

基于 PINN 神经网络的圆柱绕流部分流场的构建

赵奥博^{1,2} 郑冠男¹ 陈军屹^{1,2} 宋鑫^{1,2} 郝占宙^{1,2} 吕召阳^{1,2}

(1.中国科学院力学研究所, 北京, 100190)

(2. 中国科学院大学, 北京, 100049)

摘要: 二维圆柱绕流作为基本的物理模型, 很多方法用其验证。目前的研究手段大多是实验和数值计算。本文引入了一种基于物理信息的神经网络模型 (PINN) 建模的方法, 首先介绍了其网络构架的基本原理, 对雷诺数 100 的二维圆柱绕流非定常流场进行 CFD 数值模拟, 得到训练数据。通过网络训练部分流场数据得到的速度压力分布云图与商业软件 Fluent 得到的速度压力分布云图对比, 结果表明 PINN 模型可以为圆柱绕流问题提供有效的建模方法, 为接下来的复杂模型提供一定的基础。

关键词: 二维圆柱绕流; 深度学习; 数值模拟

0 引言

近年来, 圆柱绕流的研究不断深入, 得到的结果也越来越精确, 但都是集中在实验和 CFD 数值模拟。随着人工神经网络方法的发展, 各个领域都开始与其结合发展新的方法。

在上世纪五十年代一些学者使用实验的方法对圆柱绕流进行了相关研究, 并总结出了一些经验公式^[1,2]。随着计算流体力学和计算机的发展, 越来越多的数值计算方法用于圆柱绕流的研究。Charles^[3]等用直接数值模拟的方法 (Direct Numerical Simulation, DNS), 对圆柱绕流进行了亚临界区内数值计算。苏铭德等^[4]采用大涡模拟的方法 (Large eddy Simulation, LES) 对圆柱绕流进行了仿真计算, 发现大涡模拟对层流和湍流的圆柱绕流仿真都是合理的。靳瑶等^[5]使用了约束型大涡模拟 (Constrained Large eddy Simulation, CLES) 和延时分离涡模型 (Delayed Detached Eddy Simulation, DDES) 两种方法对圆柱绕流进行了数值模拟, 结果表明 CLES 比 DDES 更加接近实验值。一些学者^[6-8]使用 Fluent 或 Open FOAM 等一些工具, 采用不同的数值方法对二维和三维的圆柱绕流进行了研究。

近些年, 以神经网络为代表的机器学习方法发展迅速, 开始与传统的物理模型等科学领域进行结合^[9]。Raissi^[10]为解决有关复杂偏微分方程的物理问题, 提出了以物理信息为基础的一种神经网络模型 (PINN), 极大的降低了对实验或模型数据的依赖。Wang^[11]等利用 PINN 方法对基于雷诺时均方程的流体雷诺应力进行了预测, 得到了不错的预测效果。Jin 等^[12]采用 PINN 方法求解 NS 方程, 提出了 NSFnets 方法可以用于模拟复杂

涡流和湍流。同时 PINN 方法也被用于声波传递方程的求解^[13], 材料的原子模拟^[14]等问题中。

本文使用 PINN 方法, 对二维圆柱绕流进行研究, 以二维空间坐标 (x, y) 和时间 t 参数构成三维输入, 预测二维圆柱绕流部分流场的速度和压力分布, 并与商业软件 Fluent 模拟的结果进行对比。为下一步工作奠定基础。

1 基于物理信息的神经网络基本框架

本文通过深度学习方法来解流体学问题的思路是利用深度神经网络来求解流体力学中的偏微分方程。以一维偏微分方程 (1) 为例

$$v_t + \varphi[v] = 0 \quad (1)$$

其中 $v(x, t)$ 是 x 和 t 构成的函数, $x \in \Omega, t \in [0, T]$, φ 是非线性微分算子。

深度学习的构造过程如下: 首先将输入 x 和 t 转化为神经元的形式, 生成初始神经网络, 每层之间通过全连接层链接, 神经网络将自动生成一个函数 $v_0(x, t)$ 。接着对 $v_0(x, t)$ 进行自动偏微分处理, 得到 $v'_0(x, t)$ 作为损失函数的一部分。损失函数的另一部分通过 $v(x, t)$ 和 $v'_0(x, t)$ 的偏差模量构成。两者都使用最小二乘法处理, 然后相加, 如式 (2) 所示。

$$\begin{aligned} Loss &= MSE_f + MSE_v \\ MSE_f &= \frac{1}{N_f} \sum_{i=1}^{N_f} |f(t_v^i, x_v^i)|^2 \\ MSE_v &= \frac{1}{N_v} \sum_{i=1}^{N_v} |v(t_v^i, x_v^i) - v^i|^2 \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $Loss$ 是整体的损失函数, MSE_f 是损失函数的第一部分, f 是偏微分处理, N_f 第一部分的数据量。 MSE_v

