beta_{ys} \\ \alpha_{Azs} = \theta_{Azs} - \beta_{zs} \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \alpha_{Bxs} = \theta_{Bxs} - \theta_{Axs} \\ \alpha_{Bys} = \theta_{Bys} - \beta_{ys} \\ \alpha_{Bzs} = \theta_{Bzs} - \beta_{zs} \end{cases} \quad (6)$$

式中 β_{js} 、 θ_{ijs} 分别为单元在随体坐标系下的转动向量角度和随体坐标系转角, $i = A, B, j = x, y, z$.

1.4 单元内力求解

上面经过逆向运动运算得到了单元 AB 的纯变形,可利用传统有限元方法计算单元内力. 在时间 $t(t_a \leq t \leq t_b, b = a + 1)$ 内的单元随体参考系下,质点 A 和质点 B 受到的力和力矩的变化值如下:

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{f}_{As} = [\Delta f_{Axs} & \Delta f_{Ays} & \Delta f_{Azs}]^T \\ \Delta \mathbf{m}_{As} = [\Delta m_{Axs} & \Delta m_{Ays} & \Delta m_{Azs}]^T \\ \Delta \mathbf{f}_{Bs} = [\Delta f_{Bxs} & \Delta f_{Bys} & \Delta f_{Bzs}]^T \\ \Delta \mathbf{m}_{Bs} = [\Delta m_{Bxs} & \Delta m_{Bys} & \Delta m_{Bzs}]^T \end{cases} \quad (7)$$

在向量式有限元计算过程中,各个单元都被视为没有质量,因此单元必须满足平衡条件.质点 A 和 B 整体参考系下受到的力和力矩如下:

$$\begin{cases} \mathbf{f}_A^t = \mathbf{f}_{As}^t / \boldsymbol{\Omega}, \mathbf{m}_A^t = \mathbf{m}_{As}^t / \boldsymbol{\Omega} \\ \mathbf{f}_B^t = \mathbf{f}_{Bs}^t / \boldsymbol{\Omega}, \mathbf{m}_B^t = \mathbf{m}_{Bs}^t / \boldsymbol{\Omega} \end{cases} \quad (8)$$

转换矩阵

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} (\mathbf{e}_{xs}^a)^T & (\mathbf{e}_{ys}^a)^T & (\mathbf{e}_{zs}^a)^T \end{bmatrix}^T$$

1.5 质量矩阵和惯量矩阵

质点集中质量和相连单元等效质点质量两者之和是质点上分配的柔性立管平动质量.本文研究的柔性立管视为均质,因此质点的质量为单元的总质量和附加质量相加之后的平均值,在时间步长 $t(t_a \leq t \leq t_b, b = a + 1)$ 内质量矩阵计算式为

$$\mathbf{M}_n + \mathbf{M}_{nf} = \rho A l \times \text{diag}[1 \quad 1 \quad 1] + \rho_f A_{\text{out}} l C_m \mathbf{N} + \rho_i A_{\text{in}} l \mathbf{N} \quad (9)$$

式中: \mathbf{M}_n 和 \mathbf{M}_{nf} 分别是等效质量矩阵和附加质量矩阵; ρ 是杆件密度; A 是截面面积; A_{out} 是以立管外径为直径的圆的面积; A_{in} 是以立管内径为直径的圆的面积; l 是单元长度; ρ_f 是海水密度; ρ_i 是内流密度; C_m 是附加质量系数; $\mathbf{N} = \mathbf{I} - \mathbf{e}_{xs}^n (\mathbf{e}_{xs}^n)^T$, \mathbf{I} 是转动惯量矩阵.

为了集成等效平动质量矩阵,需将单元的总质量平均分配到空间质点上,对于单元 AB ,则有

$$m_A = m_B = 1/2(M_{nAB} + M_{nfAB}) \quad (10)$$

在全局坐标系下,转动惯量矩阵为

$$\begin{cases} \mathbf{I}_A = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Omega}^T \begin{bmatrix} I_{Axs} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Ays} & 0 \\ 0 & 0 & I_{Azs} \end{bmatrix} \\ \mathbf{I}_B = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\Omega}^T \begin{bmatrix} I_{Bxs} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Bys} & 0 \\ 0 & 0 & I_{Bzs} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (11)$$

式(11)是单元 AB 分配给质点 A 和 B 的转动惯量,质点 A 和 B 在全局坐标系下总的转动惯量可依据上面的公式,再与质点 A 相连的所有单元分配量进行叠加.

1.6 外力计算

质点所受外力包括直接作用于质点上的力和分

布于单元上的等效力.立管上受到的所有载荷均需等效成对质点的载荷再代入式(1)进行数值计算.若单元 AB 在 $t = t_b = t_{a+1}$ 时刻整体坐标系下受均布载荷 p 作用,当单元逆向运动时,旋转之后的分布力在随体参考系下的计算式为

$$\mathbf{p}_s = \{p_{xs} \quad p_{ys} \quad p_{zs}\}^T = \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{R}_\beta)^T \cdot \mathbf{p} \quad (12)$$

若单元内载荷为均布载荷,可以先得到各自等效质点力与质点弯矩,然后再将其转换到整体参考系中,最后经由正向运动回到 $t = t_b = t_{a+1}$ 时刻的杆件位置,得到了可用于质点载荷集成的等效载荷为

$$\mathbf{p}_A = \mathbf{p}_B = (\mathbf{R}_\beta) \boldsymbol{\Omega}^T \cdot \left(\frac{l_0}{2} \mathbf{p}_s \right) \quad (13)$$

$$\mathbf{q}_A = -\mathbf{q}_B = (\mathbf{R}_\beta) \boldsymbol{\Omega}^T \cdot \left(\frac{l_0^2}{12} [0 \quad p_{zs} \quad p_{ys}]^T \right) \quad (14)$$

式中: \mathbf{p}_A 和 \mathbf{p}_B 分别代表 A 和 B 的节点力; \mathbf{q}_A 和 \mathbf{q}_B 分别代表 A 和 B 的节点弯矩.

单元 AB 单位长度上受到的重力

$$\mathbf{p}_m = (\rho A g + \rho_{\text{oil}} A_{\text{in}} g) \mathbf{e}_x \quad (15)$$

单元 AB 单位长度上受到的浮力

$$\mathbf{p}_b = -\rho_f [g \mathbf{e}_x + \dot{\mathbf{v}}_f] A \quad (16)$$

式中 \mathbf{v}_f 表示流体的速度.

立管的直径/波长 < 0.2 , 因此,针对立管所受到的流体阻尼力,本文采用的是莫里森公式.

单元 AB 单位长度上受到的横流阻尼力

$$\mathbf{p}_c = C_d \frac{\rho_f}{2} D_f \left[\mathbf{v}_r - (\mathbf{v}_r \cdot \mathbf{e}_{xs}^{n+1}) \mathbf{e}_{xs}^{n+1} \right] \cdot \left| \mathbf{v}_r - (\mathbf{v}_r \cdot \mathbf{e}_{xs}^{n+1}) \mathbf{e}_{xs}^{n+1} \right| \quad (17)$$

式中: D_f 是单元 AB 的有效水动力直径; C_d 是横流阻力系数; \mathbf{v}_r 表示流体与杆件相对速度.

单元 AB 单位长度上受到的切向阻尼力

$$\mathbf{p}_t = C_{d,t} \frac{\rho_f}{2} C_f (\mathbf{v}_r \cdot \mathbf{e}_{xs}^{n+1}) \left| \mathbf{v}_r \cdot \mathbf{e}_{xs}^{n+1} \right| \mathbf{e}_{xs}^{n+1} \quad (18)$$

式中: C_f 是单元 AB 的周长; $C_{d,t}$ 是切向阻尼力的系数.

