

doi: 10.3969/j.issn.1003-3246.2021.S1.002

灾变破坏幂律奇异性前兆提取的 奇异积分变换方法

薛健 杨荣 白以龙

(中国北京 100190 中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室)

1 研究背景

幂律奇异性是材料灾变破坏及地震发生时的一个典型前兆特征 (Voight, 1989; Xue et al, 2018)。在灾变破坏发生时, 系统的响应函数 $R = du/dU$ 发散到无穷大, 表现出临界幂律奇异性 (Xue et al, 2018)。其中, u 是系统响应量, U 是系统的加载控制量。响应函数 R 的临界幂律奇异性是灾变破坏能量准则的体现, 对大理岩、花岗岩试样进行的准静态单轴压缩实验表明, 响应函数幂律奇异性指数分布在 $-1/2$ 到 -1 之间。利用灾变破坏点处响应函数的幂律奇异性以及幂指数的分布范围, 可以建立对于灾变破坏时间的实时预测方法 (Voight, 1988; Xue et al, 2018), 但噪声对灾变破坏预测却会产生较大影响。因此, 准确地从包含噪声的时间序列中提取幂律前兆并确定其幂指数, 对于灾变预测至关重要。本文即是针对包含噪声的信号, 提出一种提取幂律奇异性前兆的方法。

2 理论基础

对于大尺度的地壳结构而言, 局部区域的变形(响应量) $u = \varepsilon L$ 可视为由远场的准静态加载引起, 加载控制量为远场位移 $U = Vt$, 其中, V 是远场的加载速率, L 是局部区域的特征尺度, ε 是区域的应变。在该简化假设下, 响应函数 $R = du/dU$ 可写为 $R = \frac{1}{R_G} \frac{d\varepsilon}{dt}$, 其中 $R_G = V/L = 10^{-8}/a$ 是地壳年均应变增量的量级。在灾变破坏点附近, R 可进一步由幂函数近似表达为 $R = B_F(t_F - t)^{\beta_F}$, 其中 β_F 是幂指数, t_F 是地震发生时刻, B_F 是常数。由幂指数的分布范围是 $-1/2$ 到 -1 可以看出, 当 $t \rightarrow t_F$ 时, $R \rightarrow \infty$, 这就是响应函数的临界幂律奇异性。实际上, 区域的应变可由 GPS 数据计算得到, 并进而由数值差分计算响应函数 $R(t)$ 。但由于噪声的存在以及差分格式对噪声的放大, 计算的 $R(t)$ 通常难以直接用于临界幂律奇异性分析及幂指数计算。为将幂律成分从噪声中分离出来, 引入基于响应函数的奇异积分变换, 公式为

$$J_R(t) = \int_{t-T_w}^t \frac{R(\tau)}{t_F - \tau} d\tau \approx B_{J_R} (t_F - t)^{\beta_{J_R}} \quad (1)$$

第一作者简介: 薛健(1989—), 男, 博士, 助理研究员, 主要从事非均匀脆性介质破坏与表征的研究工作。

E-mail: xuejian@lnm.imech.ac.cn

基金项目: 国家自然科学基金(项目编号: 11988102); 中国科学院战略性先导科技专项(项目编号: XDB22040501)

其中, T_w 是积分窗口宽度, $\beta_{J_R} = \beta_F$ 是幂指数, B_{J_R} 是常数。可见, 在灾变破坏点处 $J_R(t)$ 与 $R(t)$ 具有相同的幂律奇异性。更进一步, 为避免差分格式引入的误差及其对噪声的放大, 引入基于应变的奇异积分变换, 公式如下

$$J_\varepsilon(t) = \frac{1}{R_G} \int_{t-T_w}^t \frac{\varepsilon_F - \varepsilon(\tau)}{(t_F - \tau)^2} d\tau \approx B_{J_\varepsilon} (t_F - t)^{\beta_{J_\varepsilon}} \quad (2)$$

其中, $\beta_{J_\varepsilon} = \beta_F$ 是幂指数, B_{J_ε} 是常数。同样地, 在灾变破坏点处 $J_\varepsilon(t)$ 与 $R(t)$ 具有相同的幂律奇异性; 并且, 与 $J_R(t)$ 相比较, $J_\varepsilon(t)$ 避免了差分格式的影响, 具有更好的光滑性, 因此由式(2)即可对响应函数的幂律奇异性进行分析, 并较准确地计算幂律奇异性指数。

