

基于时频变换的激波风洞天平信号分析与处理¹⁾

聂少军 汪运鹏²⁾

(中国科学院力学研究所高温气体动力学国家重点实验室, 北京 100190)

(中国科学院大学工程科学学院, 北京 100049)

摘要 在激波风洞中开展测力试验时, 测力系统在风洞流场起动瞬间会受到冲击激励, 从而对天平的输出信号产生惯性干扰。天平输出信号中叠加有动态气动力信号和惯性振动信号, 有可能无法直接分辨出气动力信号的规律性, 信号处理结果与真实气动力之间会产生较大的误差, 导致处理结果不可靠。由于模型测力天平系统结构的复杂性, 在极短的有效试验时间(毫秒级)内, 天平信号中部分高频率分量(由结构高阶模态振动、非定常气动载荷或其他流场干扰等因素引起的高频干扰)有可能无法完全衰减, 此时对信号直接进行传统的滤波处理和傅里叶变换分析反而有可能增大处理结果的误差。本文采用小波变换和希尔伯特-黄变换, 针对尖锥标准模型的激波风洞天平信号, 开展降噪和时频变换分析处理, 旨在有效辨识出天平信号中的不同干扰成分, 输出可靠的气动力结果。本文将时频变换方法应用于风洞天平冲击阶跃载荷的信号处理, 对结果进行对比分析, 验证了该方法在脉冲风洞测力试验数据处理中的有效性和可靠性, 得到了比较理想的结果。

关键词 气动力测量, 风洞天平, 小波变换, 希尔伯特-黄变换, 时频变换, 天平信号处理

中图分类号: V211.751 文献标识码: A doi: 10.6052/0459-1879-21-387

SIGNAL ANALYSIS AND PROCESSING OF SHOCK TUNNEL BALANCE BASED ON TIME-FREQUENCY TRANSFORM¹⁾

Nie Shaojun Wang Yunpeng²⁾

(State Key Laboratory of High Temperature Gas Dynamics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

(School of Engineering Science, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract Shock tunnel ground test is usually used to study the high-enthalpy aerodynamic characteristics of new hypersonic vehicles. As one of the basic researches of high-temperature aerodynamics, high-precision aerodynamic force measurement is the key technology of shock tunnel ground test. When a force test is conducted in the shock tunnel, the vibration of force measurement system is excited during the starting process of shock tunnel, which causes inertial interference to the output signal of the balance. The balance signals, with dynamic force and inertial-vibration, may not directly show regularity of the real dynamic force, resulting in a big error between the processed balance forces and the real loads, and making the results unreliable. Due to complex structure of the force measurement system, part of the high-frequency components of the balance signal (high-frequency interference caused by structural high-order modal vibration, unsteady aerodynamic load or other flow field interference) may not be fully attenuated within the

2021-08-09 收稿, 2021-10-26 录用, 2021-10-27 网络版发表.

1) 国家自然科学基金资助项目 (11672357).

2) 汪运鹏, 副研究员, 主要研究方向: 激波风洞测力试验与风洞天平技术. E-mail: wangyunpeng@imech.ac.cn

引用格式: 聂少军, 汪运鹏. 基于时频变换的激波风洞天平信号分析与处理. 力学学报, 2022, 54(1): 232-243

Nie Shaojun, Wang Yunpeng. Signal analysis and processing of shock tunnel balance based on time-frequency transform. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2022, 54(1): 232-243

extremely short-duration (millisecond level). At this time, traditional filter processing and Fourier transform may increase the error of results. In order to solve the problem of aerodynamic force measurement fast and accurately, wavelet transform and Hilbert-Huang transform are used in this study to carry out noise reduction and time-frequency transform analysis for the balance signal in a cone's force test of shock tunnel, to effectively identify the different interference components and output reliable force results. In this paper, the time-frequency transform is applied to the signal processing of the step-load and balance output. The force results are compared and analyzed to verify the effectiveness and reliability of the current method in the data-processing of the shock tunnel test, and obtain good results. At the same time, the time-frequency processing method of signal in this study will be used in the sample data pre-processing of the shock tunnel balance intelligent research.

Key words force measurement, wind tunnel balance, wavelet transform, Hilbert-Huang transform, time-frequency transform, balance signal processing

引言

近年来,高超声速技术逐渐受到各个航天大国的深度重视,研究高超声速技术的相关科学问题具有十分重要的战略意义^[1].在新型高超声速飞行器气动外形布局和性能优化中,高温气体动力学起到至关重要的作用.通常采用激波风洞开展高焓气体流动规律研究^[2].

激波风洞运行时的有效试验时间比较短,在极短的时间(毫秒级)内准确测量出飞行器模型的真实气动力是极具挑战性的研究课题^[3-5].激波风洞天平测力信号(简称“风洞测力信号”)不仅包括真实动态气动力信号,还包括由模型-天平-支撑系统(force measurement system, FMS)惯性振动产生的信号以及其他干扰信号.在进行测力试验时,模型测力系统受到瞬时冲击而产生结构振动,这些振动信号在短试验时间内无法快速衰减,导致测力系统的输出信号中叠加有惯性振动信号^[6].同时,由于模型测力系统结构的复杂性以及受到风洞流场干扰的影响,风洞测力信号中包含的部分高频率分量(如系统高阶模态振动高频信号、非定常气动载荷信号等)和流场干扰信号无法在有效试验时间内衰减到可以忽略的程度,导致无法直接分辨出真实动态气动力信号的规律性,严重影响了测力试验的精准度.

为了消除风洞测力信号中的惯性干扰,国内外很多学者在改善天平结构方面开展了相关研究,用于发展精准度高、频率响应快和稳定性强的风洞天平传感器.其中常见的有脉冲型风洞天平包括压电天平^[7-8]、加速度计天平^[9-12]、应力波天平^[13-16]、惯性补偿型天平^[17]以及脉冲型应变天平^[18-20]等,上述

特种天平技术在激波风洞测力试验中得到了基于不同程度性能的应用,但仍然无法摆脱惯性振动干扰的影响.有学者将人工智能技术与风洞测力相结合,提出了基于深度学习技术的单矢量动态自校准(single-vector dynamic self-calibration, SVDC)方法并成功应用于脉冲型激波风洞测力系统中,将神经网络模型应用于激波风洞天平测力信号的智能化处理,得到了较为理想的气动力载荷信号^[21].

目前,通过改善天平结构来提高测量精准度已经非常困难,而且考虑到风洞测力信号比较复杂,不能直接采用传统的滤波处理或简单的傅里叶变换(Fourier transform, FT)进行处理.为了成功分辨出风洞测力信号中的真实气动力信号,本文尝试寻求新的有效的数据处理方法,对风洞测力信号进行时频变换分析与处理,从而提升数据处理性能及其应用于工程实际中的可靠性.在时频处理方法中,选取小波变换(wavelet transform, WT)和希尔伯特-黄变换(Hilbert-Huang transform, HHT)方法,针对尖锥标准模型的风洞测力信号的轴向力信号,开展降噪和时频变换分析处理,旨在有效辨识出信号中的不同干扰成分,力求输出可靠的真实气动载荷信号.为便于数据采集分析,首先在激波风洞外用阶跃载荷信号(简称“天平阶跃信号”)模拟风洞试验中测力系统受到的激励作用,用构造的理想阶跃载荷信号(简称“理想阶跃信号”)模拟天平输出的真实气动力信号,然后对天平阶跃信号进行时频变换分析处理,用于验证该时频方法的可靠性.将WT和HHT方法应用于天平阶跃信号和风洞测力信号处理,并将处理结果与标准模型结果进行对比分析,为激波风洞天平的高精度数据处理提供可靠的技术支撑.