是损失函数的第二部分， N_v 是第二部分的数据量。

神经网络中的权重 ω 和偏差 b 在初始化时随机给出，用梯度下降的方法使得损失函数趋于最小化，使得 $v_0(x, t)$ 不断接近 $v(x, t)$ ，进行多次迭代训练后，损失值趋于稳定，这时我们可以认为 $v_0(x, t)$ 就是 $v(x, t)$ 的PINN的代理模型。

本文使用的基于物理信息的深度学习模型，主要是将NS方程进行变形，构造的损失函数如公式(3)所示。

$$\begin{aligned} e_1 &= u_t + uu_x + vu_y + p_x - \text{Re}^{-1}(u_{xx} + u_{yy}) \\ e_2 &= u_t + uv_x + vv_y + p_y - \text{Re}^{-1}(v_{xx} + v_{yy}) \\ e_3 &= u_x + u_y \end{aligned} \quad (3)$$

所构造出来的神经网络结构如图1所示。

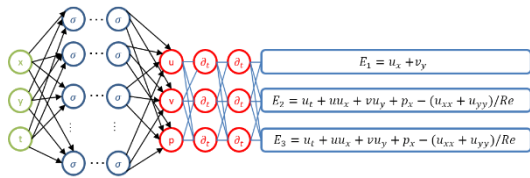


图1 基于NS方程的深度学习网络结构

深度神经网络的每层进行全连接，激活函数为tanh函数或者sigmoid函数：

$$\begin{aligned} \sigma(z) &= \frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}} \\ \sigma(z) &= \frac{1}{1 + e^{-z}} \end{aligned} \quad (4)$$

最后一层M层为输出层，输出的拟合函数如式(5)所示：

$$h(x, y, t) = a^M(x, y, t, w, b) \quad (5)$$

其中a是神经元的输出值，z是神经元的输入值。由此通过式(5)给定任意的输入即可快速得到h(x,y,t)。

通过该神经网络训练出来的数据不仅满足物理原理N-S方程的要求，也满足神经网络损失值趋于稳定的要求。

2 圆柱绕流数值计算

2.1 圆柱绕流物理模型及网格划分

二维圆柱绕流的物理计算模型如图2所示，取圆柱直径 $D=1.125\text{cm}$ 作为计算模型，计算域的大小为上流边界距圆柱圆心为 $6.5D$ ，下流边界距圆柱圆心 $23.5D$ ，顶部和底部边界距圆柱圆心 $10D$ 。采用ICEM软件对圆柱绕流进行结构化网格划分，对圆柱附近流动比较复杂变化较大的地方进行网格加密，可以捕捉圆柱周围细微的

流动，圆柱网格划分如图3所示。

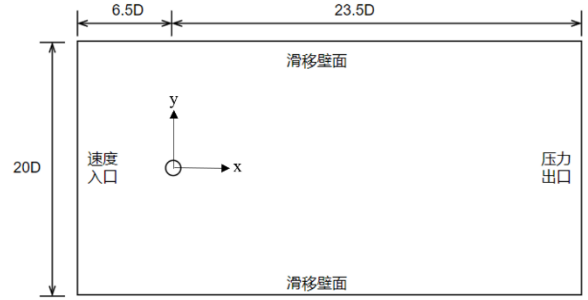


图2 计算域示意图

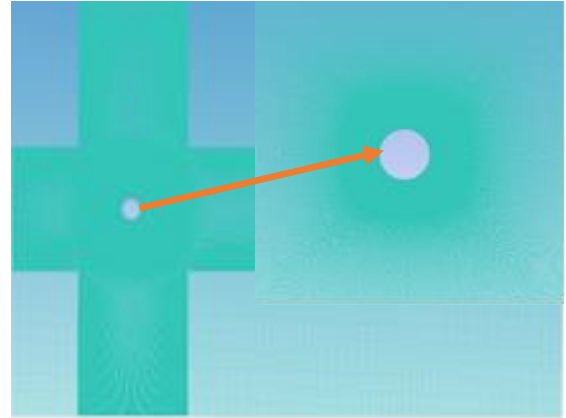


图3 圆柱绕流网格

2.2 边界条件

本文进行二维圆柱绕流层流非稳态计算，设定雷诺数为100，密度 $\rho=1.225\text{kg}/\text{m}^3$ ，粘性系数 $\mu=1.7894 \times 10^{-5}\text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$ 。边界条件如下：(1)入口边界指定为速度入口 $u = U_\infty = 0.129483\text{m}/\text{s}$ ， $v=0$ ；(2)出口边界指定为压力出口边界条件；(3)圆柱表面设为无滑移边界条件，顶部和底部边界设为滑移边界条件，速度为自由来流速度 $U_\infty = 0.129483\text{m}/\text{s}$ 。使用商业软件Fluent进行数值仿真压力与速度的耦合方法选择SIMPLE算法，二阶隐式格式离散时间项，压力项的离散采用二阶格式，动量方程采用二阶迎风格式离散，时间步长取0.001s，内迭代为20步。

