

王志斌, 杨立云, 钱桂安, 等. 混凝土抗拉与抗压强度尺寸效应统计模型[J]. 矿业科学学报, 2022, 7(2): 193-199. DOI: 10.19606/j.cnki.jmst.2022.02.006

Wang Zhibin, Yang Liyun, Qian Guian, et al. A statistical model of size effect on concrete tensile and compressive strength[J]. Journal of Mining Science and Technology, 2022, 7(2): 193-199. DOI: 10.19606/j.cnki.jmst.2022.02.006

混凝土抗拉与抗压强度尺寸效应统计模型

王志斌¹, 杨立云¹, 钱桂安², 李芹涛³, 徐辉东⁴

1. 中国矿业大学(北京)力学与建筑工程学院, 北京 100083;
2. 中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室, 北京 100190;
3. 中国黄金集团有限公司莱州汇金矿业投资有限公司, 山东莱州 261400;
4. 中煤矿山建设集团有限公司, 安徽合肥 230000

摘要:为研究混凝土抗拉和抗压强度与试件尺寸的关系,利用 Lei 提出的广义最弱链公式,假设混凝土内部缺陷分布形式服从均匀分布或泊松分布,建立相应分布形式下的混凝土强度尺寸效应统计模型,实现了在给定失效概率情况下通过小尺寸混凝土试件强度对全尺寸构件强度的预测。3个案例中混凝土强度数据分析表明:在缺陷服从均匀分布假设下,尺寸效应统计模型能够很好地反映普通混凝土和 RPC 抗拉强度与尺寸的关系;RPC 混凝土内部缺陷分布更接近于均匀分布,尺寸效应统计方法能描述抗压强度与尺寸的关系。

关键词:混凝土;抗拉强度;抗压强度;统计方法;尺寸效应

中图分类号: TU 528.01

文献标志码: A

文章编号: 2096-2193(2022)02-0193-07

A statistical model of size effect on concrete tensile and compressive strength

Wang Zhibin¹, Yang Liyun¹, Qian Guian², Li Qintao³, Xu Huidong⁴

1. School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining and Technology-Beijing, Beijing 100083, China;
2. State key laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;
3. China National Gold Group Co., Ltd. Laizhou Huijin Mine Investment Co., Ltd., Laizhou Shandong 261400, China;
4. China Coal Mine Construction Group Co., Ltd., Hefei Anhui 230000, China

Abstract: In order to study the relationship between the tensile and compressive strength of the concrete commonly used in engineering and the size of specimen, a statistical model of the size effect on concrete strength was established based on the generalized weakest chain formula proposed by Lei recently, assuming that the distribution of the internal defects in concrete follows the uniform distribution or the Poisson distribution. It realizes the prediction of the strength of small-scale concrete specimens to the strength of full-scale members under the condition of a given failure probability. The analysis of concrete strength data from the three published cases shows that: Under the assumption of uniform distribution of

收稿日期: 2021-04-14 修回日期: 2021-05-05

基金项目: 国家自然科学基金(51974316); 中国矿业大学(北京)越琦学者资助项目(800015Z1125); 中央高校基本科研业务费专项资金(800015X2)

作者简介: 王志斌(1995—), 男, 山东济宁人, 硕士, 主要从事混凝土类材料尺寸效应方面的研究工作。Tel: 18810977716, E-mail: 1241585023@qq.com

通信作者: 杨立云(1983—), 男, 河北邢台人, 博士, 教授, 主要从事工程爆破与岩石破碎方面的研究工作。Tel: 13811536096, E-mail: yangly@cumtb.edu.cn

defects, the statistical method of size effect can well reflect the relationship between the tensile strength and size of ordinary concrete and RPC. The internal defect distribution of RPC concrete is closer to a uniform distribution, and the relationship between its compressive strength and size can also be described by the statistical method of size effect.