由此可计算得到重力、浮力、流体阻尼力的等效质点力(矩).

针对柔性立管底部与海床发生接触的管段,单元海床土反力计算^[24]流程如图 4 所示.图中: H_{node1} 和 H_{node2} 是单元上两个节点在整体坐标系中的竖直位置; D_{out} 是立管外径; H_{seabed} 是单元上两个节点在整体坐标系中的竖直位置; V 是嵌入深度; R_c 是垂向作用力.

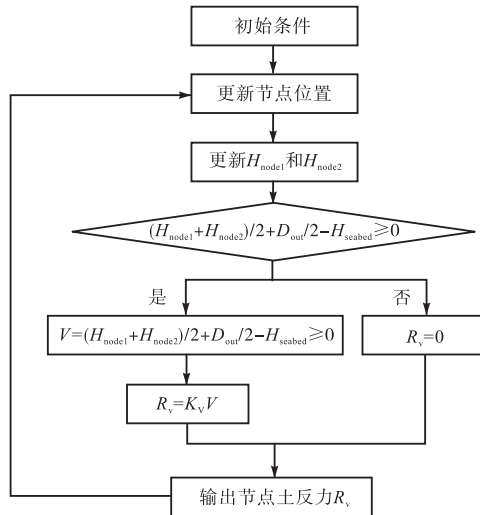


图 4 土反力计算流程

Fig.4 Soil reaction calculation process

2 缓波型立管的研究

2.1 模型验证

基于以上理论推导,编写了立管三维动态的向量有限元分析程序.为了验证计算方法的准确性,针对文献中经典算例,完成了立管建模与结果验证.

参照文献[9]选取立管的参数如下:海床深度 1641 m,海水密度 998 kg/m³,内部流体仅考虑质量,密度 1024 kg/m³,立管的下降段 390 m,悬垂段 1690 m,浮筒段 520 m,着地段 200 m,总长为 2800 m,立管外径 0.2032 m,立管内径 0.1841 m,立管管材密度 7860 kg/m³,弹性模量 2.06 × 10¹¹ N/m².

首先要确定有限元计算中每单元的长度,对单元长度进行敏感性分析,如图 5 所示.图 5 是单元长度改变对立管有效张力的影响,可以发现单元长度 1 m、10 m 与 20 m 的模拟结果基本吻合.但当单元的长度选择较大时候,使用该方法计算需要大幅缩小时间步方可收敛并进行计算.经过对比,单元长度的增加并没有有效地降低计算时长,提高计算效率,综合考虑之后选择单元长度为 1 m 进行后续分析.

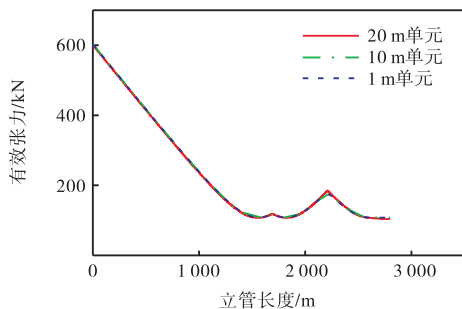


图 5 单元长度对有效张力的影响

Fig.5 Influence of the unit length on effective tension

所以,程序中单元数量设置为 2800 个,每个单元长度为 1 m,以初始的悬挂点位置为坐标原点,最末端固定在 (1775 m, 1641 m). 为了对缓波型立管进行静态以及动态分析,如图 6 所示,首先建立初始位形.在初始时刻,立管水平铺在海床上,呈直线状.通过速度控制函数控制立管的一端朝着预定的位置(立管顶端连接平台的位置)移动,水平方向运动控制为匀速运动,竖直方向控制为匀加速运动,总位移轨迹为抛物线.立管顶部到达预定位置后不再运动,当立管的位形、弯矩以及有效张力达到平衡后可以得到立管静态平衡的结果.

图 7 为静态平衡之后缓波形立管的位形和有效张力结果输出,并与文献[25]及 OrcaFlex 进行对比,结果吻合度很高,对比证明本文方法和程序可以用于 SCR 立管的静动态分析.

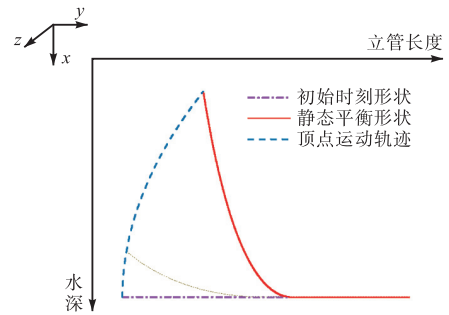
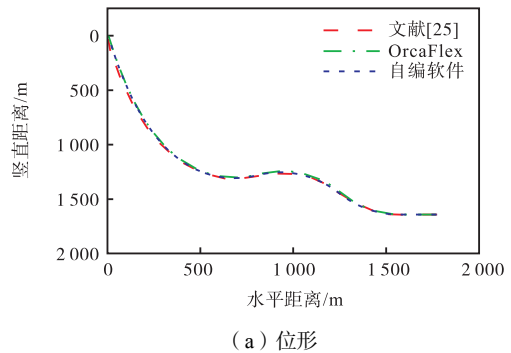
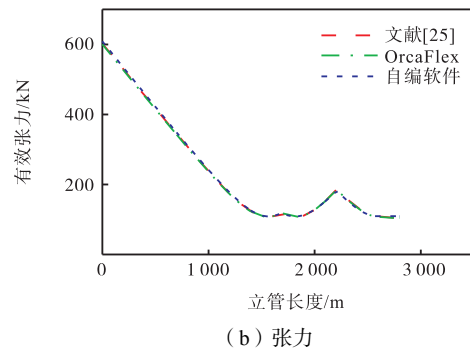


图 6 立管的变形

Fig.6 Diagram of riser deformation



(a) 位形



(b) 张力

图 7 LWR 与 OrcaFlex 以及文献[25]的结果比较

Fig.7 Comparison of the results of LWR, OrcaFlex, and the study of Ref.[25]

2.2 静力结果分析

本文采用柔性立管算例的基本参数如表 1 所示. 设浮筒段密度趋近 0, 浮力都为立管提供向上提升力.

表 1 算例数据

Tab.1 Physical properties

参数	数值
海水密度/(kg · m ⁻³)	1 024
海床深度/m	500
立管长度/m	1 050
外径/m	0.409
内径/m	0.317
弹性模量/GPa	8.558
刚性模量/GPa	2.859
密度/(kg · m ⁻³)	3 297.856 7
泊松比	0.5
横向阻尼力系数	0.8
切向阻尼力系数	0.008
附加质量系数	1
结构阻尼系数	0.8

2.2.1 总浮力不变时浮筒段数量改变造成的影响

缓波型立管若只设置单浮筒段, 有时候会导致拱起高度过高, 局部弯矩过大, 不利于管内液体输送等问题. 为此, 本文对柔性立管上安装多个浮筒段展开了一系列研究. 本节开展了浮筒段数量对缓波型立管构型及内力影响的研究. 在保持浮筒段提供的总浮力不变的情况下, 建立 4 个模型 A1、A2、A3、A4, 各个模型的具体参数如下.

选取的立管 A1 分为 3 段: 悬垂段为 550.00 m, 浮筒段为 200.00 m, 下降段 300.00 m.

