



刚性接触网悬挂结构刚度识别方法

张玲芳^{1,2}, 黄国君^{1,2}, 杨国伟^{1,2}, 程桂军^{1,2}, 纪占玲¹

(1. 中国科学院 力学研究所, 北京 100190;
2. 中国科学院大学 工程科学学院, 北京 100190)

摘要: 接触网-受电弓系统是列车运行驱动力的来源。相比于柔性接触网, 刚性接触网因其净空低、坚固耐用、抗风性好等优点一直是当前研究的热点。针对刚性接触网悬挂结构的传统建模方法是将其等效成弹簧结构, 并根据能量守恒对其刚度进行等效。基于此, 提出一种基于遗传算法的利用刚性接触网的实验模态信息识别建模参数的新方法, 建立刚性接触网仿真模型新的验证和修改方法, 设计若干常见工况对本方法的可行性进行验证。研究表明: 本方法因其对结构刚度的敏感性, 不仅可识别刚性接触网悬挂结构刚度, 而且当悬挂结构损伤时, 能够识别到悬挂结构弹簧的损伤位置和实际有效刚度值。经验证在常见工况下, 该方法识别到刚度值的平均相对误差低于 5%。

关键词: 刚性接触网; 刚度识别; 模型验证; 模型修正; 损伤诊断

中图分类号: U225.1

文献标志码: A

开放科学(资源服务)标识码(OSID)

文章编号: 1672-7029 (2021) 11-3032-08



Stiffness identification method of overhead conductor rail suspension structures

ZHANG Lingfang^{1,2}, HUANG Guojun^{1,2}, YANG Guowei^{1,2}, CHENG Guijun^{1,2}, JI Zhanling¹

(1. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

2. School of Engineering Science, Chinese Academy of Sciences University, Beijing 100190, China)

Abstract: The pantograph-catenary system is the source of driving force for trains. Compared with flexible catenary systems, overhead conductor rail systems have been the focus of current research because of its low clearance, durability and good wind resistance. The traditional modeling method of OCR suspension structures is to assimilate them to spring structures. Their effective stiffness is obtained according to the energy conservation principle. This paper presented a new method based on genetic algorithm to identify the modeling parameters by using the experimental modal information of OCRs. This method could not only identify the stiffness of OCR suspension structures, but also set up a new validation and modification method of OCR models. In addition, when the suspension structure damaged, the present method, due to its sensitivity to the structural stiffness, was able to identify the damage position of the support spring and the actual effective stiffness value. This paper designed some conventional structural cases to study the feasibility of this method. It has been verified that the average relative error of the stiffness value identified by this method is less than 5% under conventional working

收稿日期: 2020-11-29

基金项目: 中科院先导专项项目 (XDB22020100)

通信作者: 黄国君(1962-), 男, 江西丰城人, 副研究员, 从事结构动力学和细观力学研究工作; E-mail: ghuang@imech.ac.cn

conditions.

Key words: overhead conductor rail; stiffness identification; model validation; model modification; damage diagnosis

刚性接触网-受电弓系统^[1]是目前城市地铁主要受流方式, 与柔性接触网相比, 刚性接触网具有坚固耐用、运行安全、安装方便、防火性好、维护成本低、隧道净空要求低、抗风性能好等优点。刚性接触网已在我国广州、成都、上海、北京等地铁工程中得到广泛应用。在弓网关系的研究中^[2-4], 模型的准确建立是十分重要的。一些建模参数如刚性接触网的密度、截面几何参数、杨氏模量和跨度等都易于获得。关金发等^[5-6]研究发现: 悬挂结构刚度对弓网受流质量会产生较大影响, 是建立模型的重要结构参数。但是不同于其它结构参数, 悬挂结构刚度的影响因素较多, 包括支撑底座类型、悬挂结构的高度、刚性接触网与支座之间的连接位置等, 不易直接获得。代洪宇等^[6-8]利用能量守恒将悬挂结构等效成弹簧, 建立刚性接触网模型, 这是目前被广泛接受的力学简化模型(如图 1)。BAUTISTA 等^[9]也提出了一种有限元刚性接触网模型和多体连杆受电弓模型的建模方式, 但这些工作都未对所建模型进行验证。目前, 弓网耦合的模型验证^[10]主要基于 2 个方法: 一是参照标准 EN50318^[11]对弓网耦合仿真方法进行确认, 但标准中给出的模型参数是柔性接触网, 对刚性接触网模型的适用性有待考究。二是将弓网接触力的仿真结果与实车实验测量结果进行对比^[12], 此种验证方法成本较高。此外, 进行模型验证的文献也并未提及如果验证结果不好的情况下