3 研究结果

龙门山断裂带位于 GPS 连续站 XNIN、XIAG、XIAA 组成的三角形网格内, 利用这个三角形网格计算 2008 年汶川 M_s 8.0 地震前垂直该断裂带方向的累积应变 $\varepsilon(t)$, 得到 2002 年至 2008 年 5 月 12 日 $\varepsilon(t)$ 演化曲线, 结果见图 1(a), 图 1(b) 为震前 50 天内 $\varepsilon(t)$ 曲线的局部放大图像 [对应 (a) 图中红色虚线框范围]。由 $\varepsilon(t)$ 计算得到响应函数 $R(t)$, 结果见图 1(c)。 $\varepsilon(t)$ 与 $R(t)$ 的演化 [图 1 中 (a)–(c) 图] 表明, 在汶川地震前, 龙门山断裂带受到逐渐增加的压缩变形影响, 但由于噪声的存在以及差分格式对于噪声的放大, 响应函数 $R(t)$ 表现出的临界幂律奇异性并不明显。为此, 基于累积应变 $\varepsilon(t)$, 利用式(2)计算奇异积分 $J_\varepsilon(t)$, 结果见图 1(d), 其中插图是 $J_\varepsilon/J_{\varepsilon_{\max}}$ 与 $(t_F - t)$ 在双对数图像上呈现的幂律关系, $J_{\varepsilon_{\max}}$ 是 $J_\varepsilon(t)$ 的最大绝对值。由图 1(d) 可见, $J_\varepsilon(t)$ 呈现出明显的临界幂律奇异性, 拟合得到幂律奇异性指数为 $\beta_{J_\varepsilon} = -0.95$ 。

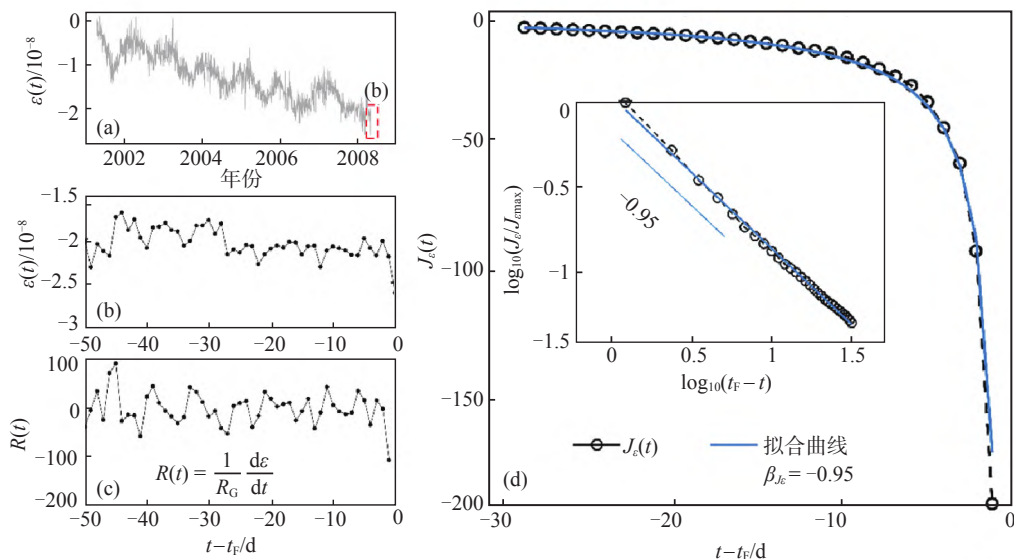


图 1 2008 年汶川地震发生前龙门山断裂带附近区域应变累积量及奇异积分变换
(a) 垂直龙门山断裂带方向的累积应变 $\varepsilon(t)$ 的演化, (b) 临近地震发生时刻 t_F (前 50 天内) $\varepsilon(t)$ 曲线的局部放大, 即 (a) 图虚线框的放大图像; (c) 临震前响应函数 $R(t)$ 的演化; (d) 基于应变的奇异积分 $J_\varepsilon(t)$

Fig.1 The accumulative strain and its singularity integral transformation calculated using the data around the Longmenshan fault preceding 2008 Wenchuan earthquake

4 结束语

基于响应函数和应变的奇异积分变换方法，是研究灾变破坏幂律奇异性前兆的一种有效的分析工具。使用该方法，能够在一定程度上保真地将幂律奇异性前兆从包含噪声的 GPS 时间序列中提取出来。其中，基于应变的奇异积分变换方法能够避免计算响应函数时由差分格式引入的误差及其对噪声的放大，因此能够更准确地计算出幂指数并用于幂律奇异性前兆分析。对于不同信噪比下噪声对奇异积分变换的影响以及实时预测，有待进一步研究。

关键词 灾变破坏；幂律奇异性前兆；奇异积分变换；地震预测

参考文献

- Voight B. A method for prediction of volcanic eruptions[J]. *Nature*, 1988, 332(6 160): 125–130.
Voight B. A relation to describe rate-dependent material failure[J]. *Science*, 1989, 243(4 888): 200–203.
Xue J, Hao S, Wang J, et al. The changeable power law singularity and its application to prediction of catastrophic rupture in uniaxial compressive tests of geomedia[J]. *Journal of Geophysical Research*, 2018, 123(4): 2 645 –2 657.

A singular integral transformation method for extracting power-law singularity precursor preceding catastrophic failure

XUE Jian, YANG Rong and BAI Yilong

(*State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

Keywords: catastrophic failure, power-law singularity precursor, singular integral transformation, earthquake prediction