

引用格式: 吕林立, 肖歆昕, 冯冠华, 等. 巨型星座覆盖性的高效分析方法[J]. 航空学报, 2022, 43(3): 325173. LYU L L, XIAO X X, FENG G H, et al. Efficient algorithm for calculating coverage of mega-constellation[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2022, 43(3): 325173 (in Chinese). doi:10.7527/S1000-6893.2021.25173

巨型星座覆盖性的高效分析方法

吕林立^{1,2}, 肖歆昕¹, 冯冠华^{1,2}, 李文皓^{1,2,*}

1. 中国科学院力学研究所, 北京 100190
2. 中国科学院大学工程科学学院, 北京 100049

摘要: 针对巨型星座设计及建设过程中的覆盖性分析问题, 提出了一种高效覆盖性分析新方法: 并行墨卡托投影图叠加法(PMPS)。该算法通过对墨卡托投影图的图像叠加处理, 进行覆盖域计算, 突破了传统网格法(GPA)中网格数量与星座卫星数量的关联约束, 降低了计算消耗对卫星数量增长的敏感度。给定计算精度下, 随着卫星数量的增加, GPA与PMPS计算消耗比值逐渐提高, 并最终趋于极限值, 该极限值和GPA选取网格量呈正相关。仿真结果表明: 全球覆盖分析中GPA网格数为 10^4 量级、满足指定计算误差时, 未引入并行计算的PMPS效率相对GPA最大可提高1~2个量级, 当GPA网格量更大时, 如 10^5 量级时, 未引入并行计算的PMPS效率相对GPA预计最大可提高2~3个量级。

关键词: 巨型星座; 并行墨卡托投影图叠加法(PMPS); 覆盖性分析; 网格法(GPA); 全球覆盖

中图分类号: V19 文献标识码: A 文章编号: 1000-6893(2022)03-325173-11

随着商业航天的蓬勃发展, 巨型星座网络近年来在建设、组网、服务等多方面取得快速进展^[1-2]。例如, 美国SpaceX公司的星链(Starlink)计划部署40 000多颗卫星^[3-4], 目前已经部署了超过1 300颗, 超过了其他低轨卫星在轨数量的总和, 其他如美国的Kuiper计划、英国的OneWeb、中国的“鸿雁”“鸿云”以及各类部署组网的Telesat和Galaxy Space计划^[3,5-6]等。

在巨型星座之前, 对地对天覆盖性已经得到了广泛研究, 并用于对地观测分析(如NASA的EOS计划^[7-10])、空间机器人遥操作的中继分析^[11-16]等。对于巨型星座网络, 其主要预期服务包括: 对地观测^[17-18]、天基互联网通讯服务^[5, 19]等。这些服务的实现要求对地有效覆盖、星间有效互联^[20], 因此巨型星座的对地、对天覆盖性准确分析是其产生预期能力的前提。此外, 巨型星

座的建立需要多次部署^[21-23], 逐渐组网, 包括建设和服务的过程中, 也存在因部分卫星失效而产生补网需求, 因此, 动态和高效地分析巨型星座的覆盖性非常重要。其计算效率直接影响着星座的设计效率^[24-25]。用于覆盖性分析的覆盖带法^[26-28], 仅能分析圆轨道星座, 基于三角剖分的覆盖性分析方法^[29], 该类方法仅能分析较简单覆盖区域, 也有基于映射的二维图法^[30]。对于复杂星座构型, 由于星座的覆盖性能难以用解析的方法求解, 网格法为广泛使用的方法。网格法最早由Morrison^[31]提出, 该方法的基本思路是将目标区域的包围盒按经纬度、距离、面积等方式划分为网格, 以网格中心点代表网格, 按给定步长计算卫星空间位置极点, 由地心角法计算并记录卫星对网格点的覆盖情况。

由于网格法的分析是对星座中的各个卫星,

收稿日期: 2020-12-28; 修稿日期: 2021-02-22; 录用日期: 2021-04-06; 网络出版时间: 2021-04-29 15:43

网络出版地址: <https://hkxb.buaa.edu.cn/CN/Y2022/V43/I3/325173>

基金项目: 中国科学院战略性先导科技专项(A类)(XDA17030200); 国家重点基础研究发展计划(973)(2013CB733000); 国家自然科学基金(11002143)

* 通信作者: E-mail: liwenhao@imech.ac.cn

均逐个网格遍历求解,因此随着星座中卫星数量的增加,其覆盖性计算的消耗必然会上升,对于 10^3 ,甚至 10^4 量级的星座,使用网格法的覆盖性分析对计算能力和计算效率的需求会直线上升。