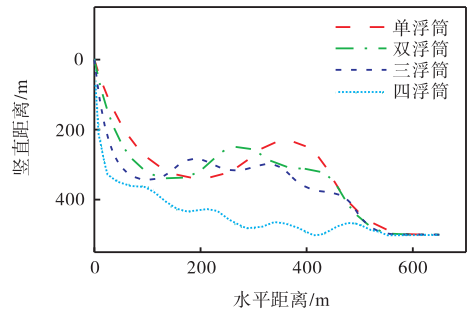
选取的立管 A2 分为 5 段: 第 1 段悬垂段为 500.00 m, 第 2 段浮筒段为 100.00 m, 第 3 段悬垂段为 100.00 m, 第 4 段浮筒段为 100.00 m, 第 5 段下降段 250.00 m.

选取的立管 A3 分为 7 段: 第 1 段悬垂段为 449.95 m, 第 2 段浮筒段为 66.70 m, 第 3 段悬垂段为 100.00 m, 第 4 段浮筒段为 66.70 m, 第 5 段悬垂段为 100.00 m, 第 6 段浮筒段为 66.70 m, 第 7 段下降段为 199.95 m.

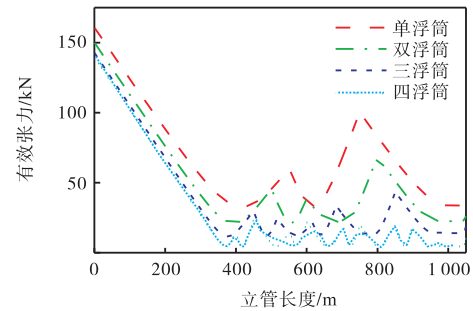
选取的立管 A4 分为 9 段: 第 1 段悬垂段为 400.00 m, 第 2 段浮筒段为 50.00 m, 第 3 段悬垂段为 100.00 m, 第 4 段浮筒段为 50.00 m, 第 5 段悬垂段为 100.00 m, 第 6 段浮筒段为 50.00 m, 第 7 段悬垂段为 100.00 m, 第 8 段浮筒段为 50.00 m, 第 9 段下降段为 150.00 m.

浮筒段单位长度浮力为 1 130 N/m. 如图 8 所示, 通过立管向量有限元分析程序, 笔者将模型 A1、A2、A3、A4 的位形、有效张力以及弯矩进行对比

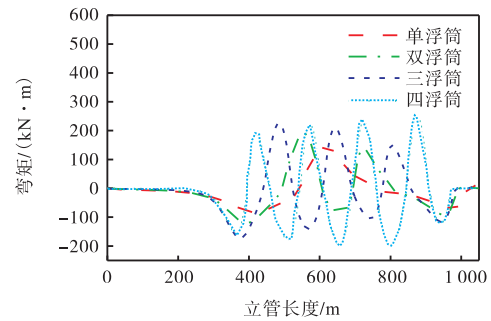
分析.



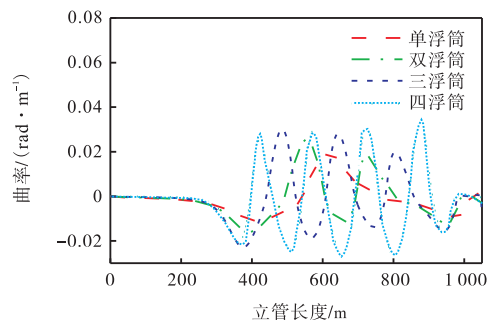
(a) 位形



(b) 有效张力



(c) 弯矩



(d) 曲率

图 8 总浮力不变时浮筒段数量对管构型和内力的影响
Fig.8 Influence of the number of buoyancy blocks on riser configuration and internal force under a constant total buoyancy

从图 8 中可以看出, 随着浮筒段数量的增加, 位形中部波峰最高位置不断降低; 悬挂点有效张力的值由 160.5 kN 逐渐变为 149.8 kN、142.5 kN 和

138.7 kN, 分别降低 6.7%、11.2% 和 13.6%; 而立管中下位置有效张力最大值则是从 99.3 kN 逐渐变为 67.6 kN、42.2 kN、23.2 kN, 分别降低 31.9%、57.5% 和 76.6%。由此可见, 总浮力不变的情况下增加浮筒段数量对于中下位置有效张力的影响要远大于对悬挂点处的影响, 可以通过增加浮筒段的方式大幅降低缓波型立管中下段的有效张力。然而, 随着浮筒段数量的增加, 弯矩峰值则从 145.1 kN·m 增加到 189.7 kN·m、228.6 kN·m、246.3 kN·m, 分别增大了 30.7%、57.5% 和 69.7%, 增加幅度明显。因此为了

获得缓波型立管最佳构型, 在不改变其他参数下单纯增加浮筒段的数量是无法兼顾位型、有效张力与最大弯矩的, 仍需对其他参数进行优化。

2.2.2 多浮筒段之间的距离改变造成的影响

多浮筒段间距长短的设置往往也会影响到立管的整体位形。基于上述结果, 对 A3 模型中浮筒段间距进行改变, 考察其对立管张力与弯矩的影响。浮筒段原间距为 100 m, 分别缩短至间距为 75 m 以及间距为 50 m 后, 结果对比如图 9 所示。

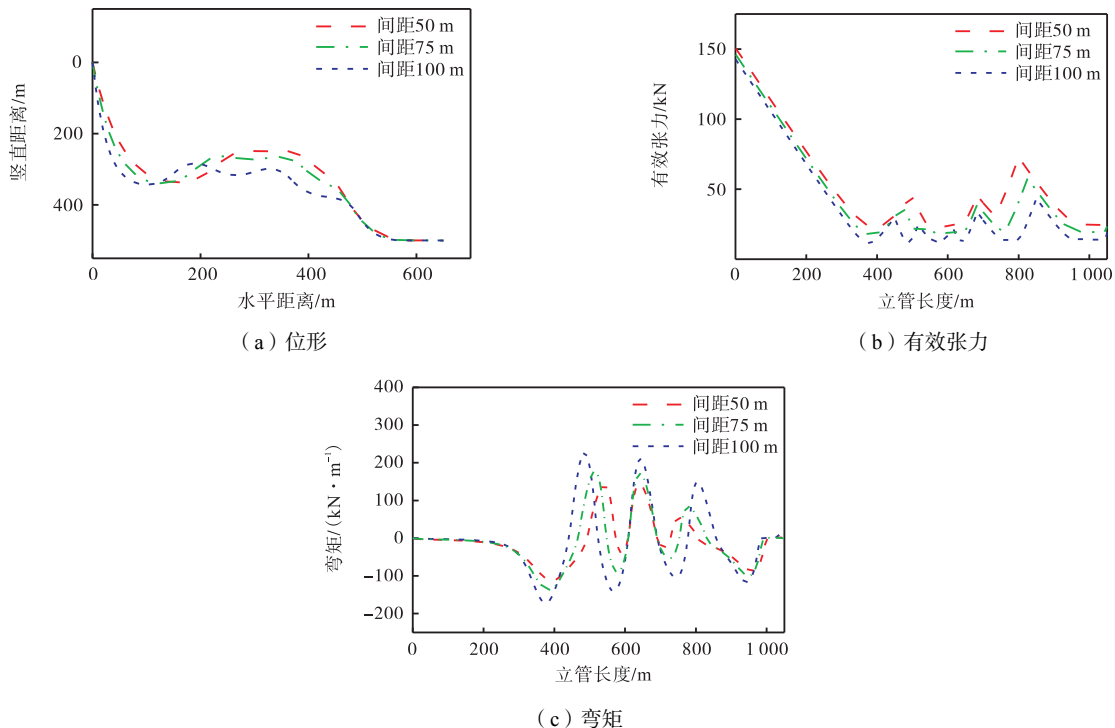


图 9 多浮筒段之间的距离对弯矩的影响

Fig.9 Influence of the distance between two adjacent buoy section on bending moment