如何修正仿真模型。本文提出一种利用刚性接触网的固有频率识别悬挂结构刚度的方法, 提供了一种测量实际刚性网悬挂刚度的方法。该问题属于结构动力学反问题的范畴, 并应用遗传算法^[13]求解, 将从刚性接触网模态信息识别建模结构参数的反问题转化成参数寻优问题, 识别到的刚度值可用于模型的修正和验证。此外, 由于固有频率对悬挂结构刚度变化的敏感性, 本方法还可用于悬挂结构的损伤识别。在损伤识别^[14-15]方面, 一般固有频率和阵型信息同时采用才能得到相对准确的结果, 但是本方法能够仅使用刚性接触网的固有频率就能识别到悬挂结构弹簧的损伤位置, 并能得到损伤后的弹簧刚度, 这在很大程度上减少了模态实验的测点数量。

1 刚度识别方法

1.1 力学原理

忽略阻尼时经有限元法离散后的刚性接触网自由振动控制方程见式(1)。

$$[M]\{\ddot{z}\} + [K]\{z\} = 0 \quad (1)$$

式中: $[M]$, $[K]$ 分别为有限单元的质量矩阵、刚度矩阵; $\{z\}$ 和 $\{\ddot{z}\}$ 为垂向位移和加速度。

将 $\{z\}$ 写成振型坐标形式, 可由式(1)得到式(2):

$$[K][\Phi] = [M][\Phi][\Omega] \quad (2)$$

其中: $[\Phi]$ 为振型矩阵; $[\Omega]$ 为频率矩阵。

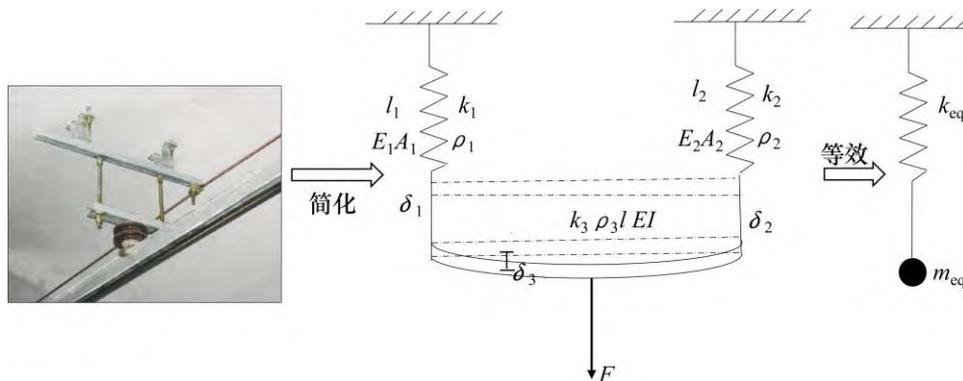


图 1 传统的悬挂结构等效示意图

Fig. 1 Traditional equivalent method of suspension structure

$$[\boldsymbol{\Omega}] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中： ω_i 为第*i*阶固有频率。

由式(2)和式(3)及振型向量的正交性可得：

$$\omega_i^2 = \frac{\{\boldsymbol{\Phi}_i^T\}[\mathbf{K}]\{\boldsymbol{\Phi}_i\}}{\{\boldsymbol{\Phi}_i^T\}[\mathbf{M}]\{\boldsymbol{\Phi}_i\}} \quad (4)$$

式中： $\{\boldsymbol{\Phi}_i\}$ 为第*i*阶振型向量。

结构的模态特性 ω_i 和 $\{\boldsymbol{\Phi}_i\}$ 由结构的质量分布和刚度分布决定，这些结构特性分别由质量矩阵 $[\mathbf{M}]$ 和刚度矩阵 $[\mathbf{K}]$ 表征。通过结构特性进行理论模态分析得到模态特性 ω_i 和 $\{\boldsymbol{\Phi}_i\}$ ，这构成结构动力学正问题。由式(4)可见：悬挂结构刚度值的变化会使刚度矩阵发生变化，进而影响刚性接触网的模态信息。利用试验模态分析得到的模态信息可对刚性接触网的悬挂结构刚度参数进行识别，这构成上述结构动力学正问题的反问题。本文将研究仅用试验模态分析得到的固有频率信息识别刚性接触网的各悬挂结构等效刚度的方法。由于固有频率相比振型向量容易测得。如果该方法被证明可行，将大大减少实验测点和工作量。

1.2 基于遗传算法的优化识别方法

求解本文结构动力学反问题就是通过式(4)以 ω_i 求解各悬挂结构等效刚度，它包含在刚度矩阵 $[\mathbf{K}]$ 中，它也影响振型向量 $\{\boldsymbol{\Phi}_i\}$ ，所以方程组(4)是隐式、高度非线性的。为此采用优化算法进行求解，将反问题求解转化为正问题的迭代优化求解，该方法简单有效且可避免直接求解反问题常出现的求逆非适定性问题^[6]。该优化问题的目标函数如式(5)所示：

$$Objv = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|\omega_i^{exp} - \omega_i^{ind}|}{\omega_i^{exp}} \times 100\% \quad (5)$$