1 时频变换数据处理方法

1.1 小波变换与希尔伯特-黄变换

在进行激波风洞试验时,测力系统受到来流的瞬间冲击作用,产生突变信号,而且系统受到风洞流场的激励作用,可能导致天平信号并不稳定.在有效试验时间内,天平信号叠加有多个频率随时间变化的信号,是一个典型的非线性、非平稳的突变信号.风洞测力信号在不同的时间段有不同的频率信号,而且每段频率对应的振动幅值也不一样,包括加载前的零值信号、加载后的气动力动态信号以及一些其他不同频率的非线性干扰信号,其时域波形图如图 1 所示.

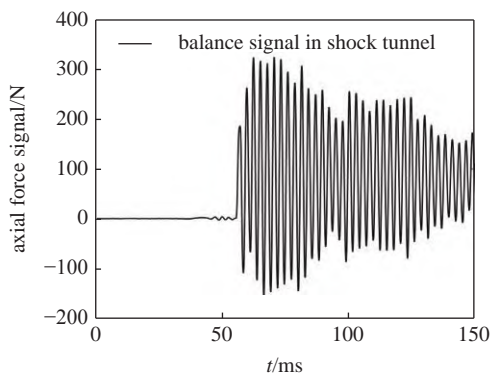


图 1 风洞测力信号(轴向力)

Fig. 1 Balance signal in shock tunnel (axial force)

作为时频变换分析中最基本的方法之一,传统的 FT 分析采用无限长的三角函数基对整体信号进行线性变换,可以分析出信号中存在的频率和幅值信息,但是不能表示随时间变化的频率信号,不宜分析非线性、非平稳的信号,其变换公式为

$$F(\omega) = \mathcal{F}[f(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (1)$$

式中,变量 ω 是频率, $F(\omega)$ 是 $f(t)$ 的象函数, $f(t)$ 是 $F(\omega)$ 的象原函数.在采用 FT 处理突变信号时,会存在吉布斯效应,即采用三角函数拟合突变信号时会在信号跳变前后处产生数值振荡现象.

WT 在 FT 的基础上将无限长的三角函数基替换成有限长的小波基,一维连续小波变换的公式为

$$WT_f(a,b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (2)$$

式中,变量 a 和 b 分别代表伸缩因子和平移因子,其中尺度 a 的值越大相当于 FT 中频率 ω 越小,平移量

b 对应 FT 中的时间 t . WT 通过小波函数基的伸缩和平移实现信号的时频分析局部化,具有多分辨率性,很适合分析非平稳信号和提取信号的局部特征,常用于信号降噪和信号分解^[22].相比于 FT, WT 能够同时在时域和频域突出信号的局部特性,通过选取合适的小波函数能够检测信号的突变点,在突变信号的识别中具有广泛的应用^[23-24].

与传统的信号处理方法相比, HHT 是针对处理非平稳信号而提出的,它彻底摆脱了线性和平稳性的束缚,能够分析非线性、非平稳信号,同时, HHT 不受 Heisenberg 测不准原理制约,能够在时间和频率同时达到很高的精度,非常适用于分析突变信号^[25].由于 HHT 得到的瞬时频率是局部性的,所以非常适合用于分析非线性、非平稳的信号,常用于故障诊断、地震数据处理等领域^[26-28].本文针对脉冲型风洞测力天平信号的受冲击振动特点,采用 WT 和 HHT 方法对激波风洞天平信号进行时频变换分析处理.

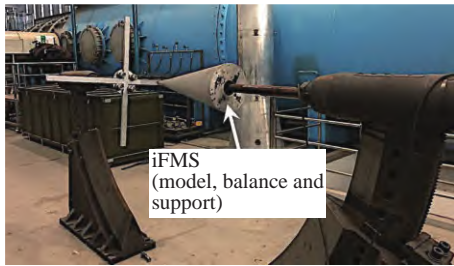
1.2 天平信号的时频变换分析方法

在将 WT 和 HHT 方法应用于风洞测力信号之前,需要先验证该方法的可靠性.首先在激波风洞外搭建模型-天平-支撑测力系统,用天平阶跃信号模拟风洞试验时系统受到的冲击激励作用,构造理想的阶跃载荷来简化模拟系统受到的真实气动力作用.针对天平阶跃信号的时频处理结果,并与理想阶跃载荷对比分析,再将该方法应用于风洞测力信号中,从而获得排除主要噪声与振动干扰的、逼近实际加载的气动力信号.

1.2.1 天平阶跃信号的采集

采用 SVDC 技术在激波风洞外采集天平阶跃信号. SVDC 技术通过悬挂钢丝对系统施加稳定的载荷,瞬间剪断钢丝对系统施加冲击阶跃载荷作用.与传统敲击模型表面的脉冲响应法^[29-30]和悬挂砝码的阶跃响应法^[31-34]不同的是,在钢丝的弹性极限和悬挂钢丝十字架的范围内, SVDC 可以在任意方向施加任意大小的载荷作用,该载荷可以沿着天平体轴系自动分解成可以实时输出的多分量载荷,更加适用于天平的动态校准处理,更加符合实际风洞试验中的气动力加载方式.

基于 SVDC 技术在风洞外搭建天平阶跃信号采集装置,如图 2 所示.采集装置与激波风洞试验时的

图 2 阶跃信号采集装置^[21]Fig. 2 Acquisition device of step load signal of balance^[21]

测力系统相同, 由半锥角为 10° 、长度为 750 mm 的尖锥标准模型、三分量脉冲型应变天平和弯刀支撑结构构成. 采用该装置对测力系统采集适量的阶跃载荷信号, 该信号在一定程度上反映了实际风洞试验中的风洞测力信号的特征.

选取采集到的任意一个天平阶跃信号, 将其时域波形图绘制成图 3. 该信号图中虚线用于模拟受到流场起动瞬时冲击激励作用时测力系统的响应信号, 实线表示的是构造的理想阶跃信号, 用于模拟简化后的定常气动力信号. 天平阶跃信号用于模拟简化后的风洞测力信号, 采样频率为 50 kHz, 信号时间是 150 ms, 包括前 50 ms 的零值信号和加载后的 100 ms 的气动力信号, 信号在第 50 ms 时发生跳变, 边沿触发时间忽略不计, 理想阶跃信号由 0 N 突变为 2.5 N 左右, 并在后 100 ms 内保持稳定不变.

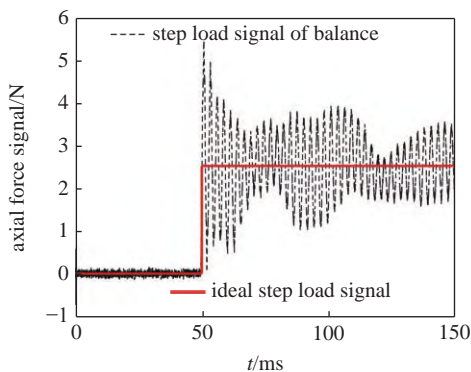


图 3 天平阶跃信号与理想阶跃信号(轴向力)

Fig. 3 Balance step signal and the ideal step signal (axial force)

1.2.2 天平阶跃信号的降噪

在实际采集信号的过程中, 采集信号不可避免地受到环境噪声和其他噪声的干扰, 导致由辨识采样信号得到的系统模型产生偏差, 从而阻碍了系统控制精度的提高. 采集的信号中重要信息的幅值比较大, 但是数目比较少, 而噪声信息数目比较多, 但

其幅值较小. 信噪比 (signal-noise ratio, SNR) 是信号与噪声的比值, 通常用来衡量降噪效果, 信噪比越大, 则信号中的噪声成分越少, 信号的质量越高^[35]. 基于小波阈值处理思想的小波降噪技术原理简单、计算量小, 在保证良好的降噪效果的同时还可以尽可能保留原始信号的奇异性. 小阈值降噪方法能获得较好的降噪效果, 并有效提高信号的信噪比, 在信号处理中得到了广泛地应用^[36-39].

采用小波阈值降噪方法对天平阶跃信号进行降噪处理, 如图 4 所示. 图 4 中虚线和实线展示的分别是经过小波阈值降噪前后的天平阶跃信号, 发现降噪前的信号含有许多噪声干扰, 尤其是在跳变前的零值信号段, 其振动频率比较高. 经过计算得到小波降噪前后信号的信噪比分别为 10.41 和 10.84, 降噪后的天平信号振动幅值并未产生很大的变化, 但是去除了明显的毛刺信号, 整个信号变得更加平滑, 有利于进行下一步时频分析.