2.3 斯特劳哈尔数计算结果对比

在圆柱绕流的模拟中，表示涡街脱落现象的斯特劳哈尔数St是重要参数，其的定义为：

$$St = \frac{fD}{U} \quad (6)$$

其中f是涡脱落的频率，U为自由来流速度，D为圆柱直径。斯特劳哈尔数Sr的计算结果如表1，实验结果涡脱落的无量纲频率在0.160-0.167^[15]，说明本文的计算结果是可靠的。

表1 斯特劳哈尔数Sr的结果对比

	St
本文	0.16681
张等 ^[15]	0.16529
Tritton ^[2]	0.16000
Roshko ^[1]	0.16700

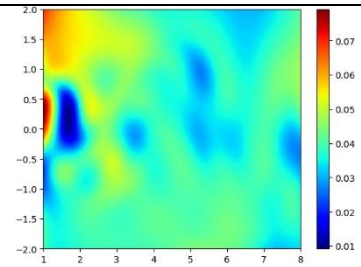


图7 神经网络训练后所得到的速度云图和压力分布图

3 深度学习模型 (PINN) 构建与结果对比

将计算结果导出,选取圆柱后部区域数据输入到神经网络模型中去进行训练,计算 $t=10.5s$ 时的结果。流场选取 x 从 1 到 8, y 从 -2 到 2 的一个矩形区域的数据,共提取 10000 个数据点。使用 `pycharm` 进行编译,训练和采样环境为 `python3.7` 和 `TensorFlow2.3`。一共有 10 层神经网络,每层之间采用全连接层,每层神经元设置为 $3+30*8+2$,激活函数选用 `tanh`,优化函数为 `Adam` 函数。不同学习率使用不同的训练步数,总共训练 10^8 步,前 $2*10^7$ 步的学习率为 $1e^{-3}$, $2*10^7-5*10^7$ 步的学习率为 $1e^{-4}$, $5*10^7-8*10^7$ 的学习率为 $1e^{-5}$,最后 $8*10^7-10^8$ 步的学习率为 $1e^{-6}$ 。所用训练时间为 139 个小时,最终损失值稳定在 $1e^{-5}$ 。

最终训练预测和数值计算得到速度云如图 4 和图 5 所示。压力分布如图 6 所示,其中压力进行了差值计算结果如图 7。从图 4、图 5 和图 6 可以看出神经网络训练预测的速度和压力云图和 `Fluent` 数值计算得到的云图基本一致,得到圆柱绕流尾流的流动特征,可以较准确的得到速度的变化趋势。从图 7 可以看到压力计算两者之间存在一定的差值,其原因可能是在神经网络建模过程中未考虑到压力项,然而压力是有脉动的,导致结果趋势特征相似数值有相差,将在下一步工作中进行解决。

4 结论

本文构建了基于物理信息的深度学习神经网络模型 (PINN),并给出了计算模型及神经网络模型的构建过程。以二维圆柱绕流为例进行了圆柱部分尾流区域的流场预测,通过与 `Fluent` 计算结果对比,两者结果基本一致证明本模型的有效性。该方法具有一定的模拟精度,可以为下一阶段复杂模型的构建提供一些工作基础。

参 考 文 献:

- [1] Roshko, A., On the Development of Turbulent Wakes from Vortex Streets. NACA Rep. 1191, 1954.
- [2] Tritton, D., Experiments on the Flow Past a Circular Cylinder at Low Reynolds Numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 1959. 6: p. 547-567.
- [3] Mockett, C., et al., Analysis of Detached-Eddy Simulation for the Flow Around a Circular Cylinder with Reference to PIV Data. *Flow Turbulence & Combustion*, 2010. 85(2): p. 167-180.
- [4] 苏铭德 and 康钦军, 亚临界雷诺数下圆柱绕流的大涡模拟. *力学学报*, 1999(01): p. 100-105.
- [5] 靳瑶, 蔡晋生, and 廖飞, $Re=3900$ 的圆柱绕流湍流模拟对比研究 (英文). *应用数学和力学*, 2016. 37(12): p. 1282-1295.
- [6] 陈静涛, 圆柱绕流的二维数值模拟和尾迹分析. *计算机辅助工程*, 2013. 22(06): p. 1-6+27.