本文提出一种覆盖性分析方法:并行墨卡托投影图叠加法(PMPS),该方法将星座在指定空间天球的覆盖域,通过图像畸变投影至二维墨卡托图上,使用图像面元并行赋值和图像叠加原理,分析星座覆盖性,从而高效提升巨型星座多重覆盖性的分析效率。

1 卫星覆盖模型

1.1 星地覆盖模型

假设地球为正球体,卫星对地覆盖不考虑距离约束,则星座中的单颗卫星对地覆盖域在地球表面为以星下点为圆心的球冠,覆盖模型如图 1 所示。

图 1 中,设 θ 为卫星对地通讯/观测视场半锥角; R_e 为地球半径; H_s 为卫星当前轨道高度,则卫星覆盖域对应半地心角 φ' ,以及覆盖域球面半径 R' 满足

$$\begin{cases} \varphi' = \frac{\pi}{2} - \theta - \arccos\left(\frac{R_e + H_s}{R_e} \sin\theta\right) \\ R' = \varphi' R_e \end{cases} \quad (1)$$

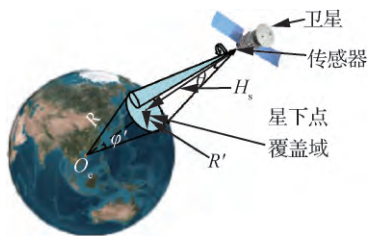


图 1 单星对地覆盖模型示意图

Fig. 1 Single satellite to ground coverage model

1.2 同高度卫星的星间覆盖模型

星间覆盖主要考虑地球曲率遮挡和大气影响,对于同轨道高度的卫星,单颗卫星在同轨道高度空间天球上的覆盖域为以该卫星为圆心的球冠,如图 2 所示。根据球面几何关系,该球冠对应的半地心角 φ'' ,以及球面半径 R'' 满足

$$\begin{cases} \varphi'' = 2\arccos\left(\frac{R_e + h}{R_e + H_s}\right) \\ R'' = \varphi''(R_e + H_s) \end{cases} \quad (2)$$

式中: h 为大气层厚度。

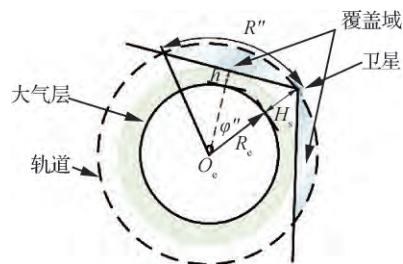


图 2 同高度星间覆盖示意图

Fig. 2 Inter satellite coverage on same height

2 PMPS 覆盖性分析方法

PMPS 方法具体步骤为

步骤 1 以选定色值 K_0 初始化给定分辨率墨卡托底图。

步骤 2 单星覆盖域边界空间几何关系曲线计算。针对星座中任一卫星,根据式(1)或式(2)计算其覆盖域边界空间几何关系曲线。

步骤 3 单星覆盖图获取。将空间几何关系曲线进行墨卡托投影,并对区域内的像元进行批赋值,获取其对地、对天覆盖区域。

步骤 4 遍历获取覆盖图。按照步骤 2 和步骤 3 遍历获取所有卫星的对地、对天覆盖图。

步骤 5 星座覆盖图获取。通过给定透明度和色值编码方式,依次叠加步骤 4 所获取的单星覆盖图至墨卡托底图。

步骤 6 星座覆盖性分析。基于图像叠加原理和并行处理算法,对星座覆盖图处理分析获得覆盖性矩阵。结合目标区域的权重矩阵和面积矩阵,获取大规模层叠后的全星座覆盖性分析结果。

2.1 墨卡托覆盖图

定义墨卡托覆盖图(简称:覆盖图)为星座内各卫星在地面或天球上覆盖域的墨卡托投影叠加图。

2.1.1 单星覆盖图

图 3 为单颗卫星 $S_i (i = 1, 2, \dots, N_s)$ 对地覆盖图。

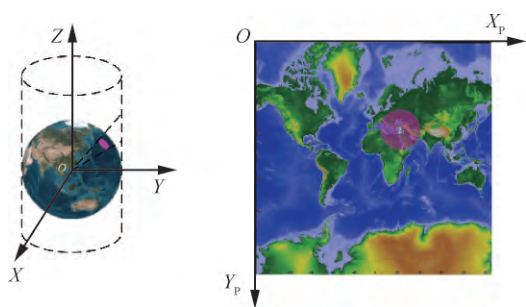


图3 单星覆盖图

Fig. 3 Coverage of single satellite

由式(1)或式(2)可求得相应覆盖模型下覆盖域球面半径。采用大地主题正解算法^[32-33],解算以星下点为圆心的覆盖域空间几何关系曲线。选定色彩模型(如三原色光模型(RGB)、印刷四分色模型(CMYK)等)及色值 K_a 进行图像渲染,获得卫星 S_i 的覆盖图 $G_i (i = 1, 2, \dots, N_s), N_s$ 为卫星数量。 G_i 编码方式满足

$$g_{mm} = \begin{cases} K_a & G_{mm} \subseteq g^c \\ \text{None} & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