由图 9 可以看出: 随着浮筒段间距的缩短, 位形中部波峰最高位置不断升高且悬挂处有效张力略有增长; 立管中下位置处有效张力峰值上升明显, 浮筒段间距 75 m 与 50 m 分别增长了 35% 与 70%; 另一方面, 立管的弯矩峰值则随着浮筒段间距的缩短大幅降低, 从 228.6 kN·m 下降至 178.7 kN·m 与 143.2 kN·m。因此浮筒段间距的缩短会降低管段的曲率。结合上节的分析结果可知, 在不改变浮筒段单位浮力的情况下仅通过调整浮筒段数量或间距是无法同时降低立管有效张力与最大弯矩的。只有兼顾浮筒段数量与间距两者对立管位形的影响才能获得缓波型立管的最优布局。

2.2.3 浮筒段浮力的改变造成的影响

为了确定单浮筒段浮力变化对含有不同数量浮筒段的缓波型立管形态及内力的影响, 本节改变模型

A1、A2、A3、A4 的浮筒段单位浮力, 进行参数敏感性分析。

如图 10 所示, 虽然浮筒段的数量在改变, 但是浮筒段浮力的变化对位形和有效张力的影响的规律却是十分相似。随着单位长度浮力的增加, 立管位形中间段波峰顶点不断上升, 并且波峰位置往立管悬挂端不断靠近, 悬挂端有效张力减小, 而中下部位置的有效张力则不断增大, 立管浮筒段的最大弯矩也在不断降低, 且不同数量浮筒段下缓波型立管的位型与内力随着浮筒段单位浮力的变化率基本保持一致。

2.2.4 三浮筒段下各浮筒段浮力损失造成的影响

考虑到现实环境下, 若多浮筒段中的某个浮筒段可出现浮力损失, 将改变缓波型立管的整体位型, 进而影响其内力分布。本节针对此问题进行模拟分析, 基于 A3 模型分别对考虑首浮筒段、中浮筒段、末浮

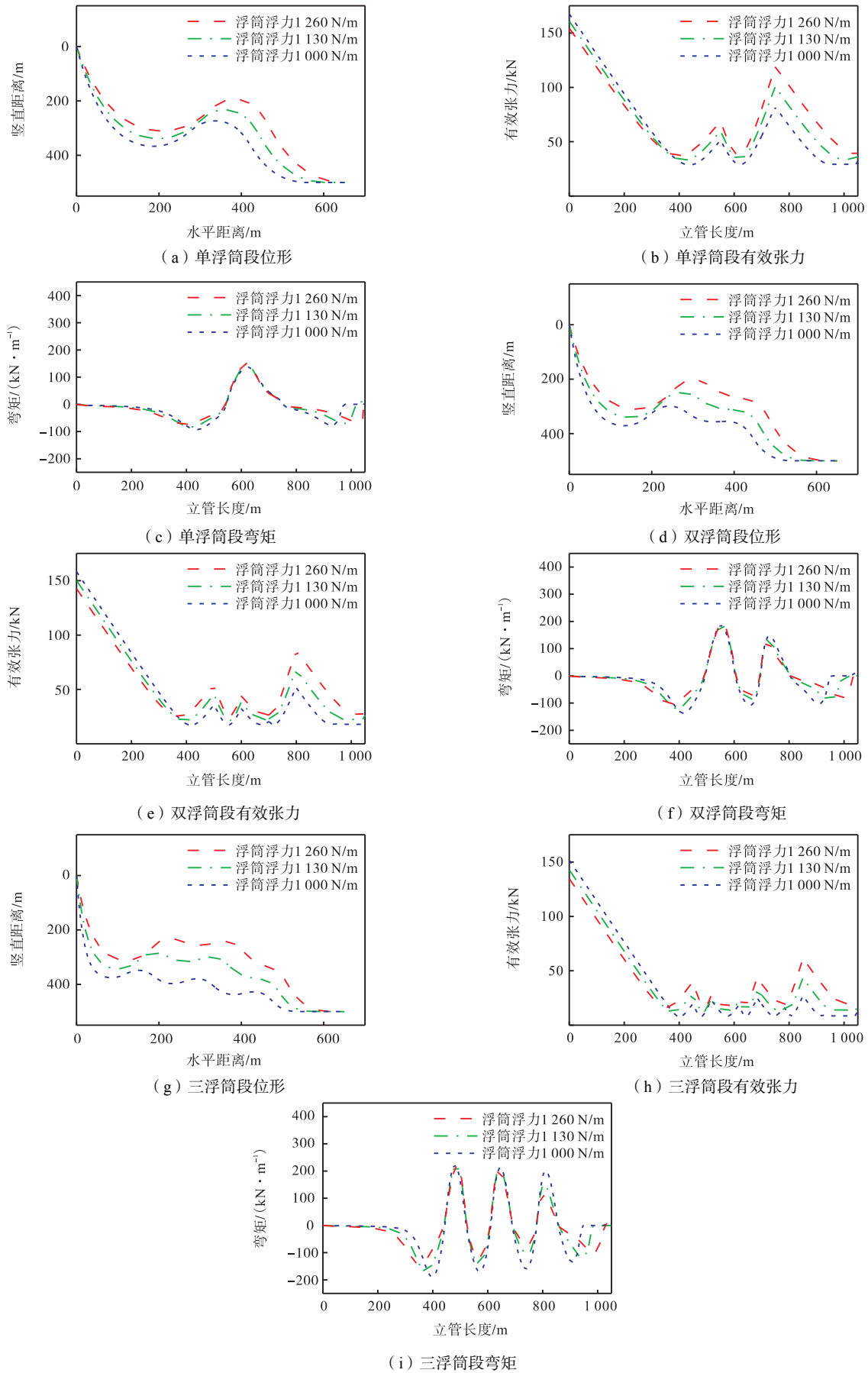


图 10 浮筒段浮力对立管构型和内力的影响

Fig.10 Influence of the buoyancy of the buoyancy blocks on riser configuration and internal force

筒段浮力损失 20% 后的立管整体构型以及有效张力、弯矩进行对比,结果如图 11 所示。

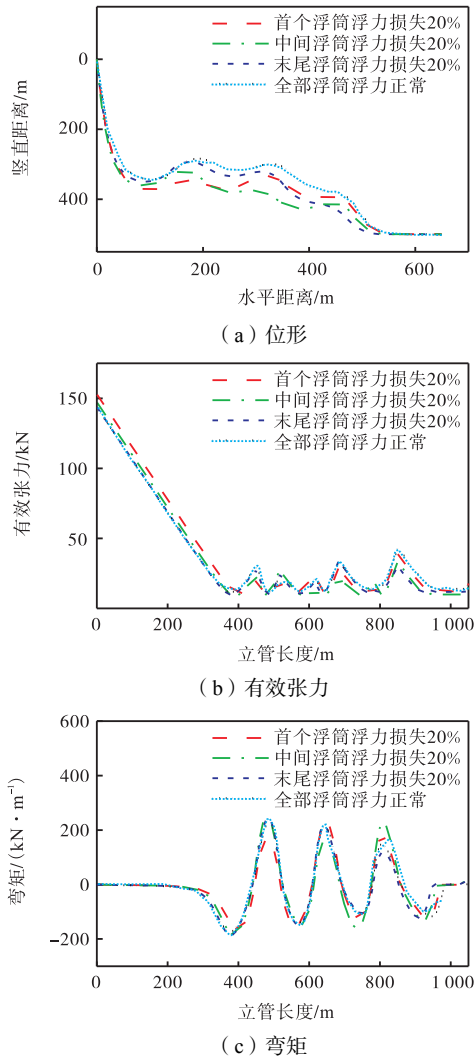


图 11 首尾浮筒段浮力对立管构型和内力的影响

Fig.11 Influence of the buoyancy of the first or last buoyancy block on riser configuration and internal force