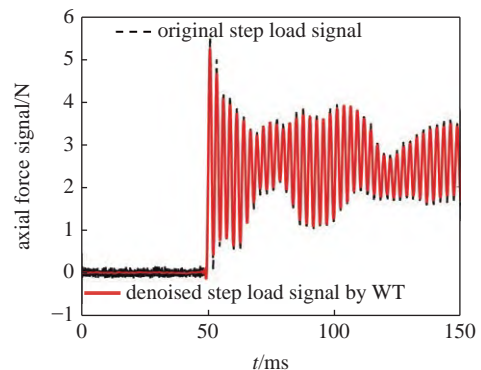


图 4 小波降噪前后天平阶跃信号对比

Fig. 4 Original and the denoised step signal of balance by WT

2 时频变换在天平阶跃信号中的应用

2.1 小波变换的应用

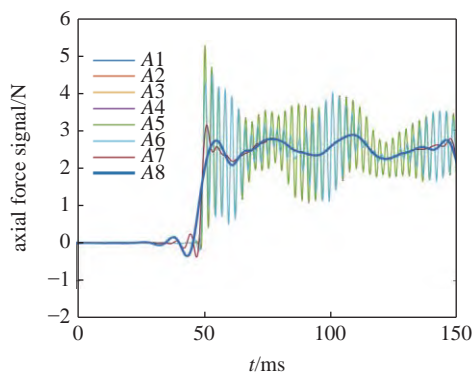
WT 具有良好的时频局部化特性, 通过伸缩和平移小波函数对信号进行多分辨率分析 (multi-resolution analysis, MRA), 能够解决傅里叶变换不能解决的诸多困难问题^[39]. 小波分解是应用小波降噪方法对原始信号进行近似分解和细节分解, 分解得到小波近似系数 (低频系数) 和小波细节系数 (高频系数); 小波重构是将小波分解的逆过程, 可以选取小波分解后的适当系数进行信号重构. 在实际应用中, 信号中的低频分量往往比较重要, 能够近似的展示整个信号的大致趋势, 而高频分量可以展示整个

信号的细节成分,对信号起到修饰作用.小波分解一般可以表示为由一对互补的低通滤波器和高通滤波器组成,原始信号经过一级小波分解后得到低频系数和低频系数,此时,可以继续对低频系数进行不断的分解,而分解的技术取决于要分析的信号数据和用户的具体需要^[40].

采用小波函数 10 阶紧支集正交小波(即小波函数 dB10)对降噪后的天平阶跃信号进行 8 级小波分解,将得到的低频系数 $A1 \sim A8$ 与高频系数 $D1 \sim D8$ 进行对比,如图 5 所示.根据小波分解的原理,在时域内有

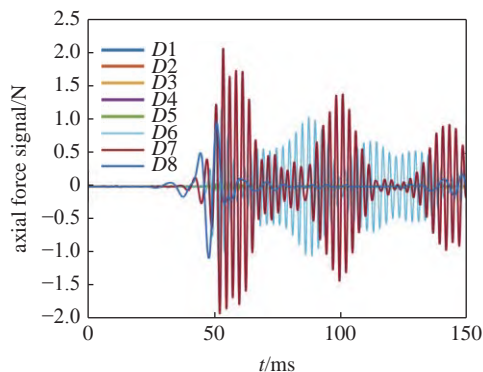
$$\begin{aligned} S &= (A1 + D1) \\ &= (A2 + D2) + D1 \\ &= (A3 + D3) + D2 + D1 \\ &\dots \\ &= (A8 + D8) + D7 + D6 + \dots + D1 \end{aligned} \quad (3)$$

式中, S 为经过小波降噪去毛刺后的天平阶跃信号, $A1 \sim A8$ 和 $D1 \sim D8$ 分别为经过 8 级小波分解得到的低频系数和高频系数.



(a) 低频系数的时域信号

(a) Time domain signal of low-frequency coefficient



(b) 高频系数的时域信号

(b) Time domain signal of high-frequency coefficient

图 5 天平阶跃信号分解出的低频系数与高频系数

Fig. 5 Low- and high-frequency coefficient of the balance step signal by WT

在图 5 中,低频系数 $A1 \sim A5$ 与原始信号基本保持了相同的波形,展示了原始信号的近似信息,而高频系数反映了原始信号的细节信息.对低频系数 $A1 \sim A8$ 、高频系数 $D1 \sim D8$ 和理想阶跃信号作快速傅里叶变换 (fast fourier transform, FFT) 分析,并计算信号的 99% 占用带宽,即该带宽频率范围内的信号功率占总信号功率的 99%,将部分结果整理至表 1 所示.根据图 5 和表 1 可知,理想阶跃信号的 99% 占用带宽为 0.00 ~ 200.00 Hz.高频系数 $D1 \sim D5$ 幅值较小,基本趋近于零且保持稳定,其频率非常高,均在 240.00 Hz 以上,相对于原始信号可以当作高频噪声干扰滤掉. $D6$ 和 $D7$ 占据高频系数主导地位,其幅值与原始信号相当,其主要频率为 380.00 Hz,将两者进行小波重构可以反映系统惯性振动频率. $D8$ 的 99% 占用带宽是 73.33 ~ 240.00 Hz,与理想阶跃信号有重叠部分,所以 $D8$ 不能完全当作干扰信号滤掉.

根据表 1 中的数据,滤掉高频系数 $D1 \sim D7$ 后的低频系数 $A7$ 初步反映出理想阶跃载荷的特征,其频率符合理想阶跃信号的 99% 占用带宽,将其与理想阶跃信号进行对比,如图 6 所示.图 6(a) 和图 6(b) 分别表示的在时域波形图和频域幅度频谱图的对比,虚线是经过小波降噪去毛刺后的天平阶跃信号,点划线是理想阶跃信号,实线表示经过 8 级小波分解后的第 7 级低频系数 $A7$.相比于天平阶跃信号 S , $A7$ 已去掉了大部分振动干扰信号,其

表 1 8 级小波分解后的信号的 99% 占用带宽

Table 1 99% occupied bandwidth of the signal after 8-level wavelet decomposition

Signal	99% occupied bandwidth/Hz
$D1$	1673.33 ~ 24 746.67
$D2$	240.00 ~ 23 440.00
$D3$	400.00 ~ 22 080.00
$D4$	1160.00 ~ 2393.33
$D5$	720.00 ~ 1953.33
$D6$	340.00 ~ 533.33
$D7$	233.33 ~ 440.00
$D8$	73.33 ~ 240.00
$A7$	0.00 ~ 146.67
$A8$	0.00 ~ 86.67
ideal step signal	0.00 ~ 200.00

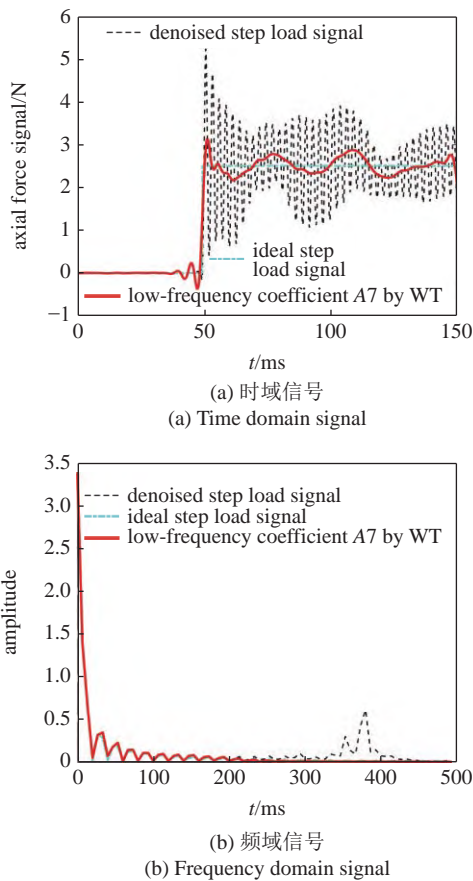


图 6 天平阶跃信号与 WT 处理得到的低频系数 A7

Fig. 6 Balance step signal and low-frequency coefficient A7 by WT processing

中 S 的主要频率为 380.00 Hz 左右, 验证了测力系统的惯性振动频率为 380.00 Hz.