式中: g_{mm} 为覆盖域内像元。

2.1.2 星座覆盖图

以选定的透明度 α 将各卫星的覆盖图逐个叠加,其中将色值 K'' 叠加至 K' 获得 K 的叠加原理如式(4),由此得星座覆盖图 G^c 。

$$K = (1 - \alpha)K' + \alpha K'' \quad (4)$$

由式(4)可知星座覆盖重数与覆盖图色值一一对应。

2.1.3 各重覆盖矩阵

式(4)可给出 i 重覆盖对应的色值 $K_i (i = 1, 2, \dots)$, 根据 K_i 和星座覆盖图 G^c 定义各重覆盖矩阵 $F^i (i = 1, 2, \dots), F^i$ 赋值方法为

$$F_{mm}^i = \begin{cases} 1 & K_{mm} = K_i \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

式中: K_{mm} 为 G^c 第 m 行 n 列像元色值; F_{mm}^i 为 F^i 第 m 行 n 列元素。

2.2 星座覆盖性分析

各重覆盖面积及各重覆盖率是衡量星座覆盖性的重要指标。本文就这 2 类覆盖性指标应用

PMPS 方法进行求解。

2.2.1 面积矩阵

定义 p 维面积矩阵 A , 其各元素为星座覆盖图 G^c 中, 各像元实际地理面积。由墨卡托投影特点可得矩阵 A :

$$A = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} (2\pi R \cos \beta_1)^2 & \cdots & (2\pi R \cos \beta_1)^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ (2\pi R \cos \beta_p)^2 & \cdots & (2\pi R \cos \beta_p)^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\beta_i = \frac{\pi}{2} - 2 \arctan(e^{\pi[2(i-1)/p-1]}) \quad (7)$$

式中: R 为覆盖域球面半径; $L = p^2$ 为图像分辨率; β_i 为星座覆盖图第 i 行像元对应地理纬度。

2.2.2 目标域权重矩阵

定义 p 维目标域权重矩阵 W , W 中元素 w_{mm} 的位置 Q_{mm} 包含于目标区域 q^g 内时, w_{mm} 为 1, 否则为 0。 W 满足

$$w_{mm} = \begin{cases} 1 & Q_{mm} \subseteq q^g \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

式中: w_{mm} 为 W 第 m 行 n 列元素。

2.2.3 覆盖面积与覆盖率

定义 B_i 为目标区域 i 重覆盖面积, 满足

$$B_i = \sum_n \sum_m F^i * W * A \quad i = 1, 2, \dots \quad (9)$$

式中: $*$ 为哈达玛积。

定义 P_i 为目标区域 i 重覆盖率, 满足

$$P_i = \frac{\sum_n \sum_m F^i * W * A}{\sum_n \sum_m W * A} \quad i = 1, 2, \dots \quad (10)$$

2.3 算法实现

本文算法实现包括如下几个步骤:

步骤 1 初始化。

步骤 2 赋值。对星座参数, 图像叠加透明度、地球半径、目标时刻等参数进行赋值。

步骤 3 卫星轨道外推。

步骤 4 星下点求解。

步骤 5 单星覆盖图投影叠加。

步骤 6 计算覆盖率及覆盖面积输出结果。由式(9)、式(10)计算出覆盖面积及覆盖率, 并输

出结果。

具体算法流程如图 4 所示。

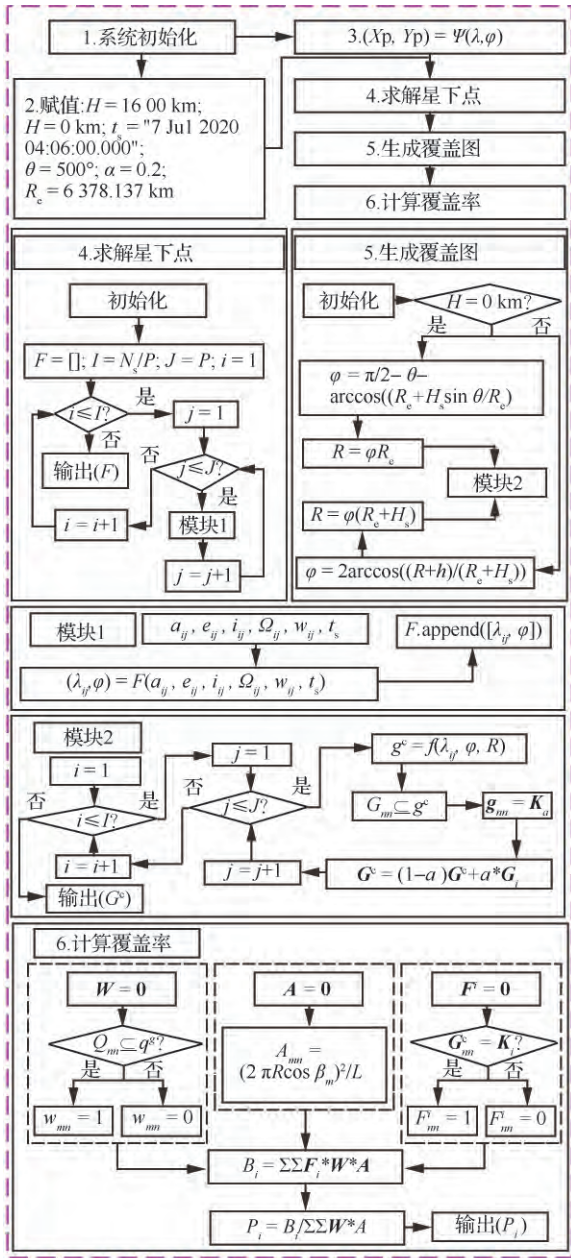


图 4 PMPS 流程图

Fig. 4 Flow chart of PMPS

3 计算消耗分析

3.1 GPA 计算消耗

GPA 的计算过程主要分为 3 步:

1) 网格点划分。

2) 对 M 个网格点、 N_s 颗卫星进行逐点逐星覆盖判定。

3) 统计分析结果。因此,其计算消耗 T' 满足

$$T' = C'_1 + C'_2 MN_s + C'_3 \quad (11)$$

式中: C'_1 为网格划分计算消耗; C'_2 为单星单点覆盖性判定计算消耗; C'_3 为统计分析计算消耗。

由式(11)乘积项 $C'_2 MN_s$ 可知,GPA 网格点数 M 与卫星数量 N_s 的乘积影响了算法计算消耗。在给定网格点数 M 下,GPA 算法中 C'_1 、 C'_3 两项为定值,而 $C'_2 MN_s$ 项随着卫星数量变化线性增长。

3.2 PMPS 计算消耗

PMPS 分析过程主要分为 2 步:

1) 对 N_s 颗卫星逐星求解覆盖域并叠加至初始化的墨卡托底图。

2) 统计分析覆盖率。

设 t_l 为单星覆盖域空间几何关系曲线计算时间消耗,该值为常数, t_p 为空间几何关系曲线墨卡托投影时间消耗,该值为常数。设单星覆盖域 C 内像元纵坐标最大值、最小值间差值为 n_v ,则基于扫描线法的覆盖域 C 内色彩空间编码赋值时间消耗 $t_{a(C)} = \kappa_a n_v$,其中 κ_a 为线填充效率当量;设单星覆盖域 C 边界像元数量为 n_b ,则基于边界的区域布尔叠加时间消耗 $t_{b(C)} = \kappa_b n_b$,其中 κ_b 为布尔运算效率当量。单星覆盖域求解计算消耗 C'_1 满足

$$C'_1 = t_l + t_p + t_{a(C)} + t_{b(C)} = t_l + t_p + \kappa_a n_v + \kappa_b n_b \quad (12)$$

式中: t_l 、 t_p 均为常数; $t_{a(C)}$ 、 $t_{b(C)}$ 项与图像分辨率有微弱关联。

设 t_d 为单个像元判定及其对应覆盖性矩阵赋值时间消耗当量; L 为图像分辨率,则求解面积矩阵 A 的时间消耗 $t_{A(L)} = \kappa_A \sqrt{L}$,其中 κ_A 为各行像元面积求解效率当量;定义目标域权重矩阵 W 的时间消耗 $t_{W(L)} = \kappa_W L$,其中 κ_W 为矩阵赋值算法效率当量;矩阵哈达玛积并累加求和时间消耗 $t_{H(L)} = 2\kappa_H L + \kappa_s L$,其中 κ_H 为矩阵哈达玛积计算效率当量, κ_s 为矩阵各项累加效率当量。覆盖分析时间消耗 $C'_2(L)$ 满足

$$C_2'(L) = \sum_i \frac{n_i t_d}{\eta_{p(n,L)}} + t_{A(L)} + t_{W(L)} + t_{H(L)} = \frac{Lt_d}{\eta_{p(n,L)}} + \kappa_A \sqrt{L} + \kappa_W L + (2\kappa_H + \kappa_s)L \quad (13)$$