Key words: concrete; tensile strength; compressive strength; statistical method; size effect

尺寸效应是指材料的力学性能随几何尺寸发生变化,破坏时的强度值不再是一个材料常数^[1]。大量研究表明,混凝土力学性能与试件几何尺寸密切相关^[2-4]。在实际工程中,混凝土结构的尺寸通常较大,因试验条件和技术水平的限制,难以进行全尺寸结构模型试验,只能进行缩尺模拟,且样本数量有限,因此确定混凝土构件缩尺模拟结果的适用性至关重要。由于混凝土内部存在大量裂隙、孔洞及微观上的非均质性,试验测得混凝土强度的离散性很大,尺寸效应也更加明显。

许多学者对混凝土抗拉和抗压强度尺寸效应进行了大量研究。Bažant 等^[5]采用高度相同、直径不同的混凝土圆柱体开展劈裂试验,并根据 Bažant 尺寸效应建立了混凝土劈裂抗拉强度与直径的关系,试验表明劈裂强度有随直径的增加先减小后增大的变化趋势。钱觉时等^[6]分别对不同边长的高强混凝土试样进行弯拉强度测试,得出了高强混凝土弯拉强度的尺寸效应规律。安明喆等^[7]对3种不同尺寸的活性粉末混凝土(RPC)进行了弯拉强度试验,结果显示 RPC 的抗弯强度具有明显的尺寸效应现象。张军等^[8]对4种自密实混凝土进行尺寸效应试验,研究发现随着试件尺寸提高,混凝土抗压强度均逐步降低。以上研究虽然在一定程度上得出了尺寸与强度之间的关系,但在分析混凝土尺寸效应时没有考虑强度的离散性。而混凝土作为一种典型的准脆性材料具有强度离散性和尺寸效应2个显著特征。混凝土强度离散性是由岩石内部微观缺陷的随机分布造成的。从概率统计出发,尺寸效应也与缺陷的随机分布有关。混凝土结构尺寸越小,包含微观缺陷的概率就越小,对应岩石破坏时的强度越高;反之,混凝土结构尺寸越大,混凝土内部包含的微观缺陷越多,其破坏时的强度越低。因此,采用统计方法来评价岩石强度尺寸效应是十分必要的。

近年来 Lei 等^[9-12]提出的广义最弱链公式为评价混凝土等准脆性材料的尺寸效应提供了强有力的手段。该方法不仅可以解释强度的随机变化,而且在给定失效概率条件下,通过测试有限数量的小尺寸试件强度可以预测大尺寸试件强度,具有重要的工程价值。

本文将介绍 Lei 提出的广义最弱链理论,并在 Lei 研究的基础上,结合3个案例中的试验数据,研究巴西劈裂法、四点弯法和单轴压缩3种加载方式下,混凝土材料的劈裂抗拉强度、弯拉强度和抗压强度与试件尺寸之间的关系,建立相应的尺寸效应统计模型。

1 尺寸效应统计方法

1.1 最弱链理论

最弱链理论是 Lei 提出的尺寸效应统计方法的基础。该理论认为,结构是由若干体积或面积的单元串联而成(图1),单元与单元之间是相互独立的。只有当所有这些单元都完整时结构才不会失效;反之,任意单元的失效将导致整个结构失效。由最弱链理论可知,材料破坏时强度的离散性本质上应符合一定的统计规律。

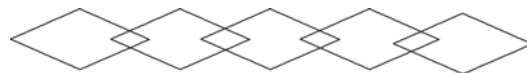


图1 串联结构示意图

Fig. 1 Tandem structure diagram

1.2 尺寸效应统计方法

材料中缺陷的空间分布直接影响脆性断裂的累积失效概率,以最弱链理论为基础,Lei 提出了在缺陷服从泊松分布或均匀分布假设下材料广义最弱链统计公式^[9]:

$$P(V) = 1 - \exp\left\{\int_V \ln[1 - p(\sigma, V_0)] \frac{\delta V}{V_0}\right\} \quad (1)$$

$$P(V) = \int_V p(\sigma, V_0) \frac{\delta V}{V_0} \quad (2)$$

其中, V 为断裂过程区体积; $p(\sigma, V_0)$ 为材料内部某一个微单元发生破坏的概率; σ 为微单元所受的拉应力; V_0 为一个缺陷所占的平均体积。

V 的大小主要与材料破坏时服从的破坏准则有关。例如,在最大拉应力准则下,断裂过程区的体积为拉伸应力大于0的区域($\sigma_1 > 0$)。

由格里菲斯理论^[13]可知,断裂临界应力与缺陷长度存在如下关系:

$$\sigma_1 = k/\sqrt{a_c} \quad (3)$$

式中, a_c 为临界缺陷长度; k 为阻止缺陷发生扩展的系数, 与材料特性有关。

显然, $p(\sigma, V_0)$ 取决于微缺陷尺寸 a 或应力 σ, V_0 破坏的概率可表示为

$$p(\sigma_1, V_0) = \int_{a_c(\sigma_1)}^{a_{\max}} f(a) da = \int_{\sigma_{th}}^{\sigma_1} g(\sigma) ds \quad (4)$$