2.2 希尔伯特-黄变换的应用

采用 HHT 方法处理信号的具体过程包含两步, 第一步是由 Huang 提出的利用经验模态分解 (empirical mode decomposition, EMD) 方法将待处理的信号分解为一系列满足一定要求的固有模态函数 (intrinsic mode function, IMF) 与一个剩余分量 (residual); 第二步是由 Hilbert 提出的针对每一个 IMF 进行希尔伯特谱分析 (Hilbert spectrum analysis, HSA), 从而得到相应的瞬时频率、瞬时幅值和 Hilbert 谱^[41]. 由于 HHT 方法容易受到高频噪声的影响, 所以首先对天平阶跃信号进行高频降噪处理, 经过小波分解降噪后的低频系数 $A5$ 滤掉了 533.33 Hz 以上的频率, 可以采用 HHT 进行处理分析.

因此, 利用 HHT 中 Huang 提出的 EMD 方法对低频系数 $A5$ 进行 3 级处理, 得到 3 个固有模态函数 $IMFs$ 和一个剩余分量 $residual$, 如图 7 所示. 在时

域内有

$$\begin{aligned}
 A5 &= (IMF1 + R1) \\
 &= IMF1 + (IMF2 + R2) \\
 &= IMF1 + IMF2 + (IMF3 + R3)
 \end{aligned} \tag{4}$$

式中, $A5$ 是天平阶跃信号经过小波分解滤掉高频系数 $D1 \sim D5$ 后的低频系数 $A5$, 基本无高频噪声的干扰, $IMF1 \sim IMF3$ 分别是天平阶跃信号经过 3 级 EMD 处理后的固有模态函数, $R1 \sim R3$ 是天平阶跃信号经过 3 级 EMD 处理后的剩余分量.

利用 HHT 中 Hilbert 提出的 HSA 方法对得到的 $IMFs$ 进行 Hilbert 谱分析, 得到每一个 IMF 的瞬时频率, 整理至如图 8 所示.

计算 $IMFs$ 和 $R3$ 的 99% 占用带宽, 整理结果至表 2 所示. 图 7 中第一级 $IMF1$ 与原始信号波形相似, 基本反映了原始信号的近似值, 占据原始信号中的主导地位, 其主要频率为 380.00 Hz, 与小波分解得到的惯性振动频率相同. $IMF2$ 和 $IMF3$ 反映了信

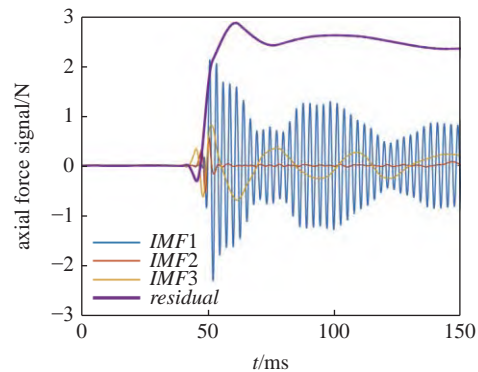


图 7 天平阶跃信号与 EMD 得到的 $IMFs$ 和 $residual$
Fig. 7 $IMFs$ and $residual$ of the balance step signal by EMD processing

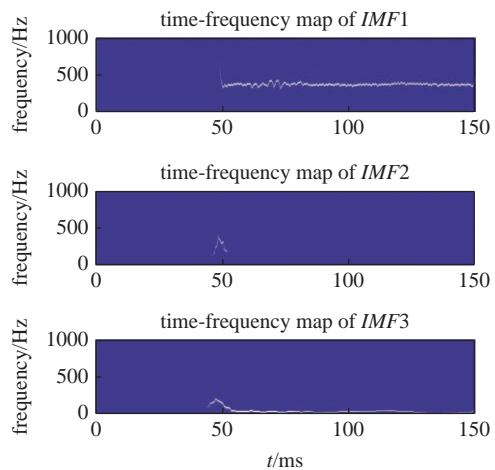


图 8 天平阶跃信号经过 HSA 得到 $IMFs$ 的时频图
Fig. 8 Time-frequency map of $IMFs$ of the balance step signal by HSA processing

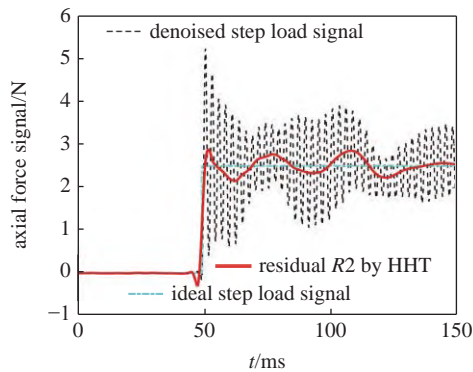
号的细节值, 其占有比例较小. *IMF2* 仅在信号跳变时有幅值, 而在信号跳变后其幅值保持稳定且趋于零. *IMF3* 在信号跳变后的时间段内一直存在波动, 根据图 8 中 *IMF3* 的瞬时频率发现其主要频率为 33.33 Hz 左右, 完全位于理想阶跃信号的 99% 占用带宽内, 所以不能将 *IMF3* 当作低频干扰信号直接滤掉.

根据表 2 中的数据, 滤掉固有模态函数 *IMF1* 和 *IMF2* 后的剩余分量 *R2* 完全符合理想阶跃信号的特征, 将时域和频域范围内的对比结果整理如图 9 所示.

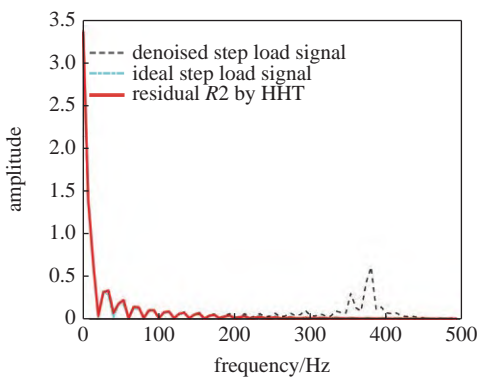
表 2 HHT 处理后的信号的 99% 占用带宽

Table 2 99% occupied bandwidth of the signal by HHT processing

Signal	99% occupied bandwidth/Hz
<i>IMF1</i>	240.00 ~ 493.33
<i>IMF2</i>	0.00 ~ 546.67
<i>IMF3</i>	0.00 ~ 240.00
<i>R2</i>	0.00 ~ 140.00
<i>R3</i>	0.00 ~ 93.33
ideal step signal	0.00 ~ 200.00



(a) 时域信号
(a) Time domain signal



(b) 频域信号
(b) Frequency domain signal

图 9 天平阶跃信号与 HHT 处理得到的剩余分量 *R2*

Fig. 9 Balance step signal and residual *R2* by HHT processing

2.3 天平信号处理结果验证与误差分析

对天平阶跃信号进行降噪处理时, 经过小波分解后的高频系数 *D1 ~ D5* 是信号中的高频低幅值噪声干扰成分, 去掉该噪声干扰后的低频系数 *A5* 与原始信号基本保持了相同的波形和幅值, 但是去掉了明显的毛刺信号. 将经过 WT 和 HHT 方法应用于天平阶跃信号后的 *A7* 和 *R2* 进行对比分析, 如图 10 所示. 高频系数 *D6* 和 *D7* 之和以及固有模态函数 *IMF1* 具有相同的波形, 其主要频率是 380.00 Hz, 反映了测力系统振动的惯性频率. 高频系数 *D8* 和固有模态函数 *IMF2* 在 50 ms 附近产生信号跳变, 作用时间短, 作用力大, 而在信号跳变后, 幅值变为零, 反映了在采集信号时剪断钢丝瞬间对系统产生的冲击载荷作用. 图 10 中天平阶跃信号经过 WT 处理后的 *A7* 存在吉布斯效应, 在信号跳变前后处存在数值振荡, 而经过 HHT 处理后的 *R2* 有效地抑制了吉布斯效应, 说明 HHT 更适合处理突变信号.