当 3 个浮筒段都是提供 1 130 N/m 向上拉力时,位形中 3 个波峰分别为(186 m, 285 m)、(333 m, 296 m)和(468 m, 389 m)。当首浮筒段浮力损失 20% 时,第 1 个波峰的坐标为(170 m, 345 m),相比于初

始模型的第 1 个波峰降低了 60 m,此处下降最大. 当中浮筒段浮力损失 20% 时,第 2 个波峰的坐标为(304 m, 376 m),相比于初始模型的第 2 个波峰降低了 80 m,此处下降最多. 当末浮筒段浮力损失 20% 时,第 3 个波峰坐标为(450 m, 425 m),相比于初始模型的第 3 个波峰下降了 49 m,此处下降最大. 3 个浮筒段都提供 1 130 N/m 向上拉力时,立管顶部有效张力为 142.3 kN,当首浮筒段浮力损失 20% 时,立管顶部有效张力为 152.4 kN,当中浮筒段浮力损失 20% 时,立管顶部有效张力为 146.6 kN,当末浮筒段浮力损失 20% 时,立管顶部有效张力为 143.6 kN. 对于弯矩来说,笔者发现当首浮筒段浮力损失 20% 时,弯矩在第 1 个波峰达到最小值为 169.9 kN·m,当中浮筒段浮力损失 20% 时,弯矩在第 2 个波峰达到最小值为 163.0 kN·m,当末浮筒段浮力损失 20% 时,弯矩在第 3 个波峰达到最小值为 119.2 kN·m.

三浮筒段状态下首中末浮筒段浮力损失造成的影响如下:首中末浮筒段浮力的损失会降低立管的整体位形,并且在原本首末浮筒段所在的位置下降最大;浮力损失浮筒段处张力下降明显,其他位置张力基本保持不变;浮力损失浮筒段处弯矩值降低,其他浮筒段的弯矩值有所上升,特别是当中段浮力发生损失时,首尾段最大弯矩的增长较明显。

2.2.5 三浮筒段下海流流速改变造成的影响

考虑到现实环境下立管会受到流速的影响,对立管施加两个梯度流,分别为顶部流速为 0.6 m/s、底部流速为 0 m/s 以及顶部流速为 1.2 m/s、底部流速为 0 m/s 的梯度流,流速方向为 x 正轴方向. 基于 A3 模型分别对立管整体构型以及有效张力、弯矩进行对比,结果如图 12 所示. 可以发现在海流作用下,立管整体构型向右侧偏移. 随着流速的逐渐增加,立管顶部悬挂角由 4.372°变成 7.628°、17.386°. 各流速下立管有效张力数值区别不大,立管最大弯矩值增加,随着流速的逐渐增加,立管最大弯矩分别为 228.6 kN·m、232.1 kN·m、250.8 kN·m.

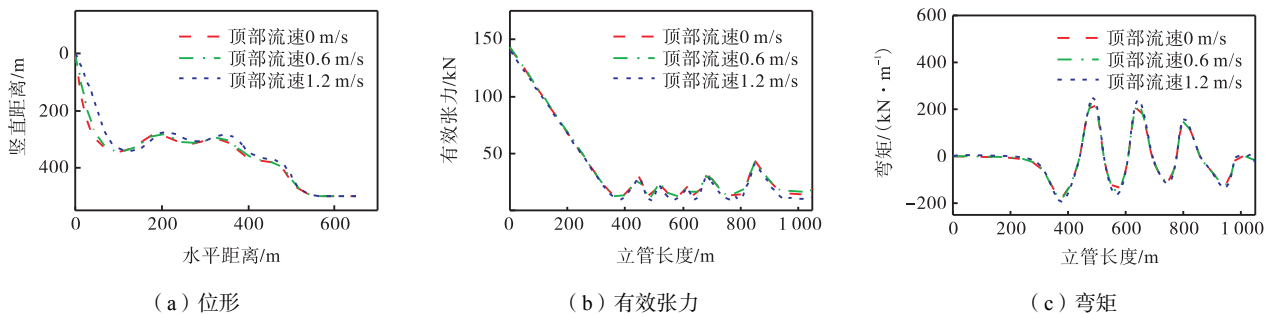


图 12 流速对立管构型和内力的影响

Fig.12 Influence of the current speed on riser configuration and internal force

三浮筒段下海流流速改变造成的影响如下:立管整体构型往海流速度正方向偏移,立管最大弯矩值随着流速的变大而变大.

2.2.6 三浮筒段下浮筒段位置改变造成的影响

考虑到立管浮筒段的布置问题,基于 A3 模型,将立管 3 个浮筒段全部前移 50 m 和 100 m,并且分别对立管整体构型以及有效张力、弯矩进行对比,结果如图 13 所示.可以发现随着浮筒段的前移,立管整体构型向上且向左偏移.立管顶部有效张力由 142.5 kN 变成 124.9 kN、107.2 kN.立管最大弯矩值增加,立管最大弯矩分别为 228.6 kN·m、253.4 kN·m、279.5 kN·m.

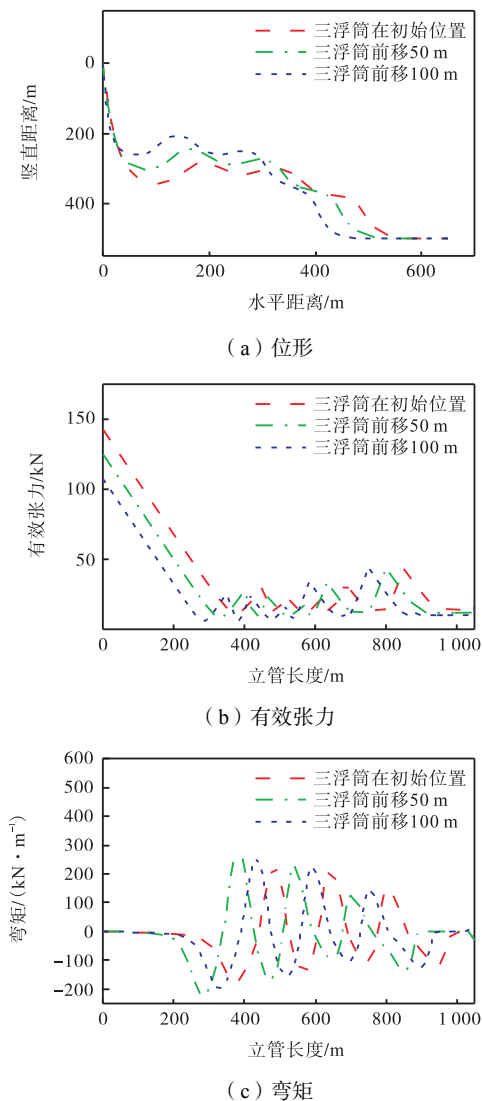


图 13 浮筒段位置对立管构型和内力的影响

Fig.13 Influence of the position of the buoyancy blocks on riser configuration and internal force

三浮筒段下浮筒段位置改变造成的影响如下:随着浮筒段的上移,立管最大有效张力明显减小,立管最大弯矩值明显变大.