式中, $a_c(\sigma_1)$ 为应力值为 σ_1 条件下引发缺陷扩展的临界缺陷尺寸; a_{\max} 为应力达到引发断裂的门槛值 σ_{th} 时缺陷发生扩展的最大尺寸。

这里以缺陷分布形式服从均匀分布为例, 阐述 Lei 提出的累计失效概率的推导过程^[11-12]。设代表一个缺陷所占的平均体积为 V_0 , 在缺陷分布为均匀分布下, 微元体 δV 含有缺陷的数量为 $\delta V/V_0$ 。令微元体失效的概率为 δP , 由最弱链理论可知, 微元体不发生破坏的概率为^[11]

$$1 - \delta P = [1 - p(\sigma, V_0)]^{\delta V/V_0} \quad (5)$$

材料全尺寸不发生破坏的概率为^[11]

$$1 - P = \prod_{i=1}^N [1 - p(\sigma_i, V_0)]^{\delta V/V_0} = \exp\left\{ \sum_{i=1}^N \frac{\delta V_i}{V_0} \ln[1 - p(\sigma_i, V_0)] \right\} \quad (6)$$

式中, $p(\sigma_i, V_0) \neq 1$, 当 $N \rightarrow \infty$ 时, 式(6)可写成式(1)。将 V_0 失效概率使用 3 参数的 Weibull 分布表示为^[12]

$$p(\sigma, V_0) = 1 - \exp\left[- \left(\frac{\sigma - \sigma_{th}}{\sigma_0} \right)^m \right] \quad (7)$$

式中, m 为形状参数; σ_0 为尺度参数; m 和 σ_0 只与材料性质有关。

当 $\sigma_{th} = 0$ 时, 将式(7)代入式(1), 则在假设材料内部缺陷均匀分布下, 全尺寸失效概率为^[14]

$$P = 1 - \exp\left[- \int_v \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_0} \right)^m \frac{\delta V}{V_0} \right] \quad (8)$$

根据 2 种缺陷分布所对应的累计失效概率进一步分析: 结合式(7), 令 $\sigma_{th} = 0$, 由第一积分中值定理, 式(1)和式(2)可改写为^[14]

$$\frac{1}{V} \ln\left(\frac{1}{1 - P} \right) = \frac{1}{V_0} \ln\left[\frac{1}{1 - p(\xi, V_0)} \right] = \left(\frac{\sigma_N}{\sigma_0} \right)^m \quad (9)$$

$$\frac{P}{V} = \frac{p(\xi, V_0)}{V_0} = \left(\frac{\sigma_N}{\sigma_0} \right)^m \quad (10)$$

$$\sigma_{th} \leq \xi \leq \sigma_N$$

$$\xi = k(\sigma_N - \sigma_{th})$$

式中, ξ 为一个应力值; k 为一个常数 ($0 < k \leq 1$); σ_N 为发生破坏时的名义强度。

由式(9)和式(10)可以看出, 等式的左边与材料内部缺陷的分布形式有关, 等式的右边只与名义强度有关, 这为建立尺寸与名义强度之间的关系提

供了一种方法(图 2), 即尺寸效应统计方法。

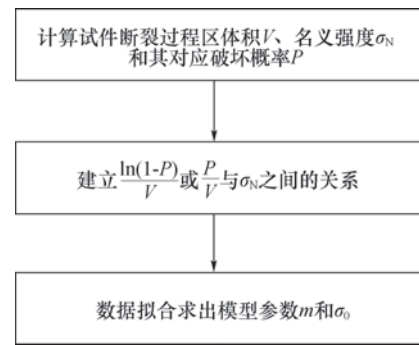


图 2 尺寸效应统计方法

Fig. 2 Statistical method of size effect

2 案例分析

2.1 巴西劈裂法加载下混凝土抗拉强度与尺寸关系

Kanos 等^[15]进行了 3 种尺寸混凝土巴西圆盘劈裂试验, 研究了混凝土劈裂抗拉强度与尺寸的关系, 试件尺寸和每个试件对应的劈裂强度见表 1, 所测得名义强度为

$$\sigma_N = \frac{2F}{\pi DB} \quad (11)$$

式中, F 为施加的荷载; D 为圆盘直径; B 为圆盘厚度。

表 1 试件尺寸及试件劈裂强度

Tab. 1 Specimen size and tensile splitting strength results obtained

试件直径 D/mm (厚径比为 0.5 : 1)	76	101	152
劈裂强度/MPa	4.13	3.62	3.13
	4.80	4.67	2.61
	5.15	4.70	4.27
	5.24	4.56	3.35
	3.54		3.24