为了验证 WT 和 HHT 方法应用于天平阶跃信号的可靠性, 采用相对误差 δ 对处理结果进行对比验证, 相对误差反映了处理方法的可信程度. 选取跳变后的数据进行分析, 对图 10 中经过 WT 和 HHT 处理后得到的 *A7* 和 *R2* 进行分析, 截取时间区间 70 ~ 100 ms 内的数据平均化处理得到近似值 \bar{F}^* , 对理想阶跃信号进行平均化处理得到真实值 \bar{F} , 根据相对误差的定义式 (3) 计算得到 WT 和 HHT 处理结果的相对误差 δ_W 和 δ_H

$$\delta = \frac{\bar{F}^* - \bar{F}}{\bar{F}} \times 100\% \quad (5)$$

表 3 中的数据展示了经过 WT 和 HHT 处理后的结果与理想阶跃信号之间的相对误差, 两种处理

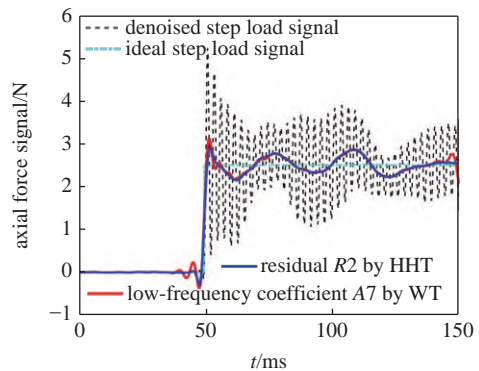


图 10 天平阶跃信号经过 WT 和 HHT 后的结果

Fig. 10 Comparison of the balance step signal by WT and HHT processing

方法的相对误差值均比较小, 分别为 1.04% 和 1.20%, 与参考文献 [21] 中采用智能模型处理得到结果的相对误差 (1%) 相当, 精准度均比较高, 验证了

WT 和 HHT 方法的可靠性. 由表 3 中 WT 和 HHT 方法结果对比发现, 两种方法处理天平阶跃信号的可靠性均比较高, 且处理结果比较接近.

表 3 WT 和 HHT 处理结果的相对误差

Table 3 Relative error of the balance step signal by WT and HHT processing

Component	\bar{F}/N	\bar{F}_W^*/N	\bar{F}_H^*/N	$\delta_W/\%$	$\delta_H/\%$
axial force	2.509	2.535	2.539	1.04	1.20

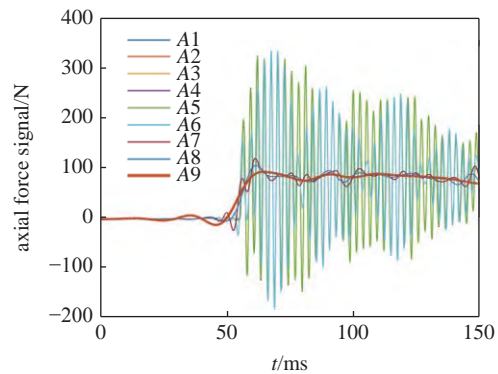
3 时频变换在风洞测力信号中的应用

经过对 WT 和 HHT 方法应用于天平阶跃信号的验证分析, 发现这两种时频变换处理方法对信号中的惯性振动干扰和其他高频干扰信号辨识的非常理想, 因此尝试将该方法应用于风洞测力信号的数据处理. 2012 年, 中国科学院力学研究所成功研制复现高超声速飞行条件激波风洞 (简称“JF-12 复现风洞”), 该风洞可复现 25 ~ 40 km 高空、马赫数 5 ~ 9 飞行条件的高超声速飞行器气动试验, 有效试验时间超过了 100 ms. 自 JF-12 复现风洞建成以来, 开展了大量的高超声速飞行器气动力测量试验, 并获得了大量高精度的可靠测力数据^[42]. 尝试采用 WT 和 HHT 方法应用于在 JF-12 复现风洞中进行的 750 mm 尖锥标准模型测力试验中的天平信号的数据处理, 获得高精度度的动态气动力信号.

3.1 小波变换应用于风洞测力信号

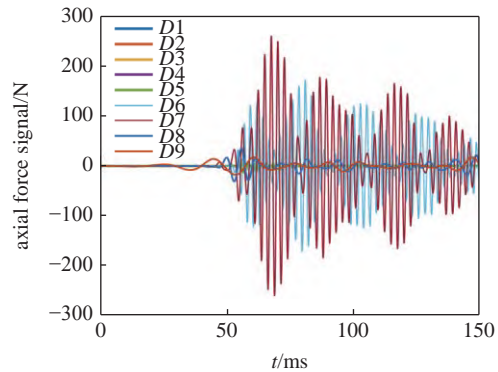
相对于在激波风洞外采集的天平阶跃信号, 通过激波风洞试验获得的风洞测力信号受到风洞流场的影响, 可能会产生额外的干扰信号, 所以在 8 级小波分解的基础上, 采用小波函数 dB10 对低频系数 A8 进行进一步小波分解, 即对风洞测力信号进行 9 级小波分解, 将得到的相应的低频系数 A1 ~ A9 和 高频系数 D1 ~ D9 整理如图 11 所示.

对图 11 中的低频系数 A1 ~ A9 和 高频系数 D1 ~ D9 作 FFT 分析并计算信号的 99% 占用带宽, 将部分结果展示在表 4 中. 将风洞测力信号与天平阶跃信号经过小波分解后的低频系数与高频系数一一比对, 发现高频系数 D1 ~ D5 相对于原信号均为高频信号, 且幅值基本趋于零, 辨识为高频噪声信号. 风洞测力信号分解出的高频系数 D6 和 D7 的主要频率为 366.67 Hz, 与系统的惯性频率相对应, 验证了高频系数 D6 和 D7 是系统惯性振动产生的干扰信



(a) 低频系数的时域信号

(a) Time domain signal of low-frequency coefficient



(b) 高频系数的时域信号

(b) Time domain signal of high-frequency coefficient

图 11 风洞测力信号分解出的低频系数与高频系数

Fig. 11 Low- and high- frequency coefficient of the balance signal in shock tunnel by WT

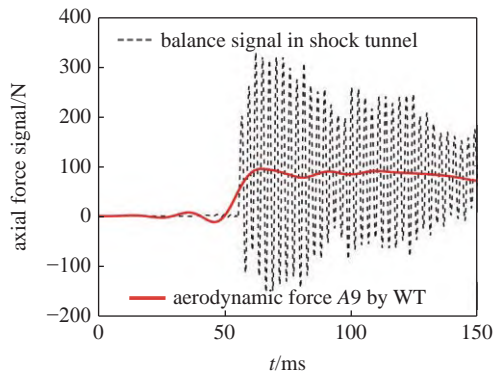
号. 虽然风洞测力信号和天平阶跃信号分解出的 D8 和 D9 具有相似的 99% 占用带宽, 且均与理想阶跃信号的带宽存在重叠部分, 但是风洞测力信号的高频系数 D8 和 D9 在 50 ms 后的整个时间段中一直存在波动信号, 因此初步认为 D8 和 D9 是风洞流场引起的低频干扰信号.