式中: $n_i (i = 0, 1, \dots)$ 为 i 重覆盖像元数; $\eta_{p(n,L)}$ 为图像并行处理加速比, 其理论值可由 Amdahl 定律^[34-36] 给出, 在数字图像处理领域, 多核环境下的并行加速比已被广泛研究^[37-44]。本文后续算例中, 用未引入并行计算的 PMPS 算法时间消耗与 GPA 对比分析, 也即 $\eta_{p(n,L)} = 1$, 因此, 并行算法对效率影响本文暂不做详细讨论。

根据上述过程, PMPS 计算时间消耗 T'' 满足 $T'' = C_0''(L) + C_1'' N_s + C_2''(L)$ (14) 式中: $C_0''(L)$ 为初始化墨卡托底图时间消耗, 该值受图像分辨率影响。

因此:

$$T'' = C_0''(L) + (t_1 + t_p + \kappa_a n_v + \kappa_b n_b) N_s + \frac{Lt_d}{\eta_{p(n,L)}} + \kappa_A \sqrt{L} + \kappa_W L + (2\kappa_H + \kappa_s)L \quad (15)$$

由式(12)可知, 对于给定的覆盖域, 单星覆盖域的计算消耗 C_1'' 为常数, 式(14)中 $C_1'' N_s$ 项随着卫星数量线性增长。由式(13)可知, 给定计算机核数下, 覆盖分析时间消耗 $C_2''(L)$ 与图像分辨率 L 相关, 当图像大小确定时, $C_0''(L)$ 、 $C_2''(L)$ 为常数。式(14)可知, PMPS 算法中卫星数量 N_s 和图像分辨率 L 对计算消耗的影响相互独立, 该算法突破了计算精度与星座卫星数量的关联约束。

GPA 与 PMPS 计算消耗比值 K 满足式(16), 该值反映了 PMPS 计算效率比 GPA 提高的倍数。

$$K = \frac{C_1' + C_2' M N_s + C_3'}{C_0''(L) + C_1'' N_s + C_2''(L)} \quad (16)$$

由式(16)可知, 随着卫星数量的增加, K 趋于极限 K_∞ , 且 $K_\infty = \lim_{N_s \rightarrow +\infty} K = \frac{C_2' M}{C_1''}$, 该极限值与 2 种算法处理单颗卫星覆盖效率相关, 且与 GPA 网格数量成正比。 K 与卫星数量级 $n = \lg(N_s)$ 关系见图 5。图中 $K_0 = \frac{C_1' + C_2' M + C_3'}{C_0''(L) + C_1'' + C_2''(L)}$, 对于未引入并行计算的 PMPS, 当选用高分辨率的墨卡托图时, $C_2''(L)$ 项可能较大, 因此, 对于低数量卫星的覆盖性分析,

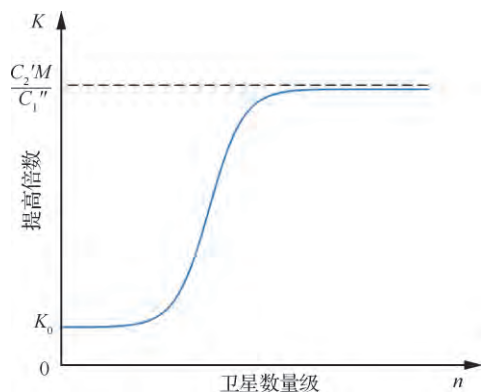


图 5 提高倍数与卫星数量级关系曲线

Fig. 5 Relation curve between multiple of increase of K and order of magnitude of number of satellites

未引入并行计算的 PMPS 方法不一定比 GPA 有明显优势。

4 仿真校验

本实验中计算机 CPU 为 Intel (R) Core (TM) i7-6700 K CPU@4.00 GHz, 运行内存为 4 GB, 显卡为 NVIDIA GeForce GTX 1060 6 GB, 操作系统为 Windows 10 64 Bit, 开发语言为 Python3.7。用未引入并行计算的 PMPS 算法时间消耗与 GPA 进行对比分析。