式中： ω_i^{exp} 为试验模态分析测得的刚性网固有频率值， ω_i^{ind} 为识别出的刚性网固有频率值，它由解式(1)~(4)的正问题求出；*n*为模态频率总个数。将仿真模型中的待求的各悬挂结构刚度值作为优化变量，最终得到 $Objv$ 的极小值，若该极小值趋于零，则最终的优化变量即为识别出的各悬挂结构等效刚度。

采用遗传算法求解上述优化问题，通过选择、交叉、变异等操作优化仿真模型悬挂结构刚度值，计算的代数达到最大代数，获得仿真模型最优刚度值。刚性接触网悬挂结构刚度值识别方法流程如图2所示。

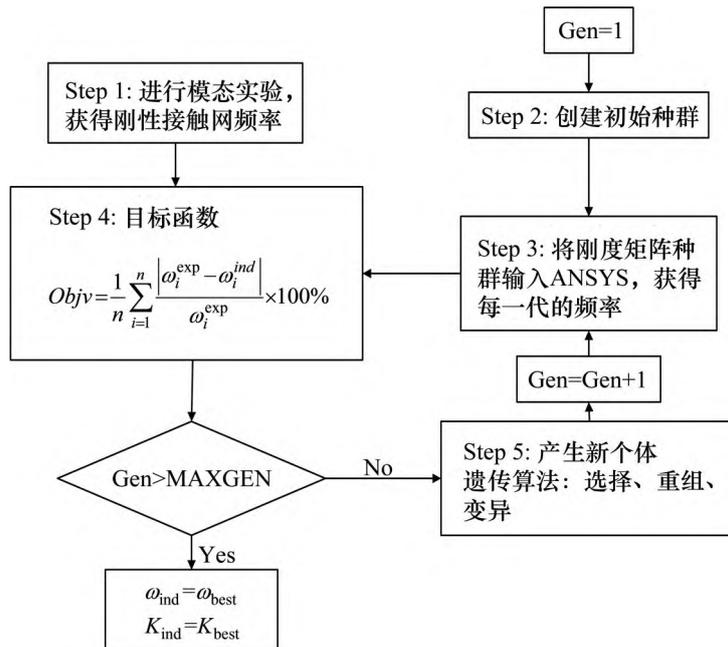


图2 刚性接触网悬挂结构刚度识别方法流程图

Fig. 2 Flow chart of rigidity identification method for suspension structure of overhead conductor rail

具体计算步骤如下。

Step 1: 在刚性接触网实物上进行模态试验, 获得刚性接触网固有频率 ω_i^{exp} ;

Step 2: 随机创建悬挂等效刚度向量初始种群 $K_j^{ind}, j = 1 \cdots N$, N 为悬挂结构总数;

Step 3: 将初始种群(随机生成)的刚度向量 K_j^{ind} 输入 ANSYS 软件, 对刚性接触网在有限元软件中进行有限元模态分析(正问题求解), 获得种群中每一个候选模型个体的固有频率值 ω_i^{ind} ;

Step 4: 检测和评估 step 2 中所产生的候选模型的质量, 即根据式(5)计算目标函数;

Step 5: 候选模型刚度值的选择、重组与变异, 产生新个体, 重复 Step 3 和 Step 4 计算, 直到繁殖到最大代数 MAXGEN, 输出 K_j^{ind} 为悬挂等效刚度向量的最终识别值。

2 刚性接触网模型

刚性接触网由悬挂结构、汇流排、内部接头等部分组成。两端汇流排之间用内部接头连接。

汇流排的结构简单, 将其力学模型简化为欧拉梁模型, 悬挂结构简化为弹簧支撑模型, 内部接头的长度与汇流排的长度相比可忽略不计, 简化成结点。根据力学模型建立有限元模型, 刚性接触网的 π 型汇流排与接触线一起等效为 beam188 单元, 悬挂结构采用弹簧单元等效模拟, 弹簧的上端的节点为完全约束节点, 下端节点为梁单元节点。内部接头采用质量块单元。各单元类型及其参数详见表 1, 实物模型、力学模型、有限元模型见图 3。

表 1 单元类型及参数

Table 1 Element type and parameters

单元类型	参数名称	数值
梁单元	长度/m	0.2
	杨氏模量/(N·m ⁻²)	7.49×10 ¹⁰
	密度/(kg·m ⁻³)	2 700
	泊松比	0.3
弹簧单元	模态实验刚度/(N·m ⁻¹)	4×10 ⁵
质量块单元	质量/kg	2.98
	转动惯量/(kg·m ²)	2.35×10 ⁻³