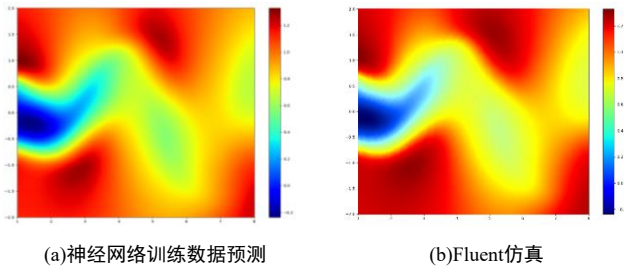


图4 x方向速度云图

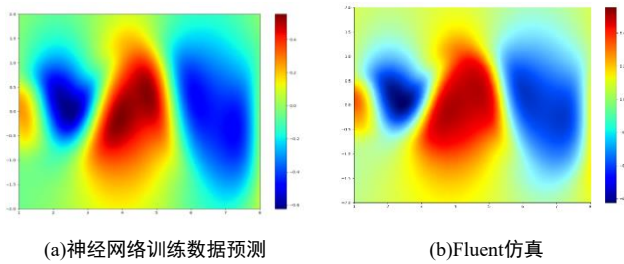


图5 y方向速度云图

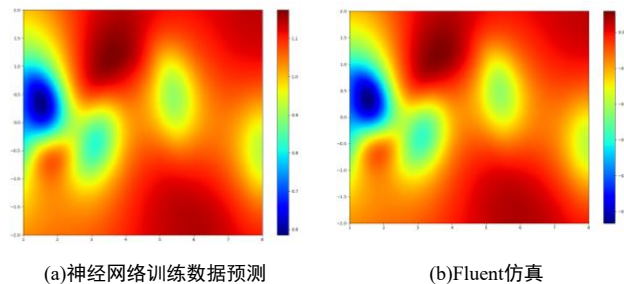


图6 压力p分布云图

- [7] 端木玉 and 万德成, 不同长细比圆柱绕流的大涡模拟. 水动力学研究与进展(A辑), 2016. 31(03): p. 295-302.
- [8] 蓬鑫晨, et al. 不同雷诺数下三维圆柱绕流数值模拟. in 第十八届中国海洋(岸)工程学术讨论会. 2017. 中国浙江舟山.
- [9] Karpatne, A., et al., Theory-guided Data Science: A New Paradigm for Scientific Discovery from Data. 2016.
- [10] Maziar, R., Y. Alireza, and K.G. Em, Hidden fluid mechanics: Learning velocity and pressure fields from flow visualizations. Science (New York, N.Y.), 2020. 367(6481).
- [11] Machine Learning; New Machine Learning Findings from Virginia Tech Outlined (Physics-informed machine learning approach for reconstructing Reynolds stress modeling discrepancies based on DNS data). Journal of Robotics & Machine Learning, 2017.
- [12] Jin, X., et al., NSFnets (Navier-Stokes Flow nets): Physics-informed neural networks for the incompressible Navier-Stokes equations. 2020.
- [13] Shukla, K., et al., Physics-informed neural network for ultrasound nondestructive quantification of surface breaking cracks. 2020.
- [14] Pun, G.P.P., et al., Physically informed artificial neural networks for atomistic modeling of materials. Nature Communications, 2019. 10(1).
- [15] 张群峰, 何鸿涛, and 吕志咏, 二维圆柱层流绕流及其控制数值模拟. 科学技术与工程, 2009. 9(05): p. 1187-1193.

Construction of flow field around cylinder based on PINN neural network

zhaoaobo^{1,2} zhengguannan¹ chenjunyi^{1,2} songxin^{1,2} haozhanzhou^{1,2} lvzhaoyang^{1,2}

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100190)

(University of Chinese Academy of Sciences, Beijing, 1000049)

Abstract: As a basic physical model, two-dimensional flow around a cylinder is verified by many methods. Most of the current research methods are experiment and numerical calculation. In this paper, a neural network modeling method based on physical information (PINN) is introduced. Firstly, the basic principle of the network architecture is introduced. The unsteady flow field around a two-dimensional cylinder at Reynolds number 100 is numerically simulated by CFD, and the training data are obtained. The velocity and pressure distribution nephogram obtained by the network training part of the flow field data is compared with the velocity and pressure distribution nephogram obtained by the commercial software Fluent. The results show that the PINN model can provide an effective modeling method for the flow around the cylinder, and provide a certain basis for the next complex model.

Keywords: Flow around two-dimensional cylinder; Deep learning; Numerical simulation