混凝土在劈裂加载方式下的破坏主要受拉应力控制, 其破坏服从最大拉应力准则, 因此认为其可能发生破坏的区域为断裂过程区, 即最大主应力大于零的区域。对圆盘试件在劈裂加载方式下应力状态进行数值模拟(选取直径 76 mm 试件所测结果: 弹性模量 $E = 38.4 \text{ GPa}$, 泊松比 $\mu = 0.119$), 从应力云图(图 3)中可以看出, 劈裂加载方式下断裂过程区的体积 V 接近于全体积。

每组试件破坏时的强度所对应的累计失效概率由式(12)计算^[10], 计算结果如图 4 所示。 σ_i 为每一组 n 个强度值由小到大排列的第 i 个强度值, 该案例中 n 分别为 5、4、5。

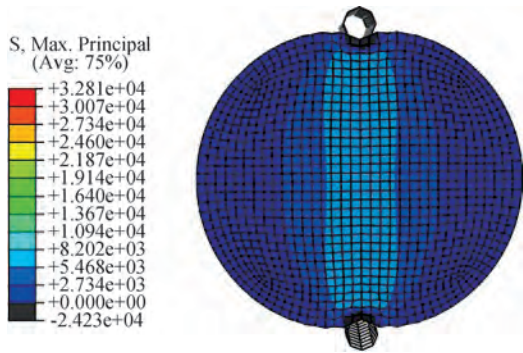


图3 弹性力学第一主应力云图

Fig. 3 Stress contour in split loading mode

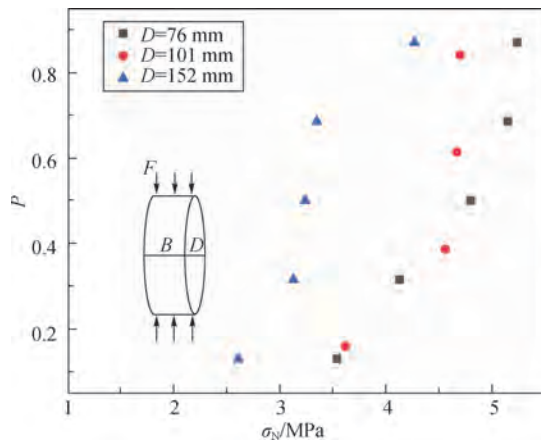


图4 圆盘劈裂强度经验概率

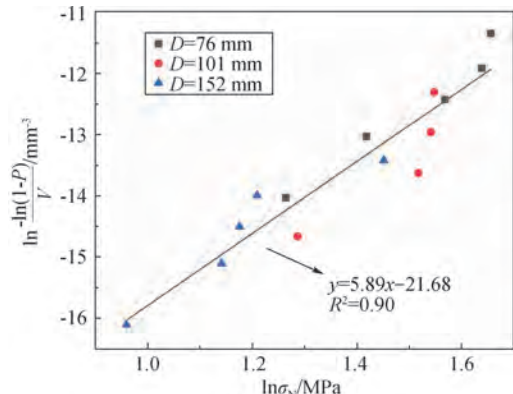
Fig. 4 Empirical Probability of Disc Splitting Strength