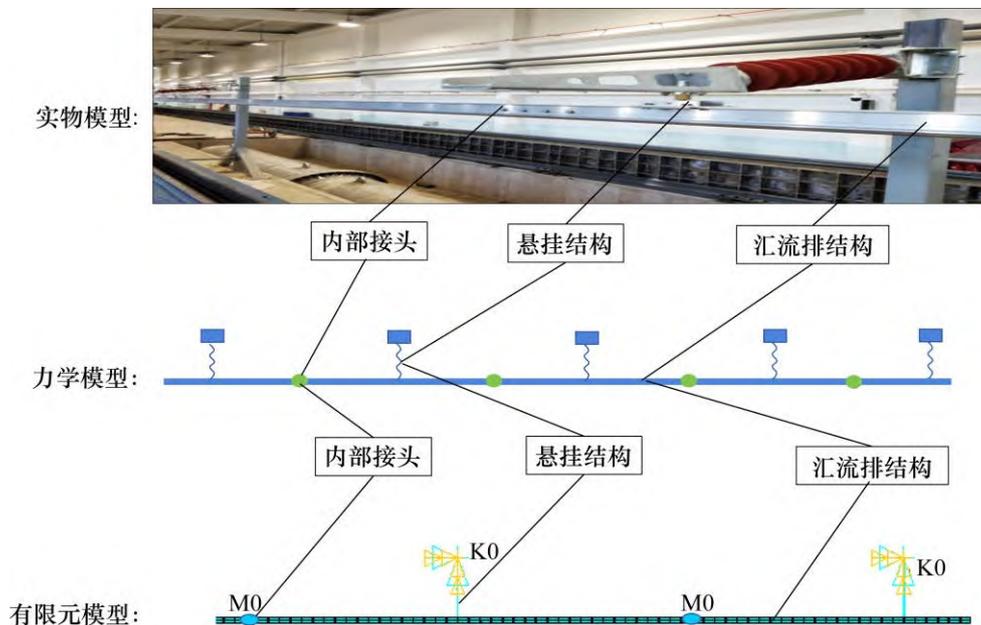


图 3 刚性接触网模型

Fig. 3 Model of overhead conductor rail

3 可行性仿真研究

为了从理论上验证本识别方法的可行性, 本文采用数值仿真实验进行悬挂等效刚度识别, 将

试验模态分析用有限元模态分析代替。首先预先给定刚性网的结构特性包括悬挂等效(弹簧)刚度向量 K_j^{exp} 作为已知的实验结构参数; 然后由 ANSYS 进行正问题分析, 计算结构的固有频率作为“试

验测量值” ω_i^{exp} ，这也是正问题的解。然后应用本文刚度识别方法将 ω_i^{exp} 作为已知输入量进行反问题分析，识别悬挂等效刚度 K_j^{best} ，若它与 K_j^{exp} 一致，则证明正反问题的输入和输出一致，亦及从理论上证明本刚度识别方法的可行性。

本节对刚性接触网悬挂结构刚度值识别方法从工况选取、具体收敛过程、刚度识别效果、损伤识别探究方面进行了研究。本节选取了11种工况对刚性接触网悬挂结构的刚度进行识别。

3.1 工况选取

悬挂结构刚度值识别的搜索范围、跨数、弹簧间等因素都会影响本方法的准确性，因此根据上述不同因素参数的组合选取了11个工况考察本算法刚度识别的可行性。各种模拟工况参数如表2所示。

3.2 收敛过程分析

为探究固有频率对弹簧刚度值改变的敏感程度和目标函数收敛状况，选取了工况SD3，研究了其固有频率随着代数的增加而发生的变化(如表3)，各频率的相对误差计算方法如式(6)所示。在前50阶固有频率中，悬挂弹簧的刚度值变化对某些特定阶数的频率影响较大。

$$\delta_{\omega_i} = \frac{|\omega_i^{exp} - \omega_i^{ind}|}{\omega_i^{exp}} \times 100\% \quad (6)$$

图4为工况SD2悬挂弹簧刚度值的收敛情况。在前100代刚度值的波动较为剧烈，100代到200代趋于稳定，200代以后基本收敛到 $4 \times 10^5 \text{N/m}$ 附近，这正是实验模型的悬挂弹簧刚度设定值。由此可见，该方法能够使悬挂弹簧刚度值逐渐收敛到正问题预先给定的悬挂弹簧刚度。