2.3 动力结果分析

在环境载荷下 FPSO 的运动响应较为复杂,其中立管顶部垂荡激振对立管整体响应作用明显.根据某 FPSO 在波浪高度为 4.5 m、波浪周期为 10 s、入射角为 0% 的规则波作用下的垂荡运动,设置立管悬挂点的运动幅值为 1.5 m、周期为 10 s.流载荷为顶部为 1.2 m/s、底部为 0 m/s 的梯度流,流速方向为 x 正轴方向.本节设单双三浮筒段立管,管段布置与第 2.2.1 节相同.对稳定了的最大弯矩、最大有效张力(悬挂点处)进行分析,如图 14 和图 15 所示,对达到稳定状态后的一个周期内的立管质点速度进行分析,得到图 16 和图 17 所示结果.

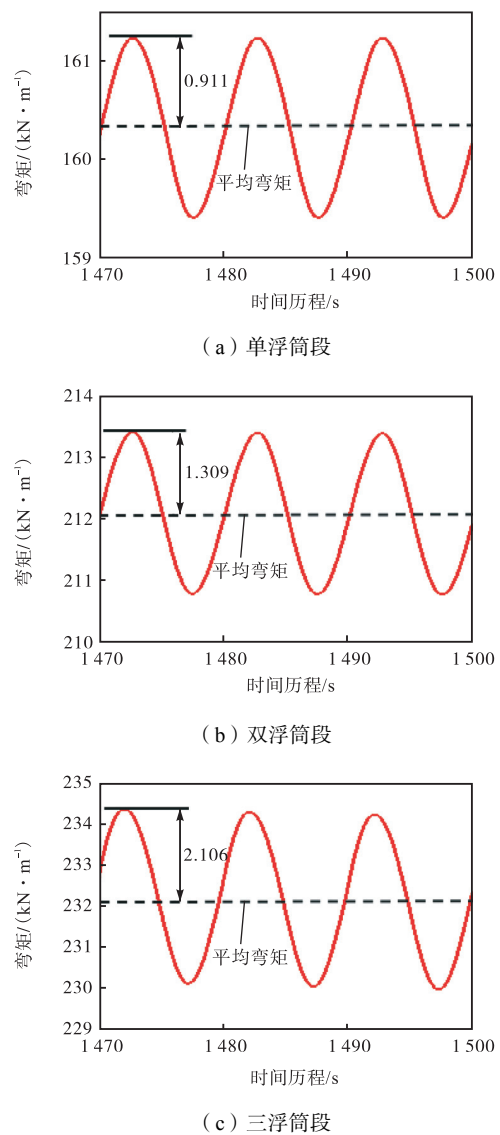


图 14 最大弯矩历时曲线

Fig.14 Time history of the maximum bending moment

如图 14 所示,单、双和三浮筒段的最大弯矩分别是 161.2 kN·m, 213.4 kN·m 和 234.2 kN·m,当浮筒段的数量由 1 块增加到 2 块和 3 块的时候,最大

弯矩分别增加 32.4%和 45.3%。悬挂点弯矩增大,而且变化的周期不变,皆为 10s。而在图 15 中,单、双和三浮筒段悬挂点有效张力分别为 230.2kN、212.4 kN 和 200.7 kN,分别减少了 7.7%和 12.8%,周期为 10s,可以发现悬挂点有效张力随着浮筒段数量的增加而不断减小。

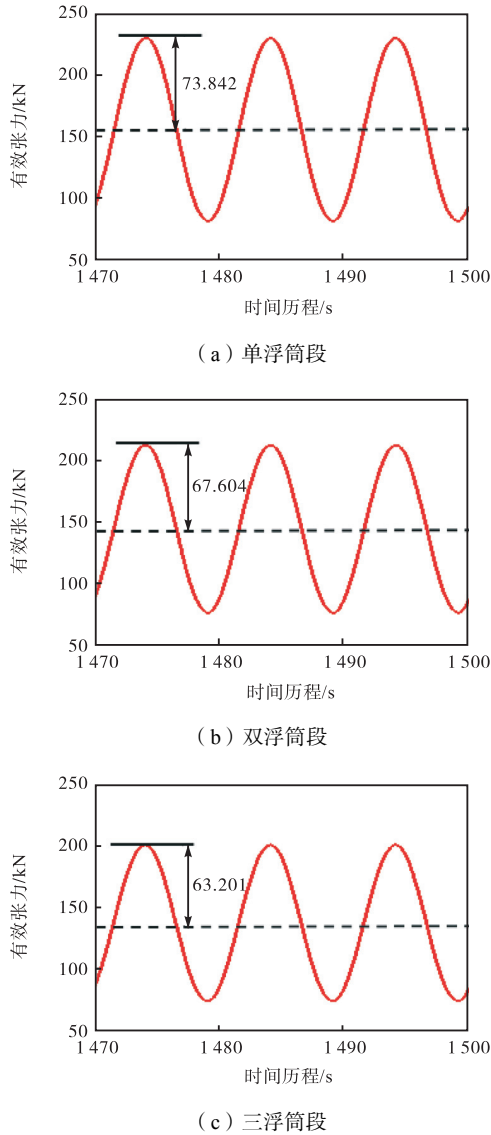


图 15 悬挂点有效张力历时曲线

Fig.15 Time history of the hang-off effective tension

图 16 与图 17 中通过红蓝颜色的交替变化来体现速度分量在不同时刻的交替变化,红色表示初始时刻,蓝色表示 1s 之后的时刻,随后红色再表示下 1s 的时刻。图 16 显示的是立管横向(y 方向)速度分量的分布,此时立管顶端施加的是垂向运动,横向速度为 0。从图中可以看出无论是单、双或三浮筒段,立管自身的最大运动速度在立管中上部,首段悬垂段下部,其中单浮筒段立管的最大运动速度在距离立管顶部 420 m 处,单浮筒段立管的悬垂段为 550 m;双浮

筒段立管的最大运动速度在距离立管顶部 390 m 处,双浮筒段立管的第 1 悬垂段为 500 m;三浮筒段立管的最大运动速度在距离立管顶部 374 m 处,三浮筒段立管的第 1 悬垂段为 449.95 m。单浮筒段下横向最大速度点的速度在-0.5 ~ 0.5 m/s 之间,双浮筒段下横向最大速度点的速度在-0.49 ~ 0.49 m/s 之间,三浮筒段下横向最大速度点的速度在-0.48 ~ 0.48 m/s 之间,最大速度随着浮筒段数量的增加而缓慢减少。当浮筒段的数量增加时,最大速度在 0.4 m/s 以上的立管段长度逐渐缩短。