$$P(\sigma_i, i) = \frac{i - 0.3}{n + 0.4} \quad (12)$$

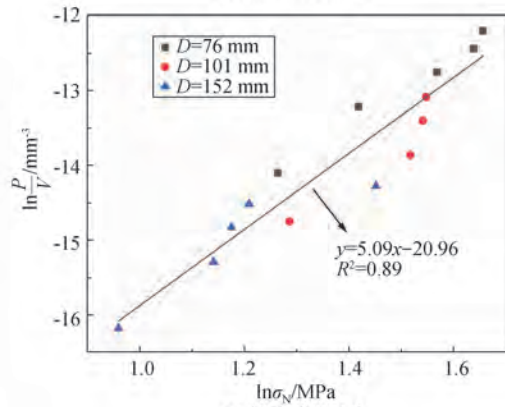
假设混凝土内部缺陷分布形式服从均匀分布或泊松分布,将图4中数据转化为式(9)、式(10)的函数关系。从2种分布假设下的拟合结果(图5)中可以看出,不同尺寸的圆盘试件所测得名义强度的对数值($\ln \sigma_N$)与失效概率和尺寸的复合参数 $\left[\frac{1}{V} \ln\left(\frac{1}{1-P}\right)\right]$ 和 $\frac{P}{V}$ 之间存在线性关系。在缺陷均匀分布假设下,线性拟合 $m = 5.89, \sigma_0^m \cdot V_0 = e^{21.68} \text{MPa} \cdot \text{mm}^3$, 决定系数 $R^2 = 0.90$; 在缺陷泊松分布假设下,线性拟合 $m = 5.09, \sigma_0^m \cdot V_0 = e^{20.96} \text{MPa} \cdot \text{mm}^3$, 决定系数 $R^2 = 0.89$ 。2种分布形式下 R^2 值均大于0.8,拟合情况较好。因此,在该案例中,假设混凝土缺陷服从均匀分布或泊松分布,圆盘劈裂强度与尺寸的关系分别为

$$\ln \frac{-\ln(1-P)}{V} = 5.89\sigma_N - 21.68 \quad (13)$$

$$\ln \frac{P}{V} = 5.09\sigma_N - 20.96 \quad (14)$$



(a) 缺陷均匀分布



(b) 缺陷泊松分布

图5 2种缺陷分布下的拟合结果

Fig. 5 The assumed fitting results under two defect distributions

2.2 四点弯加载下RPC的抗折强度与尺寸关系

张立军^[16]使用3种不同尺寸的活性粉末混凝土(RPC混凝土)进行抗折试验,研究尺寸对RPC混凝土弯拉强度的影响。该试验样本总计81个(12组50 mm×50 mm×200 mm、12组100 mm×100 mm×400 mm和3组150 mm×150 mm×600 mm,每组3个试件),所有样本均采用相同的配合比及养护条件。每个试件弯拉强度和累计失效概率关系如图6所示。

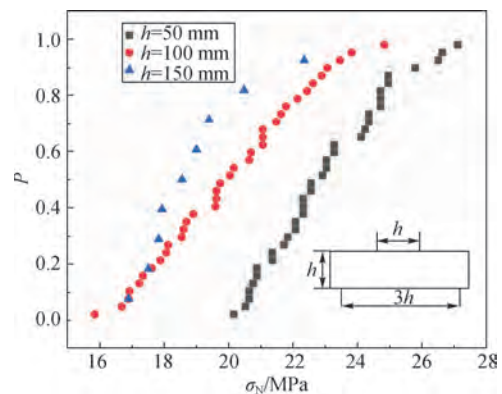


图6 抗折强度经验概率

Fig. 6 Empirical probability of flexural strength

在四点弯加载方式下,试件破坏受拉应力控制,发生弯曲破坏时所测强度为抗折强度或弯拉强度,材料破坏依然服从最大拉应力准则。因此,该种加载方式下,断裂区体积采用纯弯段受拉区体积^[14],即 $V=0.5h^3$,计算结果见表 3。图 7 为 2 种缺陷形式下的拟合结果。

表 3 RPC 试样尺寸
Tab. 3 Size of RPC specimens

试件尺寸 h/mm	50	100	150
受拉区体积/ mm^3	62 500	500 000	1 687 500

从图 7 可以看出,缺陷均匀分布下模型参数 $m=12.97, \sigma_0^m \cdot V_0 = e^{52.43} \text{MPa} \cdot \text{mm}^3$, 相关系数 $R^2=0.92$, 数据基本拟合在一条直线;缺陷泊松分布假设下模型参数 $m=10.97, \sigma_0^m \cdot V_0 = e^{46.75} \text{MPa} \cdot \text{mm}^3, R^2=0.83$, 数据拟合较分散。基于缺陷均匀分布或泊松分布下的 RPC 混凝土弯拉强度与尺寸的关系可由式(15)或式(16)表示,但对比 2 种缺陷分布假设下的拟合效果,均匀分布假设更符合 RPC 混凝土内部缺陷分布的真实情况。