表2 工况参数

Table 2 Case parameters

编号(N)	刚度范围R/ ($10^5 \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$)	跨间距 SD/m	跨数 SN/跨	刚度/ ($10^5 \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$)
R1	(3,5)			
R2	(0,6)			
R3	(3,9)	10	10	4
R4	(0,9)			
SD1		6		
SD2		8		
SD3	(0,6)	10	10	4
SD4		12		
SN1			10	
SN2	(3,5)	10	15	4
SN3			20	
DI	(0,6)	10	10	1/4

注：编号R代表研究搜索范围对识别的影响；编号SD代表研究弹簧间距对识别的影响；编号SN代表研究跨数对识别的影响；编号DI代表研究弹簧损伤对识别的影响。

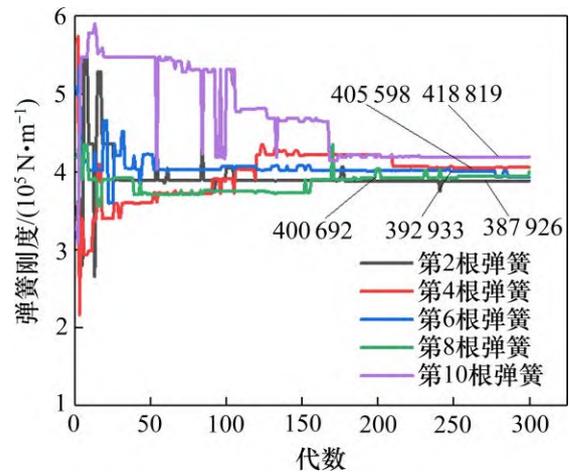


图4 SD2 工况悬挂弹簧刚度收敛图

Fig. 4 Convergence diagram of suspension spring stiffness in case SD2

表3 SD3情况下频率变化

Table 3 Frequency variation in SD3

阶数	Iter1		Iter4		Iter10		Iter100		Iter300		
	实验值/Hz	频率/Hz	误差/%	频率/Hz	误差/%	频率/Hz	误差/%	频率/Hz	误差/%	频率/Hz	误差/%
13	13.153	12.254	6.833	12.066	8.260	12.944	1.587	13.141	0.090	13.135	0.138
17	13.933	13.527	2.917	13.653	2.015	13.716	1.561	13.929	0.032	13.934	0.005
21	14.700	15.183	3.288	14.847	1.004	14.675	0.166	14.696	0.021	14.697	0.015
22	14.772	15.349	3.904	14.993	1.719	14.993	1.493	14.790	0.123	14.781	0.061
24	22.848	20.785	9.029	21.722	4.927	21.975	3.821	22.843	0.020	22.843	0.020

3.3 刚度值识别效果分析

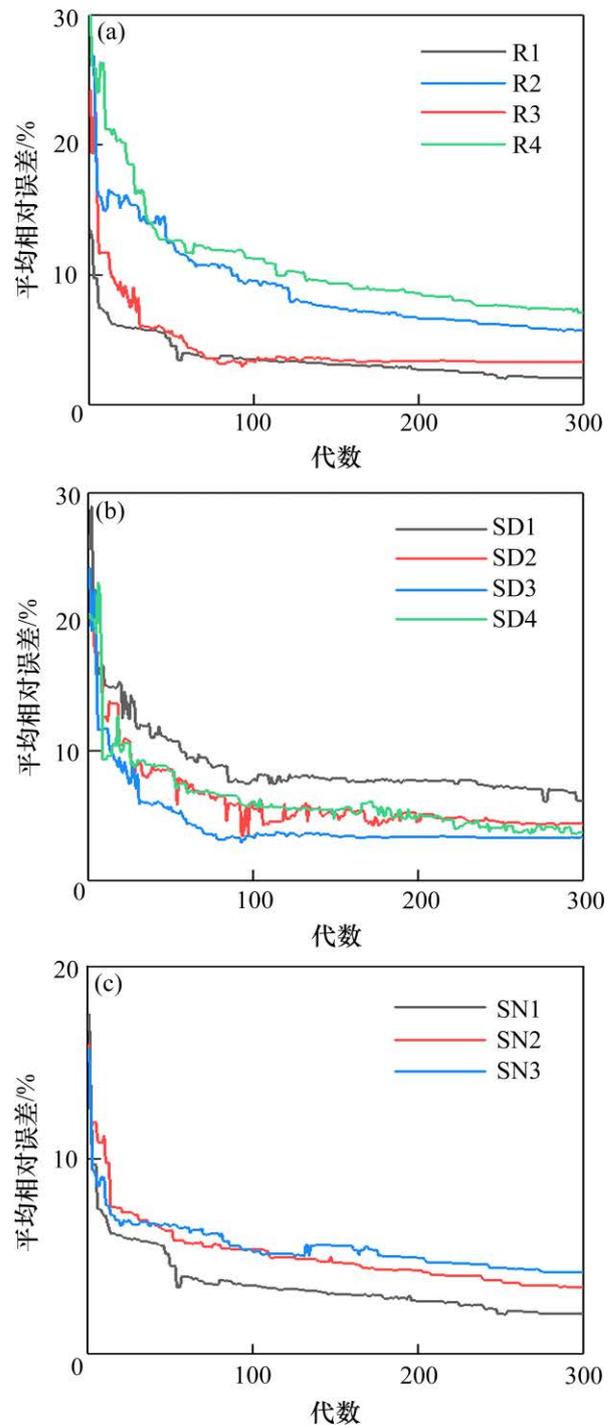
图 5 为弹簧刚度识别平均相对误差的变化。平均相对误差 δ_k 计算方法如式(7)所示, K_i^{exp} 为正问题给定的第 i 根弹簧的刚度, K_j^{ind} 为每一代候选仿真模型识别的弹簧刚度值, N 为弹簧的个数, 亦即优化变量个数。图 6 为目标函数 $Objv$ 随代数的变化(图例所代表的工况具体含义见表 2)。图 5 表征刚度识别效果, 图 6 表示识别得到的固有频率与给定值的一致程度。