根据表 4 中 A9 的数据发现, A9 完全符合理想阶跃信号的 99% 占用带宽. 图 12 展示的是风洞测力信号与经过小波分解后得到的气动力信号 A9 的对比图. 从时域信号对比图可以看出, 经过 WT 处理

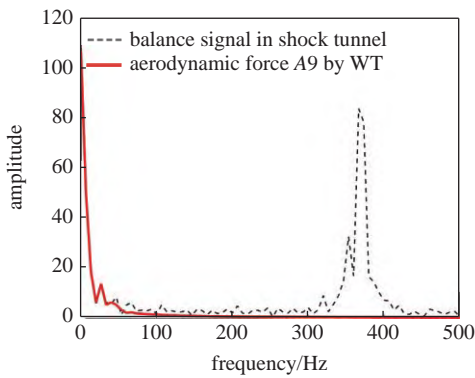
表 4 小波 9 级分解后的信号的 99% 占用带宽

Table 4 99% occupied bandwidth of the signal after 9-level wavelet decomposition

Signal	99% occupied bandwidth/Hz
D1	2060.00 ~ 24 600.00
D2	120.00 ~ 21 160.00
D3	453.33 ~ 23 446.67
D4	1066.67 ~ 4060.00
D5	626.67 ~ 1980.00
D6	346.67 ~ 493.33
D7	260.00 ~ 433.33
D8	40.00 ~ 240.00
D9	6.67 ~ 126.67
A8	0.00 ~ 93.33
A9	0.00 ~ 73.33



(a) 时域信号
(a) Time domain signal



(b) 频域信号
(b) Frequency domain signal

图 12 风洞测力信号与 WT 处理得到的气动力信号
Fig. 12 Balance signal in shock tunnel and the aerodynamic force signal by WT processing

后的 A9 基本达到了理想阶跃信号的要求, 在信号跳变后基本保持稳定. 从频域信号对比图可以看出, A9 相对于风洞测力信号不仅滤掉了主要频率为

366.67 Hz 的系统惯性振动信号, 而且成功滤掉了其他高频振动信号以及部分低频干扰信号, 基本达到了理想阶跃信号的频率要求, 反映出真实气动力信号的主要特征.

3.2 希尔伯特-黄变换应用于风洞测力信号

采用 HHT 中的 EMD 对风洞测力信号分解出的低频系数 A5 进行 3 级分解, 得到 3 个固有模态函数 *IMFs* 和一个剩余分量 *residual*, 其时域信号图如图 13 所示.

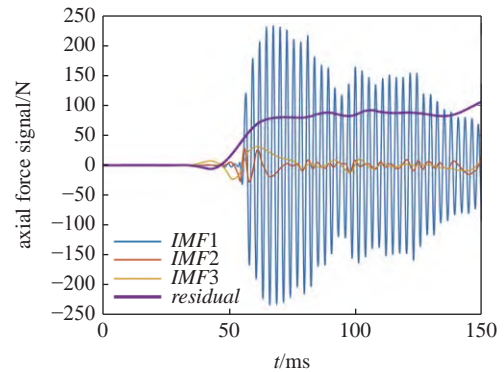


图 13 风洞测力信号与 EMD 后的 *IMFs* 和 *residual*
Fig. 13 *IMFs* and *residual* of the balance signal in shock tunnel by EMD processing

然后对每一个 *IMF* 进行 HSA 处理, 得到相应的瞬时频率, 其时频图如图 14 所示. 计算每一个 *IMF* 和 *residual* 的 99% 占用带宽, 将部分结果整理至表 5 所示. 将风洞测力信号经过 HHT 处理的结果与天平阶跃信号的结果进行对比, 第一级固有模态函数 *IMF1* 均占据原始信号的主导地位, 其中风洞测力信号的 *IMF1* 主要频率为 366.67 Hz, 与 WT 处

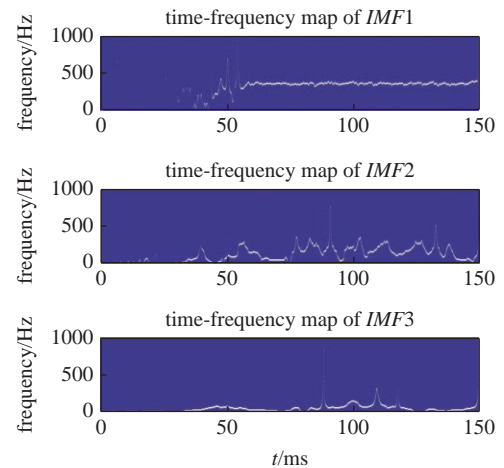


图 14 风洞测力信号经过 HSA 得到 *IMFs* 的时频图
Fig. 14 Time-frequency map of *IMFs* of the balance signal in shock tunnel by HSA processing

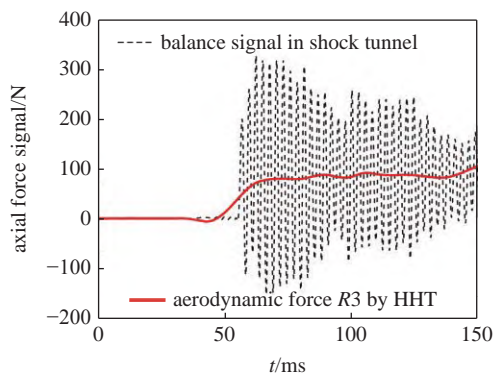
表 5 HHT 处理后的信号的 99% 占用带宽

Table 5 99% occupied bandwidth of the balance signal in shock tunnel by HHT processing

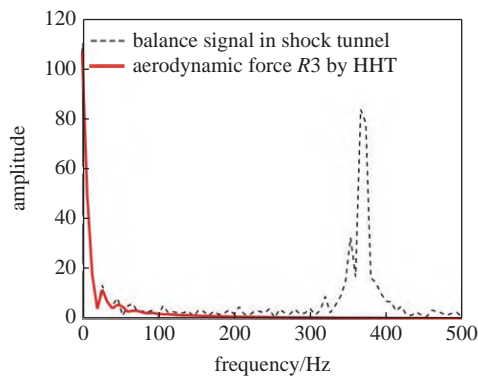
Signal	99% occupied bandwidth/Hz
IMF1	313.33 ~ 460.00
IMF2	0.00 ~ 460.00
IMF3	0.00 ~ 153.33
R3	0.00 ~ 166.67

理后的惯性振动频率相同. 与天平阶跃信号不同的是, 风洞测力信号 *IMF2* 和 *IMF3* 在 50 ms 后的整个时间段内均存在波动信号, 且频率较低, 幅值较小, 初步认为是风洞流场产生的低频干扰信号.

表 5 中 *R3* 的数据显示了经过 HHT 处理后得到的剩余分量 *R3* 的 99% 占用带宽位于理想阶跃信号的频率带宽内. 将风洞测力信号与 *R3* 进行时域和频域的对比, 结果如图 15 所示. 从时域信号对比图中看出, 经过处理后的得到的剩余分量 *R3* 基本达到了



(a) 时域信号
(a) Time domain signal



(b) 频域信号
(b) Frequency domain signal

图 15 风洞测力信号与 HHT 处理得到的气动信号

Fig. 15 Balance signal in shock tunnel and the aerodynamic force signal by HHT processing

理想阶跃信号的要求, 在信号跳变后一直保持稳定, 从频域对比图发现 *R3* 不仅完全滤掉了主要频率为 366.67 Hz 的系统惯性振动信号, 而且滤掉了高频噪声干扰与部分低频干扰信号.

3.3 测力信号处理结果对比分析

将经过 WT 和 HHT 方法处理后的风洞测力信号的结果进行对比分析. 高频系数 *D6* 与 *D7* 之和和固有模态函数 *IMF1* 具有相同的振动频率和幅值, 波形基本重合, 主要频率为 366.67 Hz, 与天平阶跃信号得到的测力系统的惯性振动频率 380.00 Hz 基本保持一致. 与天平阶跃信号不同的是, 风洞测力信号小波分解得到的 *D8* 和 *D9* 与 HHT 得到的 *IMF2* 和 *IMF3* 相对应, 在 50 ms 后的整个时间段内存在波动, 反映了在风洞流场建立后, 测力系统一直受到非定常载荷作用, 从而产生了低频信号, 该信号在天平阶跃信号中并未出现, 因此, *D8*, *D9* 和 *IMF2*, *IMF3* 为风洞流场产生的低频干扰信号. 如图 16 所示, 风洞测力信号经过 WT 和 HHT 处理后的 *A9* 和 *R3* 均基本反映出真实气动力的信号的特征. 但是, WT 处理后的 *A9* 在信号跳变前后仍存在数值振荡, 而 HHT 处理后的 *R3* 在信号跳变处表现比较平滑, 在处理突变信号时, HHT 处理效果更佳.