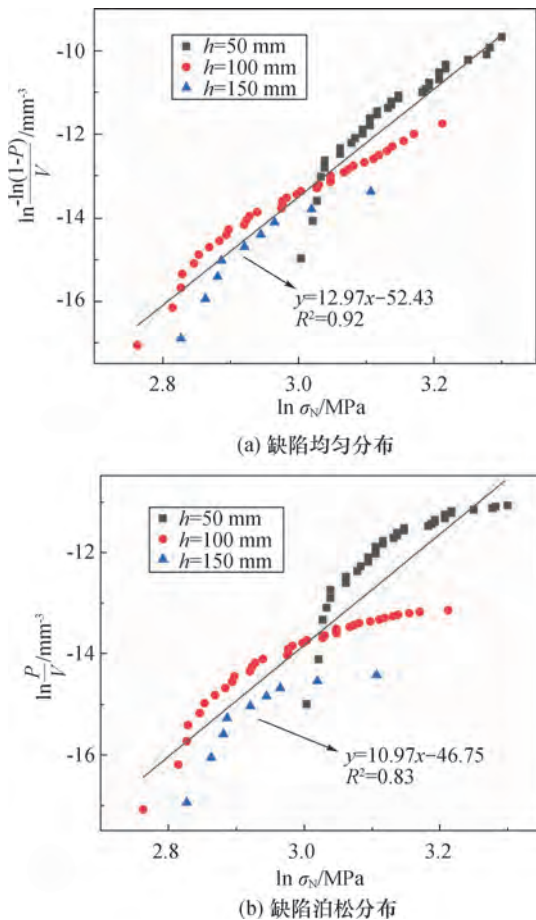


图 7 2 种缺陷分布下的拟合结果
Fig. 7 The assumed fitting results under two defect distributions

$$\ln \frac{-\ln(1-P)}{V} = 12.97\sigma_N - 52.43 \quad (15)$$

$$\ln \frac{P}{V} = 10.97\sigma_N - 46.75 \quad (16)$$

2.3 混凝土抗压强度尺寸效应统计模型

陈宝春等^[17]为研究超高性能混凝土抗压强度尺寸效应,分别对立方体和圆柱体共 6 种尺寸的试件开展抗压强度试验,每种规格有 12 个试件(3 种立方体试件边长分别为 150 mm、100 mm 和 70.7 mm,3 种圆柱体直径分别为 70 mm、100 mm 和 150 mm)。试验获得强度值和累计失效概率关系如图 8 所示。本案例中的超高性能混凝土也是一种活性粉末混凝土,本文仅对材料内部缺陷服从均匀分布假设下分析。由于混凝土受压破坏机理较为复杂,为了简化分析,这里认为其破坏受拉行为控制,破坏准则依然采用最大主应力准则。