$$\delta_k = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left| \frac{K_j^{exp} - K_j^{ind}}{K_j^{exp}} \right| \times 100\% \quad (7)$$

图 5(a)和图 6(a)选取了不同刚度搜索范围的工况。悬挂结构刚度值得平均误差最终都收敛到 10% 以内, 识别效果最好的 R1 工况最终收敛到误差为 2.3%。频率的平均相对误差接近 0。图 5(b)和图 6(b)选取了不同悬挂结构弹簧间距, 刚度搜索范围为(0, 6×10^5 N/m)、总跨数为 10 跨的工况。悬挂结构结构的间距为 10 m 的情况下的弹簧刚度值平均相对误差和目标函数的收敛效果都为最优; 间距为 6 m 最差; 间距为 8 m 时弹簧刚度的平均相对误差可减小到 4.3%。图 5(c)和图 6(c)的工况选取了不同跨数 10 跨, 15 跨, 20 跨, 刚度搜索范围为(3×10^5 N/m, 5×10^5 N/m), 弹簧间距为 10 m。图 5(c)呈现出跨数越多, 优化后的刚度值平均相对误差越差, 这是因为随着刚性接触网的跨数越多, 总长度越大, 弹簧间距不变的情况下, 弹簧数量越多, 在一次优化识别过程中, 同时优化的参数越多, 搜索难度越大。在总长度为 200 m 时, 平均相对误差可以减小到 4.2%。

以上仿真结果表明对悬挂弹簧刚度的识别精度大多工况下能控制在 5% 以内, 从而从理论上验证了本文刚度识别方法的可行性。对新建实际刚性网结构进行模态实验后, 可应用本文方法识别出实际悬挂刚度, 并与设计刚度进行比较, 从而检验设计时建立的刚性网仿真模型, 并可进行模型修正(用实际刚度代替设计刚度)。传统的弓网模型验证是将仿真模型计算出的弓网接触力与实测弓网接触力进行比较, 如果其方差超出标准允许的范围, 则认为仿真模型被验证不合格, 需要进行模型修正, 但验证过程本身并不能指明如何修正。因此传统的弓网模型验证方法是基于结构的