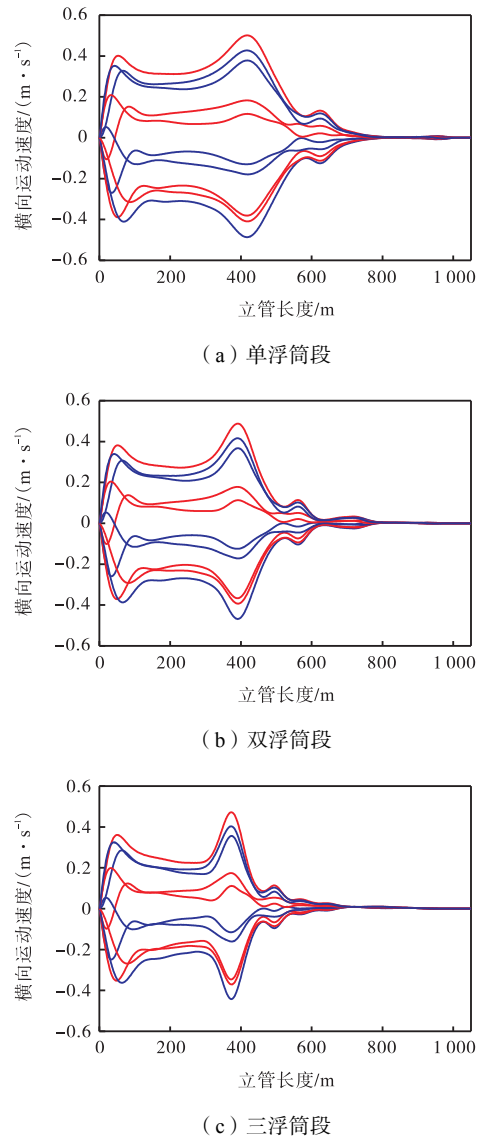


图 16 立管横向速度分量分布

Fig.16 Lateral velocity component distribution of the riser

图 17 显示的是立管纵向(x 方向)速度分量的分布,单浮筒段立管从距立管顶部 270 m 处开始纵向运动速度发生颈缩变化,运动速度不断减小,在距立管顶部 477 m 处速度接近零;双浮筒段立管从距立管顶部 280 m 处开始纵向运动速度发生颈缩变化,运动速

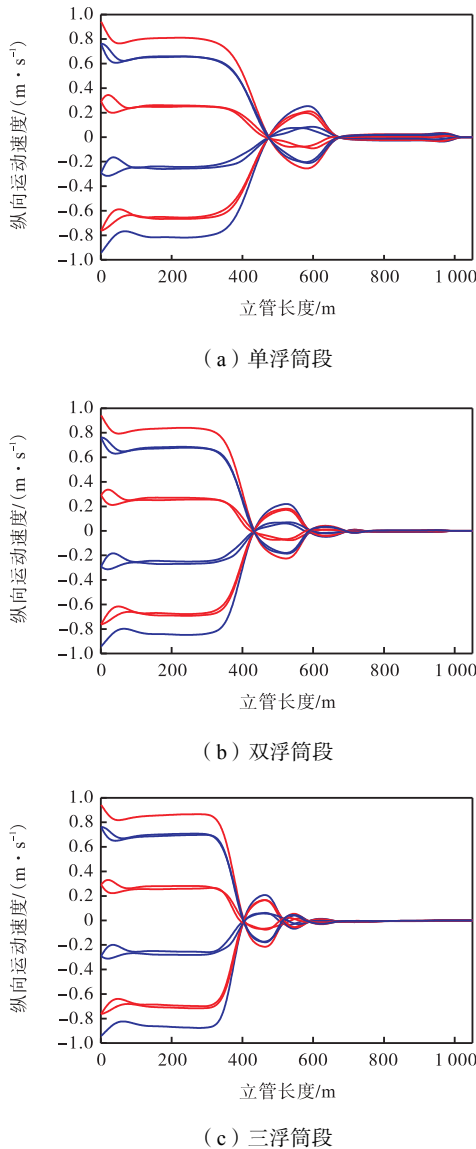


图 17 立管纵向速度分量分布

Fig.17 Vertical velocity component distribution of the riser

度不断减小,在距立管顶部 433 m 处速度接近零;三浮筒段立管在距立管顶部 300 m 处开始纵向运动速度发生颈缩变化,运动速度不断减小,在距立管顶部 400 m 处速度接近零.随着立管长度发展速度逐渐增大,单浮筒段立管在距离立管顶部 584 m 处(浮筒段上部)速度达到最大值,此后纵向速度又发生颈缩,在距离立管顶部 667 m 处(浮筒段下部)纵向速度第 2 次接近零;双浮筒段立管在距离立管顶部 525 m 处(第 1 浮筒段上部)速度达到最大值,此后纵向速度又发生颈缩,在距离立管顶部 586 m 处(第 1 浮筒段下部)纵向速度第 2 次接近零;三浮筒段立管在距离立管顶部 464 m(第 1 浮筒段上部)处速度达到最大值,此后纵向速度又发生颈缩,在距离立管顶部 516 m(第 1 浮筒段下部)处纵向速度第 2 次接近零.每多增加一个浮筒段,立管在所增加处就会随着立管长度

的发展多发生一次类似的速度波动且峰值逐渐降低.对比图 17(a)、(b)、(c)可以发现,随着浮筒段数量的增加,多浮筒段能够更好地限制立管的纵向运动.随着立管上浮筒段数量的增加,纵向速度发生颈缩所需立管的长度也不断缩短,立管上能够有更长的区域纵向速度维持在一个较低的水平.这可能是由于浮筒段增加之后,首块浮筒段往前移动导致的.

立管悬挂点垂荡激振造成的影响如下:动力结果分析中,随着浮筒段数量的增加,立管最大弯矩(位于立管第 1 浮筒段)会增加,最大有效张力(位于立管悬挂点)会减小,虽然立管各点的最大运动速度没有显著变化,但是立管横向速度最大值所在处离立管顶部越来越近,立管纵向速度 0 点所在处同样也离立管顶部越来越近,通过增加浮筒段的数量使缩立管中高速运动段的长度缩短.

3 结 论

本文基于向量有限元理论,对多浮筒段的缓波型立管展开研究,对静力学状态下浮筒段的数量、浮筒段之间的间距、浮筒段的总浮力等参数进行了敏感性分析,同时分析了实际工况中可能会发生的浮筒段浮力损失的影响规律,并且开展了立管动力响应模拟,对在垂荡激振下立管的弯矩、有效张力以及立管速度分量分布进行了分析,得到了以下结论.

(1) 总浮力不变的情况下增加浮筒段数量能降低立管位形中部波峰最高位置以及立管中下段的有效张力,但是最大弯矩会上升.而缩短浮筒段间距虽会导致立管位形中部波峰升高,浮筒区域的有效张力峰值明显上升,但会大幅降低弯矩峰值.因此,在不改变浮筒段单位浮力的情况下仅通过调整浮筒段数量或间距是无法同时降低立管有效张力与最大弯矩的.只有兼顾浮筒段数量与间距两者对立管位形的影响才能获得缓波型立管的最优布局.

(2) 在浮筒段数量一定的情况下,随着单位长度浮力的增加,立管位形中部波峰最高位置升高,并且波峰位置往立管悬挂端不断靠近,悬挂端有效张力减小,中下部位置的有效张力则不断增大,立管浮筒段的最大弯矩也在不断降低,且不同数量浮筒段下缓波型立管的位型与内力随着浮筒段单位浮力的变化率基本保持一致.