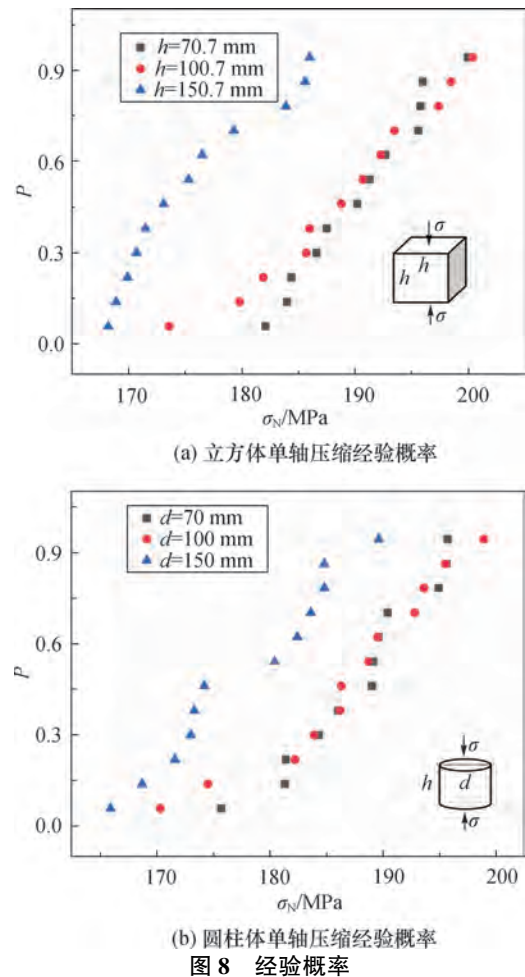


图 8 经验概率
Fig. 8 Empirical probability

采用同案例 1、2 相同的方法对立方体和圆柱体抗压强度数据分别进行线性拟合,如图 9 所示。从图 9(a)中可以看出,立方体试块抗压强度尺寸效应统计模型中, $m=26.2, \sigma_0^m \cdot V_0 = e^{151.15} \text{MPa} \cdot \text{mm}^3$, 决

定系数 $R^2=0.87$ 。从图 9(b) 中可以得出, 圆柱体试块抗压强度尺寸效应统计模型中, $m=29.2$, $\sigma_0 \cdot V_0 = e^{166.4} \text{ MPa} \cdot \text{mm}^3$, 决定系数 $R^2=0.89$ 。2 种形状所测抗压强度数据也拟合在一条直线上。该案例中, 立方体和圆柱体 2 种形状 RPC 抗压强度与尺寸的关系可分别由式(17)和式(18)表示。

$$\ln \frac{-\ln(1-P)}{V} = 26.2\sigma_N - 151.15 \quad (17)$$

$$\ln \frac{-\ln(1-P)}{V} = 29.2\sigma_N - 166.4 \quad (18)$$

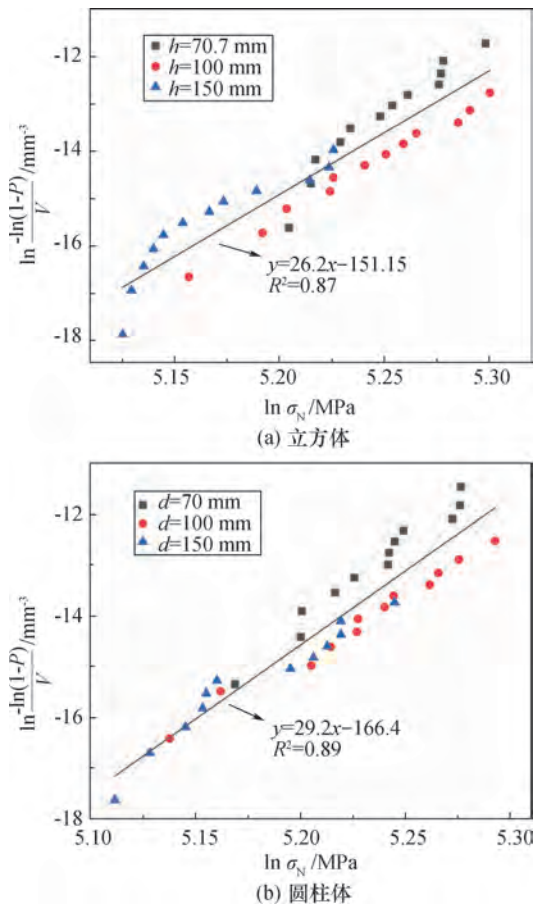


图 9 2 种形状的尺寸效应拟合结果

Fig. 9 Fitting results of two shapes of size effect

3 结论

根据广义最弱链公式所建立的尺寸效应统计方法适用于混凝土材料抗拉和抗压强度的尺寸效应分析;建立的模型还能同时考虑混凝土强度的离散性,实现了给定失效概率下混凝土不同尺寸试件强度的预测。

(1) 在普通混凝土劈裂抗拉强度尺寸效应统计分析中,2 种分布情况下的拟合结果差别不大。缺陷均匀分布情况下得到的结果略好,但由于分析

所用的数据量较少,所以结果离散性稍明显,存在一定的误差。

(2) 对 RPC 抗拉强度数据的分析结果表明,缺陷均匀分布下尺寸效应分析结果更优于泊松分布。均匀分布假设下所建立的尺寸效应统计模型可以很好地反映出 RPC 弯拉强度与尺寸的关系。同时,该方法进一步反映出 RPC 材料内部分布形式更接近均匀分布。