由于传统网格法计算精度随网格数量增加逐渐提高, 校验前先确定给定计算精度下 GPA 网格数量及 PMPS 图像分辨率。该过程基于对构型为 1 584/24/1 的 Starlink 子星座计算结果完成。卫星天线扫描半锥角设为 40° , 轨道倾角为 53° , 轨道高度为 550 km。

确定计算精度后, 算例 1 对现有典型星座或其子星座进行仿真实验, 研究未引入并行计算的 PMPS 算法与 GPA 算法间计算误差及计算消耗; 算例 2 在 Starlink 子星座基础上进行构型变化, 研究卫星总数量恒定、星座构型变化下 2 种算法间的计算误差及计算消耗; 算例 3 采用 Starlink 的种子卫星参数进行卫星数量变化, 研究卫星数量变化下 2 种算法间的计算误差及计算消耗。本仿真校验中均采用 Walker 星座, 构型为 $N_s/P/F$, 其中 N_s 为卫星数量, P 为轨道平面数, F 为相位因子。

4.1 计算精度确定

本文采用移动方差法确定 GPA 计算结果趋于稳定时的网格数。取移动方差窗口步长为 5，直至方差小于 0.1 认为计算结果趋于稳定。结果见表 1。并对选定网格数进行网格无关性验证，结果见表 2。在确定 GPA 计算精度后，逐渐提高 PMPS 中覆盖图分辨率，将计算结果和 GPA 结果进行对比，两者结果相对误差在 5% 以内时，认为满足精度要求，结果见表 3。

表 1 移动方差
Table 1 Moving variance

| 网格数 | 移动方差 | | | |
|-----|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | 1 重覆盖率 | 2 重覆盖率 | 3 重覆盖率 | 4 重覆盖率 |
| 104 | | | | |
| 167 | | | | |
| 194 | 38.730 33 | 25.143 13 | 18.300 65 | 10.190 97 |
| 203 | 16.318 22 | 26.239 62 | 25.975 77 | 10.667 07 |
| 284 | 17.694 98 | 24.474 68 | 22.525 18 | 10.315 17 |
| 302 | 18.378 83 | 19.096 13 | 25.835 93 | 9.460 03 |
| 410 | 29.406 77 | 19.107 97 | 25.063 77 | 2.783 33 |
| 437 | 36.249 65 | 33.463 73 | 20.025 03 | 5.775 67 |
| 536 | 40.551 83 | 28.910 17 | 4.927 67 | 4.336 87 |
| 608 | 23.768 07 | 30.287 68 | 4.882 03 | 4.764 37 |
| 734 | 18.520 83 | 19.036 3 | 6.338 87 | 4.734 22 |
| 896 | 13.679 57 | 18.597 92 | 12.262 | 1.972 25 |

续表 1

| 网格数 | 移动方差 | | | |
|--------|-----------|----------|----------|----------|
| | 1 重覆盖率 | 2 重覆盖率 | 3 重覆盖率 | 4 重覆盖率 |
| 950 | 10.592 52 | 5.526 28 | 9.432 62 | 2.205 47 |
| 1 148 | 3.664 93 | 1.951 08 | 9.164 78 | 7.044 77 |
| 1 382 | 5.783 33 | 3.734 72 | 8.783 78 | 5.902 85 |
| 1 652 | 5.945 33 | 4.443 68 | 6.068 75 | 5.342 78 |
| 1 976 | 6.003 52 | 5.234 77 | 5.901 17 | 5.446 63 |
| 2 588 | 5.652 6 | 5.635 17 | 4.739 9 | 3.100 87 |
| 3 326 | 3.238 72 | 4.103 77 | 5.601 88 | 0.687 97 |
| 3 854 | 1.676 53 | 3.026 87 | 5.775 12 | 0.687 97 |
| 4 826 | 1.438 17 | 0.116 47 | 0.201 32 | 1.108 15 |
| 6 608 | 1.042 58 | 0.120 38 | 0.214 13 | 0.626 57 |
| 10 334 | 0.272 52 | 0.030 28 | 0.211 93 | 0.462 27 |
| 12 602 | 0.197 32 | 0.024 12 | 0.211 07 | 0.357 33 |
| 14 708 | 0.094 3 | 0.022 32 | 0.177 25 | 0.203 43 |
| 16 976 | 0.058 3 | 0.032 12 | 0.124 33 | 0.096 37 |
| 17 786 | 0.067 87 | 0.030 05 | 0.035 53 | 0.015 73 |