对风洞测力结果进行相对偏差分析, 将经过 WT 和 HHT 处理后得到的 *A9* 和 *R3* 与参考文献 [21] 中 FMS 的气动力结果进行对比, 以 FMS 的气动力结果为参考值 \bar{A} , 计算图 16 中的 *A9* 和 *R3* 的相对偏差 (*RD*), 截取时间为 70 ~ 100 ms 内的数据进行平均化处理得到近似值 \bar{a} , 根据轴向力大小计算其轴向力系数, 与 FMS 的结果对比得到 WT 和 HHT 处理结果的相对偏差 RD_W 和 RD_H , 将计算结果整理至表 6

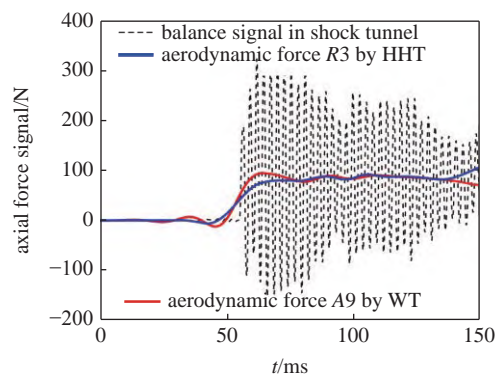


图 16 风洞测力信号经过 WT 和 HHT 后的结果

Fig. 16 Comparison of the balance signal in shock tunnel by WT and HHT processing

中. 其中相对偏差的计算公式为

$$RD = \frac{\bar{a} - \bar{A}}{\bar{A}} \times 100\% \quad (6)$$

表 6 中的数据显示经过 WT 和 HHT 处理得到的结果与 FMS 的气动力结果的相对偏差非常小, 表明基于 WT 和 HHT 的时频变换处理方法在激波风洞天平信号应用中具有较高的可靠性. 同时, WT 方

法常用于处理信号与噪声频率相差较大的信号, 针对频率比较相近的信号, HHT 方法更加适用. 而 HHT 方法在降噪方法的效果可能不如 WT 方法, 可以首先采用 WT 对信号进行降噪处理, 然后再采用 HHT 对信号进行时频变换分析处理^[43]. 经验证, 这两种时频变换方法在脉冲风洞瞬态测力试验中均具有较高的应用价值.

表 6 WT 和 HHT 处理结果的相对偏差

Table 6 Relative deviation of the balance signal in shock tunnel by WT and HHT

Coefficient	\bar{A}	\bar{a}_w	\bar{a}_H	RD_w	RD_H
axial force	0.1026	0.1054	0.1038	2.73%	1.17%

4 结论

本文采用 WT 和 HHT 方法对尖锥标准测力模型在激波风洞测力试验中的天平输出信号开展了时频变换分析与处理, 数据处理结果表明该方法不仅能精准辨识出测力系统的惯性振动信号, 而且能有效地辨识出风洞测力信号中的其他高频和低频干扰信号. 经过处理成功去掉了天平信号中的主要干扰信号, 获得了滤除干扰后的动态气动力载荷信号. 本研究对天平冲击阶跃载荷信号的数据处理结果验证了时频变换方法的有效性和可靠性.

目前, 基于人工智能技术的测力天平智能化研究比较新颖, 相关方法和技术仍处于发展阶段, 本研究中的数据信号时频处理方法可直接用于天平智能化研究的样本数据预处理. 这两种时频处理方法在激波风洞测力试验中具有应用前景, 将为我国高超声速飞行器高焓气动特性精确评估提供关键技术和数据支撑.

参 考 文 献

- 宗群, 曾凡琳, 张希彬等. 高超声速飞行器建模与模型验证. 北京: 科学出版社, 2016 (Zong Qun, Zeng Fanlin, Zhang Xibin, et al. Modeling and Model Verification of Hypersonic Aircraft. Beijing: Science Press, 2016 (in Chinese))
- 贺德馨. 风洞天平. 北京: 国防工业出版社, 2001 (He Dexin. Wind Tunnel Balance. Beijing: National Defense Industry Press, 2001 (in Chinese))
- Bernstein L. Force measurement in short-duration hypersonic facilities. AGARDograph No. 214, 1975
- 黄志澄. 高超声速气动试验的新进展. 气动实验与测量控制, 1993, 1: 1-13 (Huang Zhicheng. The new progress of hypersonic aerodynamic and aerothermodynamic testing. *Aerodynamic Experi-*

- ment and Measurement & Control*, 1993, 1: 1-13 (in Chinese))
- Storkmann VO, Gronig H. Force measurements in hypersonic impulse facilities. *AIAA Journal*, 2015, 36(3): 342-348
- 艾迪, 许晓斌, 王雄. 风洞天平动态特性多阶惯性补偿技术研究. 实验流体力学, 2018, 32(4): 87-92 (Ai Di, Xu Xiaobin, Wang Xiong. Investigation of wind tunnel balance dynamic characteristics' multi-order inertial compensation. *Journal of Experiments in Fluid Mechanics*, 2018, 32(4): 87-92 (in Chinese))
- Duryea GR, Martin JF. An improved piezoelectric balance for aerodynamic force measurements. *Aerospace & Electronic Systems IEEE Transaction on*, 1968, 4(3): 351-359
- 湛华海, 张旭, 吕治国等. 一种单矢量风洞天平校准系统设计. 实验流体力学, 2014, 28(1): 70-74 (Zhan Huahai, Zhang Xu, Lv Zhiguo, et al. Design of a single vector wind tunnel balance calibration system. *Journal of Experiments in Fluid Mechanics*, 2014, 28(1): 70-74 (in Chinese))
- Sheeran WJ, Duryea GR. The Application of the accelerometer force balance in short-duration testing//AIAA 4th Aerodynamic Testing Conference, Cincinnati, 1969-4-28-30
- Joarder R, Jagadeesh G. A new free floating accelerometer balance system for force measurements in shock tunnels. *Shock Waves*, 2003, 13(5): 409-412
- Sahoo N, Mahapatra DR, Jagadeesh G, et al. An accelerometer balance system for measurement of aerodynamic force coefficients over blunt bodies in a hypersonic shock tunnel. *Measurement Science and Technology*, 2003, 14(3): 260
- Saravanan S, Jagadeesh G, Reddy KPJ. Aerodynamic force measurement using 3-component accelerometer force balance system in a hypersonic shock tunnel. *Shock Waves*, 2009, 18(6): 425-435
- Simmons JM, Sanderson SR. Drag balance for hypervelocity impulse facilities. *AIAA Journal*, 1991, 29(12): 2185-2191
- Mee DJ, Daniel W, Simmons JM. Three-component force balance for flows of millisecond duration. *AIAA Journal*, 2015, 34(3): 590-595
- Robinson MJ, Mee DJ, Tsai CY, et al. Three-component force measurements on a large scramjet in a shock tunnel. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2004, 41: 3
- Robinson MJ, Schramm JM, Hannemann K. Design and implementation of an internal stress wave force balance in a shock tunnel.