(3) 假设缺陷服从均匀分布, RPC 抗压强度与尺寸的关系也可以采用尺寸效应统计模型来描述。

参考文献

- [1] 刘兴阳,邹德高,李占超. 混凝土名义强度的尺寸效应研究[J]. 建筑材料学报, 2017, 20(5): 680-684, 764.
Liu Xingyang, Zou Degao, Li Zhanchao. Study on size effect of concrete nominal strength [J]. Journal of Building Materials, 2017, 20(5): 680-684, 764.
- [2] 苏捷,史才军,秦红杰,等. 超高性能混凝土抗折强度尺寸效应[J]. 硅酸盐学报, 2020, 48(11): 1740-1746.
Su Jie, Shi Caijun, Qin Hongjie, et al. Scale effect of flexural strength on ultra-high performance concrete [J]. Journal of the Chinese Ceramic Society, 2020, 48(11): 1740-1746.
- [3] Bažant Z P. Size effect in blunt fracture; concrete, rock, metal [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1984, 110(4): 518-535.
- [4] 苏捷,方志. 普通混凝土与高强混凝土抗压强度的尺寸效应[J]. 建筑材料学报, 2013, 16(6): 1078-1081, 1086.
Su Jie, Fang Zhi. Scale effect on cubic compressive strength of ordinary concrete and high-strength concrete [J]. Journal of Building Materials, 2013, 16(6): 1078-1081, 1086.
- [5] Bažant Z P, Kazemi M T, Hasegawa, T, et al. Size effect in Brazilian split-cylinder tests; measurements and fracture analysis [J]. ACI Materials Journal, 1991, 88(3): 325-332.
- [6] 钱觉时,杨再富,黄煜镔,等. 高强混凝土强度尺寸效应的试验研究[J]. 华中科技大学学报:城市科学版, 2004, 21(1): 1-4.
Qian Jueshi, Yang Zaifu, Huang Yubin, et al. Experimental study of the size effect on the strength of high-strength concrete [J]. Journal of Wuhan Urban Construction Institute, 2004, 21(1): 1-4.
- [7] 安明喆,张立军. RPC 材料的抗折强度尺寸效应研究

- [J]. 中国矿业大学学报,2007,36(1):38-41.
- An Mingzhe, Zhang Lijun. Study on the size effect of RPC flexural strength[J]. Journal of China University of Mining & Technology,2007,36(1):38-41.
- [8] 张军,余振鹏,樊梓元,等. 自密实混凝土抗压强度尺寸效应试验研究[J]. 混凝土,2019(12):60-63,68.
- Zhang Jun, Yu Zhenpeng, Fan Ziyuan, et al. Experimental study on size effect of compressive strength of self-compacting concrete[J]. Concrete,2019(12):60-63,68.
- [9] Lei W S. Evaluation of the basic formulations for the cumulative probability of brittle fracture with two different spatial distributions of microcracks[J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2016, 39(5):611-623.
- [10] Lei W S. A framework for statistical modelling of plastic yielding initiated cleavage fracture of structural steels[J]. Philosophical Magazine,2016,96(35):3586-3631.
- [11] Lei W S. A generalized weakest-link model for size effect on strength of quasi-brittle materials[J]. Journal of Materials Science,2018,53(2):1227-1245.
- [12] Lei W S, Su P. An approach to scaling size effect on strength of quasi-brittle biomedical materials [J]. Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials,2016,62:428-432.
- [13] Griffith A A .The phenomena of rupture and flow in solid[J]. Philosophical Transactions of The Royal Society A Mathematical Physical and Engineering Sciences,1920,A221(4).
- [14] Qian G,Zhai J,Yu Z,et al. Non-proportional size scaling of strength of concrete in uniaxial and biaxial loading conditions [J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures,2018,41(8):1733-1745.
- [15] Kanos A,Kanos A,Perdikaris P C. Size effect on concrete splitting tensile strength and modulus of elasticity [C]// Measuring, Monitoring and Modeling Concrete Properties,2006.
- [16] 张立军. RPC 混凝土的尺寸效应研究[D]. 北京:北京交通大学,2006.
- [17] 陈宝春,杨简,黄卿维,等. 超高性能混凝土形状与尺寸效应分析[J]. 福州大学学报:自然科学版,2019,47(3):391-397.
- Chen Baochun, Yang Jian, Huang Qingwei, et al. Analysis of shape and size effect of ultra-high performance concrete [J]. Journal of Fuzhou University: Natural Science Edition,2019,47(3):391-397.

(责任编辑:陈骏)