表 2 网格无关性验证
Table 2 Grid independence verification

| 网格数 | 无关性/% | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 1 重覆盖率 | 2 重覆盖率 | 3 重覆盖率 | 4 重覆盖率 |
| 10 334 | 13.9 | 25.43 | 21.4 | 8.93 |
| 20 621 | 14.7 | 25.15 | 21.13 | 9.46 |
| 23 780 | 14.71 | 25.34 | 20.91 | 9.52 |

表 3 PMPS 与 GPA 相对误差
Table 3 Relative error of PMPS and GPA

| 图像分辨率 | 相对误差 | | | |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | 1 重覆盖 | 2 重覆盖 | 3 重覆盖 | 4 重覆盖 |
| 512×512 | 0.530 612 245 | 0.532 007 952 | 0.575 485 092 | 0.582 452 431 |
| 1 024×1 024 | 0.291 156 463 | 0.291 848 907 | 0.338 854 709 | 0.347 780 127 |
| 2 048×2 048 | 0.147 619 048 | 0.143 538 767 | 0.187 884 524 | 0.197 674 419 |
| 4 096×4 096 | 0.068 027 211 | 0.062 425 447 | 0.102 697 586 | 0.113 107 822 |
| 8 192×8 192 | 0.026 530 612 | 0.019 880 716 | 0.058 211 074 | 0.068 710 359 |
| 16 384×16 384 | 0.005 442 177 | 0.001 988 072 | 0.035 021 297 | 0.045 454 545 |

4.2 仿真算例

算例 1 对现有星座的计算误差及计算消耗

在现有典型星座或其子星座覆盖性分析算例中,仅考虑物理遮挡因素下的全球覆盖性。星座参数见表 4。未引入并行计算的 PMPS 与 GPA 分别计算星座对地全球 1~5 重覆盖率,算法间误差如图 6 所示,图中 $E_k(k=1,2,3,4,5)$ 表示 k 重覆盖率误差。2 种算法计算消耗见图 7。

由图 6 可知,2 种算法计算误差在 2% 以内。由图 7 可以看出在不同星座下,未引入并行计算的 PMPS 计算消耗均在 400~500 s 范围内波动。本算例中 GPA 对于数量在 10^1 量级内的星座,计算消耗相对较低,卫星数量在 10^2 量级时,GPA 计算消耗高于未引入并行计算的 PMPS,这是由于未引入并行计算的 PMPS 的消耗项 $C_2'(L)$ 与图像分辨率呈正相关,在较大图像分辨率下, $C_2'(L)$ 较大。

算例 2 星座构型变化的计算误差及计算消耗

表 4 现有典型星座或子星座参数

Table 4 Parameters of existing constellations or sub constellations

| 星座 | 圆轨道/km | 星座构型 | 倾角/(°) |
|--------------|--------|----------|--------|
| GPS | 20 180 | 24/6/1 | 55 |
| GLONASS | 19 130 | 24/3/1 | 64 |
| Galileo | 23 222 | 24/3/1 | 56 |
| Beidou | 21 150 | 24/3/1 | 55 |
| Telesat | 1 248 | 45/5/1 | 37.4 |
| Globalatar | 1 400 | 48/8/1 | 52 |
| Iridium NEXT | 781 | 66/6/1 | 86.4 |
| O3b Mpower | 8 063 | 70/1/1 | 0 |
| OneWeb | 1 200 | 588/12/1 | 87.9 |

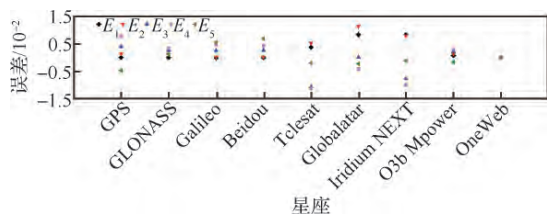


图 6 不同星座未引入并行计算的 PMPS 与 GPA 间的计算误差

Fig. 6 Calculation errors between PMPS without parallel computing and GPA for different constellations

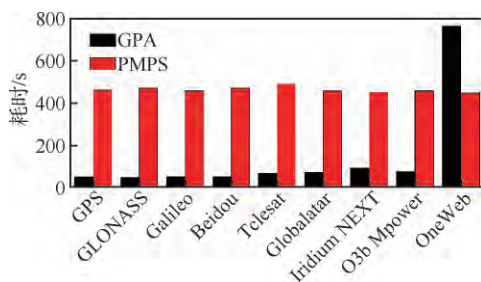


图 7 不同星座下未引入并行计算的 PMPS 与 GPA 计算消耗

Fig. 7 Time consumption of PMPS without parallel computing and GPA for different constellations