- CEAS Space Journal*, 2010, 1(1): 45-57
- 17 Marineau EC, MacLean M, Mundy EP, et al. Force measurements in hypervelocity flows with an acceleration-compensated strain-gauge balance. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2012, 49(3): 474-482
 - 18 Wang YP, Liu YF, Luo CT, et al. Force measurement using strain-gauge balance in a shock tunnel with long test duration. *Review of Scientific Instruments*, 2016, 87(5): 1068
 - 19 Wang YP, Liu YF, Jiang ZL. Design of a pulse-type strain gauge balance for a long-test-duration hypersonic shock tunnel. *Shock Waves*, 2016, 26(6): 835-844
 - 20 汪运鹏, 刘云峰, 苑朝凯等. 长试验时间激波风洞测力技术研究. *力学学报*, 2016, 48(3): 545-556 (Wang Yunpeng, Liu Yunfeng, Yuan Chaokai, et al. Study on force measurement in long-test duration shock tunnel. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2016, 48(3): 545-556 (in Chinese))
 - 21 汪运鹏, 杨瑞鑫, 聂少军等. 基于深度学习技术的激波风洞智能测力系统研究. *力学学报*, 2020, 52(5): 1304-1313 (Wang Yunpeng, Yang Ruixin, Nie Shaojun, et al. Deep-learning-based intelligent force measurement system using in a shock tunnel. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2020, 52(5): 1304-1313 (in Chinese))
 - 22 Grossmann A, Morlet J. Decomposition of functions into wavelets of constant shape, and related transforms. *Mathematics + Physics*, 1985, 1: 135-165
 - 23 陈志辉, 夏虹, 郭芝胜等. 小波变换在突变信号识别中的应用. *核动力工程*. 2013, 34(2): 64-69 (Chen Zhihui, Xia Hong, Wu Zhisheng, et al. Application of wavelet analysis in signal singularity detection. *Nuclear Power Engineering*, 2013, 34(2): 64-69 (in Chinese))
 - 24 张德丰. 基于小波的信号突变点检测算法研究. *计算机工程与科学*. 2007, 29(12): 98-100 (Zhang Defeng. Research on the wavelet-based algorithms for signal singularity detection. *Computer Engineering & Science*, 2007, 29(12): 98-100 (in Chinese))
 - 25 Huang NE, Shen Z, Long SR, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and nonstationary time series analysis. *Physical and Engineering Sciences*, 1998, 454: 903-995
 - 26 宋肖龙, 高文学, 季金铭等. 爆破振动对隧道围岩累积损伤效应的影响. *振动与冲击*. 2020, 39(24): 54-62 (Song Xiaolong, Gao Wenxue, Ji Jinming et al. Influence of blasting vibration on cumulative damage of surrounding rock. *Journal of Vibration and Shock*. 2020, 39(24): 54-62 (in Chinese))
 - 27 孙强, 王梦晓, 徐玉山等. 岩巷爆破振动信号的 HHT 分析与应用. *工程爆破*. 2016, 22(1): 1-7 (Sun Qiang, Wang Mengxiao, Xu Yushan, et al. HHT analysis and application of blasting vibration in rock roadway excavation. *Engineering Blasting*. 2016, 22(1): 1-7 (in Chinese))
 - 28 冯红武, 王建昌. 希尔伯特-黄变换在地震信号时频分析中的应用研究. *高原地震*. 2018, 30(4): 11-15 (Feng Hongwu, Wang Jianchang. Application of HHT in time-frequency analysis of seismic signal. *Plateau Earthquake Research*. 2018, 30(4): 11-15 (in Chinese))
 - 29 李斌. 6-SSR 六维加速度传感器性能试验研究. [硕士学位论文]. 秦皇岛: 燕山大学, 2011 (Li Bin. Characteristics' experimental study on the 6-SSR six degree-of-freedom accelerometer. [Master Thesis]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2011 (in Chinese))
 - 30 Garland PP, Rogers RJ. Dynamic calibration of tri-axial piezoelectric force transducers. *Measurement Science and Technology*, 2008, 19(9): 095202
 - 31 杨双龙. 风洞应变天平动态特性与动态校正方法研究. [博士学位论文]. 合肥: 合肥工业大学, 2014 (Yang Shuanglong. Studies on dynamic characteristics and dynamic correction methods for wind tunnel strain gauge balance. [PhD Thesis]. Hefei: Hefei University of Technology, 2014 (in Chinese))
 - 32 徐科军, 朱志能, 李成等. 六维腕力传感器阶跃响应的实验建模. *机器人*, 2000, 22(4): 251-255 (Xu Kejun, Zhu Zhineng, Li Cheng, et al. Experimental modeling of six-axis wrist force sensor based on step responses. *Robot*, 2000, 22(4): 251-255 (in Chinese))
 - 33 郑红梅, 刘正士. 机器人六维腕力传感器动态性能标定系统的研究. *电子测量与仪器学报*, 2006, 20(3): 88-92 (Zheng Hongmei, Liu Zhengshi. Research on the dynamic performance calibration system for robot's 6-axis wrist force sensor. *Journal of Electronic Measurement and Instrument*, 2006, 20(3): 88-92 (in Chinese))
 - 34 刘广孚, 张为公. 车轮力传感器的侧向力动态标定方法. *仪表技术与传感器*, 2010, 3: 100-103 (Liu Guangfu, Zhang Weigong. Research on dynamic calibration method of lateral force of wheel force transducer. *Instrument Technique and Sensor*, 2010, 3: 100-103 (in Chinese))
 - 35 钟丽辉, 魏贯军. 基于 Mallat 算法的小波分解重构的心电信号处理. *电子设计工程*, 2012, 20(2): 57-59 (Zhong Lihui, Wei Guanjun. Wavelet decomposition and reconstruction denoising based on the Mallat algorithm. *Electronic Design Engineering*, 2012, 20(2): 57-59 (in Chinese))
 - 36 Donoho DL. De-noising by soft-thresholding. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1995, 41(3): 613-627
 - 37 吴怀远, 张磊, 符楚君等. 基于自适应小波阈值函数的心电信号去噪. *计算技术与自动化*, 2019, 38(2): 80-84 (Wu Huaiyuan, Zhang Lei, Fu Chujun, et al. Ecg signal de-noising based on adaptive wavelet threshold function. *Computing Technology and Automation*. 2019, 38(2): 80-84 (in Chinese))
 - 38 李红延, 周云龙, 田峰等. 一种新的小波自适应阈值函数振动信号去噪算法. *仪器仪表学报*. 2015, 36(10): 2200-2206 (Li Hongyan, Zhou Yunlong, Tian Feng, et al. Wavelet-based vibration signal denoising algorithm with a new adaptive threshold function. *Chinese Journal of Scientific Instrument*. 2015, 36(10): 2200-2206 (in Chinese))
 - 39 杨旭东. 基于小波变换的 ECG 信号特征参数提取研究. [硕士学位论文]. 成都: 电子科技大学, 2020 (Yang Xudong. Research on extraction of ECG signal characteristic parameters based on Wavelet Transform. [Master Thesis]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2020 (in Chinese))
 - 40 沈再阳. MATLAB 信号处理. 北京: 清华大学出版社, 2020 (Shen Zaiyang. MATLAB signal processing. Beijing: Tsinghua University Press, 2020 (in Chinese))
 - 41 黄诚惕. 希尔伯特-黄变换及其应用研究. [硕士学位论文]. 成都: 西南交通大学, 2006 (Huang Chengti. The application study of Hilbert-Huang transform. [Master Thesis]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2006 (in Chinese))
 - 42 刘云峰, 汪运鹏, 苑朝凯等. JF-12 长实验时间激波风洞 10° 尖锥气动力实验研究. *气体物理*, 2017, 2(2): 1-7 (Liu Yunfeng, Wang Yunpeng, Yuan Chaokai, et al. Aerodynamic force measurements of 10° half-angle cone in JF12 long-test-time shock tunnel. *Physical of Gases*, 2017, 2(2): 1-7 (in Chinese))
 - 43 高翼飞. 飞行器舱门多维气动载荷风洞测试技术研究. [博士学位论文]. 大连: 大连理工大学, 2014 (Gao Yifei. Research on multi-component airloads measurement technology for the aircraft door in wind tunnel. [PhD Thesis]. Dalian: Dalian University of Technology, 2014 (in Chinese))