(3) 立管在设置三浮筒段下,浮力损失浮筒段处张力下降明显,弯矩值降低,其他浮筒段的有效张力基本无影响但弯矩值有所上升,特别是当中段浮力发生损失时,首尾段最大弯矩的增长较明显;随着海流

流速的变大,立管整体构型往海流速度正方向偏移,立管最大弯矩值增大;随着浮筒段的整体上移,立管最大有效张力减小,最大弯矩增大。

(4) 立管悬挂点垂荡激振运动过程中,浮筒段数量增加对管段中部的最大弯矩与悬挂点处的最大有效张力造成的影响与静力结果规律一致。随着浮筒段数量的增加,立管各点的最大运动速度没有显著变化,但可以减少高速运动的立管段。同时立管横向速度最大值所在质点离立管顶部越来越近,立管纵向速度零点所在质点同样也离立管顶部越来越近。

本文基于向量有限元的多浮筒段缓波型立管的静动力分析,希望可以为缓波型立管的结构优化提供参考。

参考文献:

- [1] Yang H Z, Li H J. Sensitivity analysis of fatigue life prediction for deepwater steel lazy wave catenary risers[J]. Science China-Technological Sciences, 2011, 54(7): 1881-1887.
- [2] 余建星,蔡晓雄,余 杨,等. 深海刚性跨接管弯管强度关键影响因素研究[J]. 海洋工程, 2018, 36(1): 1-8.
Yu Jianxing, Cai Xiaoxiong, Yu Yang, et al. Study on the key factors influencing the strength of bend tube of subsea rigid jumper[J]. The Ocean Engineering, 2018, 36(1): 1-8(in Chinese).
- [3] 李 鹏,李 彤,张鸿凯,等. 深水 FPSO 柔性立管[C]// 2010 年度海洋工程学术会议论文集. 广州, 中国, 2010: 378-385.
Li Peng, Li Tong, Zhang Hongkai, et al. Flexible riser in deep water FPSO[C]// Proceedings of the 2010 Ocean Engineering Academic Conference. Guangzhou, China, 2010: 378-385(in Chinese).
- [4] 余建星,刘晓强,余 杨,等. 基于改进响应面法的立管疲劳可靠性计算[J]. 天津大学学报: 自然科学与工程技术版, 2017, 50(10): 1011-1017.
Yu Jianxing, Liu Xiaoqiang, Yu Yang, et al. Calculation on fatigue reliability of riser based on improved response surface method[J]. Journal of Tianjin University: Science and Technology, 2017, 50(10): 1011-1017(in Chinese).
- [5] 郝 帅,余 杨,吴 雷,等. 复杂载荷下深水顶张式立管屈曲失效风险分析[J]. 天津大学学报: 自然科学与工程技术版, 2018, 51(6): 555-565.
Hao Shuai, Yu Yang, Wu Lei, et al. Risk analysis on buckling failure of deepwater TTRs under complex loads [J]. Journal of Tianjin University: Science and Technology, 2018, 51(6): 555-565(in Chinese).
- [6] Ioannis K. On the effect of internal flow on vibrating catenary risers in three dimensions[J]. Engineering Structure, 2010, 32(1): 3313-3329.
- [7] 陈海飞. 深水柔性立管非线性静动力分析[D]. 青岛: 中国海洋大学, 2011.
Chen Haifei. Nonlinear Static and Dynamic Analyses of Deepwater Flexible Risers[D]. Qingdao: Ocean University of China, 2011(in Chinese).
- [8] 王金龙,段梦兰,田 凯. 海流作用下的深水缓波型立管形态研究[J]. 应用数学和力学, 2014, 35(9): 959-968.
Wang Jinlong, Duan Menglan, Tian Kai. Research on the configuration of the deepwater steel lazy-wave riser under effects of ocean currents[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2014, 35(9): 959-968(in Chinese).
- [9] 李 艳,李 欣. 深水缓波型立管的非线性动力分析[J]. 中国造船, 2014, 55(2): 92-101.
Li Yan, Li Xin. Nonlinear analysis of lazy-wave steel catenary riser in deepwater[J]. Shipbuilding of China, 2014, 55(2): 92-101(in Chinese).
- [10] Wang J L, Duan M L, He T, et al. Numerical solutions for nonlinear large deformation behaviour of deepwater steel lazy-wave riser[J]. Ships and Offshore Structures, 2014, 9(6): 655-688.
- [11] Wang J L, Duan M L. A nonlinear model for deepwater steel lazy-wave riser configuration with ocean current and internal flow[J]. Ocean Engineering, 2015, 94: 155-162.
- [12] Wang J L, Duan M L, Luo J M. Mathematical model of steel lazy-wave riser abandonment and recovery in deepwater[J]. Marine Structures, 2015, 41: 127-153.
- [13] Wang J L, Duan M L, Wang Y, et al. A nonlinear mechanical model for deepwater steel lazy-wave riser transfer process during installation[J]. Applied Ocean Research, 2015, 50: 217-226.
- [14] 阮伟东. 深水立管非线性静力/动力响应数值研究及铺管安全评估[D]. 杭州: 浙江大学, 2017.
Ruan Weidong. Nonlinear Numerical Study of Deepwater Riser's Static/Dynamic Response and Pipelaying Safety Assessment[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2017(in Chinese).
- [15] 于帅男,桑 松,曹爱霞,等. 缓波型柔性立管构型优化及敏感性分析[J]. 船舶工程, 2019, 41(1): 104-109.

- Yu Shuainan, Sang Song, Cao Aixia, et al. Configuration optimization and sensitivity analysis of lazy wave flexible risers[J]. *Ship Engineering*, 2019, 41(1): 104-109(in Chinese).
- [16] Ting E C, Shih C, Wang Y K. Fundamentals of a vector form intrinsic finite element: Part I. Basic procedure and a plane frame element[J]. *Journal of Mechanics*, 2004, 20(2): 113-122.
- [17] Ting E C, Shih C, Wang Y K. Fundamentals of a vector form intrinsic finite element: Part II. Plane solid element[J]. *Journal of Mechanics*, 2004, 20(2): 123-132.
- [18] Shih C, Wang Y K, Ting E C. Fundamentals of a vector form intrinsic finite element: Part III. Convected material frame and examples[J]. *Chinese Journal of Mechanics*, 2004.
- [19] 王震. 向量式有限元薄壳单元的理论与应用[D]. 杭州: 浙江大学, 2013.
Wang Zhen. Theory and Application of Thin Shell Element Based on the Vector form Intrinsic Finite Element Method[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2013(in Chinese).
- [20] 卢哲刚, 姚谏. 向量式有限元——一种新型的数值方法[J]. *空间结构*, 2012, 18(1): 85-91.
Lu Zhegang, Yao Jian. Vector form intrinsic finite element—A new numerical method[J]. *Spatial Structures*, 2012, 18(1): 85-91(in Chinese).
- [21] Li X M, Guo X L, Guo H Y. Vector form intrinsic finite element method for nonlinear analysis of three-dimensional marine risers[J]. *Ocean Engineering*, 2018, 161: 257-267.
- [22] 李效民, 马芳俊, 郭海燕. 钢悬链线立管初始位形及内力分析[J]. *中国海洋大学学报*, 2018, 48(10): 116-122.
Li Xiaomin, Ma Fangjun, Guo Haiyan. Geometrical configuration and internal force analysis of steel catenary riser[J]. *Periodical of Ocean University of China*, 2018, 48(10): 116-122(in Chinese).
- [23] 戴欣. 跨接管安装作业风险研究与结构分析[D]. 天津: 天津大学, 2018.
Dai Xin. Research on Risks of Construction of Crossover Pipes and Structural Analysis[D]. Tianjin: Tianjin University, 2018(in Chinese).
- [24] 杨进良. 土力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2018.
Yang Jinliang. Soil Mechanics[M]. Beijing: China Water & Power Press, 2018(in Chinese).
- [25] 刘震, 郭海燕, 牛建杰. 考虑内流作用的缓波形立管非线性静动力分析[J]. *中国海洋大学学报*, 2019, 49(5): 101-107.
Liu Zhen, Guo Haiyan, Niu Jianjie. Nonlinear static and dynamic analysis of lazy wave riser with internal flow[J]. *Periodical of Ocean University of China*, 2019, 49(5): 101-107(in Chinese).

(责任编辑: 金顺爱)