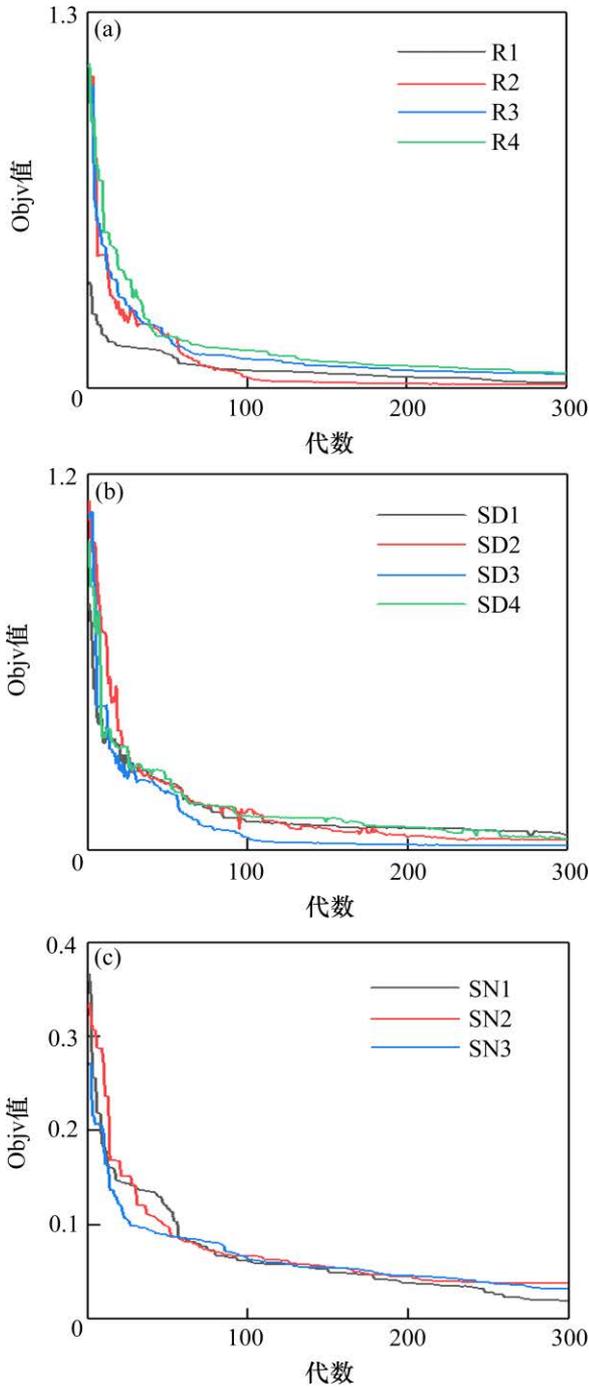
动力学响应比较, 间接地、笼统地考察受电弓和接触网仿真模型; 而本方法是基于模态特性识别刚性网悬挂结构等效刚度, 直接地检验刚性网仿真模型的刚度特性, 并且刚度识别的优化过程可自动实现仿真模型的修正, 这显示出本文方法的优越性。



(a) 不同范围; (b) 不同间距; (c) 不同跨数

图 5 弹簧刚度值的平均相对误差

Fig. 5 Average relative errors of spring stiffness value



(a) 不同范围; (b) 不同间距; (c) 不同跨数
图6 频率(目标函数Objv)相对误差

Fig. 6 Relative errors of frequency (objective function)

3.4 损伤识别探究

本刚度识别方法除了上述模型验证和修正功能以外, 还可识别损伤弹簧的位置。为探究损伤识别效果, 选取了DI工况, 弹簧间距为10 m、跨数为10跨、刚度搜索范围为 $(0, 6 \times 10^5 \text{ N/m})$ 。用刚度值减小的方式模拟悬挂结构损伤程度。

图7为悬挂结构弹簧损伤的情况下, 刚性接触网的弹簧刚度及其相对误差随代数的变化。正问题中第6根弹簧的刚度值设置为 $1 \times 10^5 \text{ N/m}$, 其它刚度值设置为 $4 \times 10^5 \text{ N/m}$ 。由图可见, 第6根损伤弹簧刚度在第30代左右已经基本被识别, 刚度值迅速下降到 $1 \times 10^5 \text{ N/m}$, 其他弹簧刚度基本在 $4 \times 10^5 \text{ N/m}$ 附近。所以, 本算法不但能对损伤弹簧位置进行识别, 还能识别到损伤弹簧的实际刚度值, 损伤弹簧刚度值的识别误差可小于到0.05%。本刚度识别方法可用于实际服役中的刚性网结构的悬挂结构刚度识别, 并与4.3小节中识别出的新结构或维修后结构的刚度比较, 可确定损伤位置和损伤程度, 从而确定维修方案。因此本方法可用于实验室刚性网的损伤识别研究和实际线路刚性网检测, 提升运维技术水平。

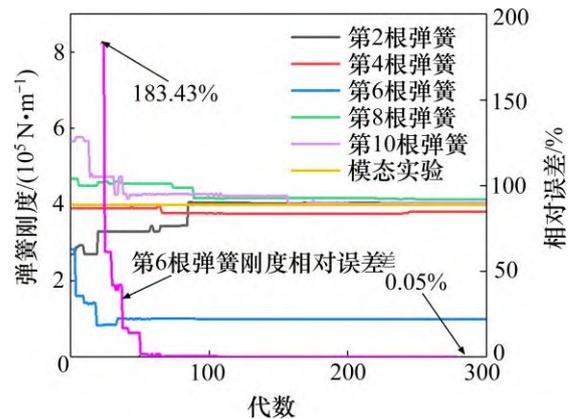


图7 受损弹簧刚度及其相对误差随代数的变化

Fig. 7 Change of stiffness value and relative error of damaged spring with algebra

4 结论

1) 本方法只依赖结构固有频率模态信息, 实验测量操作简单; 常见工况下, 本方法识别到刚度值的平均相对误差小于5%。

2) 本方法识别到的刚度既可用于新刚性网或维修后结构的仿真模型验证和修正, 也可用于服役结构的损伤识别。

3) 本方法可用于刚性网设计水平的提升、损伤检测技术的实验室研究和实际线路运维技术的发展。

参考文献:

- [1] MANDAI T, HARADA S, SHIMIZU M, et al. Improvement of rigid conductor lines[J]. Quarterly Report of RTRI, 2003, 44(2): 78–81.
- [2] BAE S J, JANG K D, LEE K W, et al. A study on characteristics of overhead rigid conductor system for developing the high-speed system up to 250km/H[J]. The Transactions of the Korean Institute of Electrical Engineers, 2015, 64(3): 492–497.
- [3] NÅVIK P, RØNNQUIST A, STICHEL S. Variation in predicting pantograph-catenary interaction contact forces, numerical simulations and field measurements[J]. Vehicle System Dynamics, 2017, 55(9): 1265–1282.
- [4] OUMRI M, RACHID A. A mathematical model for pantograph-catenary interaction[J]. Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems, 2016, 22(5): 463–474.
- [5] 关金发, 受电弓与刚性接触网动力相互作用研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2016.
GUAN Jinfa. Study on dynamic interaction between pantograph and overhead conductor rail[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2016.
- [6] 代洪宇, 史海欧, 冯超, 等. 基于有限元的交流刚性接触网定位点刚度仿真研究[J]. 电气化铁道, 2020, 31(2): 40–44.
DAI Hongyu, SHI Haiou, FENG Chao, et al. Study on finite element based registration point stiffness simulation for AC rigid suspended OCS[J]. Electric Railway, 2020, 31(2): 40–44.
- [7] 梅桂明, 张卫华. 刚性悬挂接触网动力学研究[J]. 铁道学报, 2003(2): 24–29.
MEI Guiming, ZHANG Weihua. Study on dynamics of rigid suspension catenary[J]. Journal of the China Railway Society, 2003(2): 24–29.
- [8] 周宁, 邹欢, 邹栋, 等. 城市轨道交通弓网系统仿真模型适应性研究[J]. 西南交通大学学报, 2017, 52(2): 408–415, 423.
ZHOU Ning, ZOU Huan, ZOU Dong, et al. Investigation on the applicability of pantograph and catenary model urban railway system[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2017, 52(2): 408–415, 423.
- [9] BAUTISTA A, MONTESINOS J, PINTADO P. Dynamic interaction between pantograph and rigid overhead lines using a coupled FEM—multibody procedure[J]. Mechanism & Machine Theory, 2016, 97: 100–111.
- [10] 关金发, 吴积钦. 受电弓与接触网动态仿真模型建立及其确认[J]. 铁道科学与工程学报, 2017, 14(11): 2444–2451.
GUAN Jinfa, WU Jiqin. Building and confirmation for dynamic simulation model of pantograph and catenary[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2017, 14(11): 2444–2451.
- [11] FINNER L, POETSCH G, SARNES B, et al. Program for catenary-pantograph analysis, PrOSA statement of methods and validation according EN 50318[J]. Vehicle System Dynamics, 2015, 53(3): 305–313.
- [12] 胡艳, 黄盼盼, 马然. 京津线弓网动态仿真模型的建立及验证[J]. 机械设计, 2020, 37(1): 84–88.
HU Yan, HUANG Panpan, MA Ran. Building and validation of the dynamic simulation model for the pantograph-catenary system of the Beijing-Tianjin high-speed railway[J]. Journal of Machine Design, 2020, 37(1): 84–88.
- [13] 葛继科, 邱玉辉, 吴春明, 等. 遗传算法研究综述[J]. 计算机应用研究, 2008, 25(10): 2911–2916.
GE Jike, QIU Yuhui, WU Chunming, et al. Summary of genetic algorithms research[J]. Application Research of Computers, 2008, 25(10): 2911–2916.
- [14] 吴向男, 徐岳, 梁鹏, 等. 桥梁结构损伤识别研究现状与展望[J]. 长安大学学报(自然科学版), 2013, 33(6): 49–58.
WU Xiangnan, XU Yue, LIANG Peng, et al. Research status and prospect of bridge structure damage identification[J]. Journal of Chang'an University (Natural Science Edition), 2013, 33(6): 49–58.
- [15] 朱宏平, 余璟, 张俊兵. 结构损伤动力检测与健康监测研究现状与展望[J]. 工程力学, 2011, 28(2): 1–11.
ZHU Hongping, YU Jing, ZHANG Junbing. A Summy review and advantages of vibration-based damage identification methods in structural health monitoring[J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(2): 1–11.
- [16] HUANG Guojun, WEI Changben, CHEN Shiyuan, et al. Reconstruction of structural damage based on reflection intensity spectra of fiber Bragg gratings[J]. Measure Science and Technology, 2014, 25(12): 125109.

(编辑 涂鹏)