本算例中取卫星总数量为 1 584 颗,位于高度 550 km 的圆轨道,传感器锥角为 40° 。对表 5 所示 16 个构型的星座进行对地全球 1~5 重覆盖率计算。2 种算法间的计算误差见图 8,2 种算法计算消耗见图 9。

由图 8 可知 2 种算法的计算误差保持在 1% 内。由图 9 可知 GPA 算法计算消耗在其均值 2 492.57 s 的 2.73% 范围内波动,未引入并行计算的 PMPS 算法计算消耗在其均值 514.13 s 的 2.72% 范围内波动,因此可基本排除星座构型对

表 5 星座构型

Table 5 Constellation configurations

| 编号 | 构型 | 编号 | 构型 |
|----|-------------|----|------------|
| 1 | 1 584/198/1 | 9 | 1 584/48/1 |
| 2 | 1 584/176/1 | 10 | 1 584/44/1 |
| 3 | 1 584/144/1 | 11 | 1 584/36/1 |
| 4 | 1 584/132/1 | 12 | 1 584/33/1 |
| 5 | 1 584/99/1 | 13 | 1 584/24/1 |
| 6 | 1 584/88/1 | 14 | 1 584/22/1 |
| 7 | 1 584/72/1 | 15 | 1 584/18/1 |
| 8 | 1 584/66/1 | 16 | 1 584/16/1 |

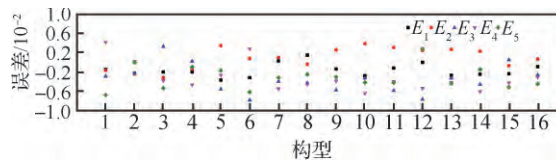


图 8 不同构型下未引入并行计算的 PMPS 与 GPA 间的计算误差

Fig. 8 Calculation errors between PMPS without parallel computing and GPA for different constellation configurations

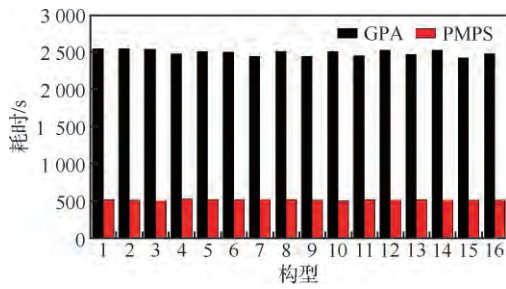


图 9 不同构型下未引入并行计算的 PMPS 与 GPA 计算消耗

Fig. 9 Time consumption of PMPS without parallel computing and GPA for different configurations

计算消耗的影响。

算例 3 卫星数量变化下的计算误差及计算消耗

本算例中各 Walker 星座均采用 24 轨道面, 星座卫星数量由 288 颗以步长 72 依次增至 1 584 颗。具体星座构型见表 6。分别用 2 种算法计算各星座对地全球 1~5 重覆盖率, 计算结果误差如图 10 所示, 计算消耗如图 11 所示。

由图 10 可知, 2 种算法计算各星座 1~5 重覆盖率误差在 2% 以内。由图 11 可知 2 种算法符合线性增长趋势, 对数据进行线性拟合可知, 在该计算精度下, GPA 计算消耗随卫星数量的增长率为 1.643 4, 未引入并行计算的 PMPS 计算消耗随卫星数量的增长率仅为 0.027 6, 因此未引入并行计算的 PMPS 计算消耗对卫星数量的敏感度明显低于 GPA。

表 6 卫星数量及其星座构型

Table 6 Constellation configurations with different number of satellites

| 卫星总数量 | 星座构型 | 卫星总数量 | 星座构型 |
|-------|----------|-------|------------|
| 288 | 288/24/1 | 1 008 | 1 008/24/1 |
| 360 | 360/24/1 | 1 080 | 1 080/24/1 |
| 432 | 432/24/1 | 1 152 | 1 152/24/1 |
| 504 | 504/24/1 | 1 224 | 1 224/24/1 |
| 576 | 576/24/1 | 1 296 | 1 296/24/1 |
| 648 | 648/24/1 | 1 368 | 1 368/24/1 |
| 720 | 720/24/1 | 1 440 | 1 440/24/1 |
| 792 | 792/24/1 | 1 512 | 1 512/24/1 |
| 864 | 864/24/1 | 1 584 | 1 584/24/1 |
| 936 | 936/24/1 | | |

图 12 给出了当前计算精度下, GPA 与未引入并行计算的 PMPS 计算消耗比值 (也即未引入并行计算的 PMPS 计算效率比 GPA 提高倍数与卫星数量级 n 的关系曲线。由图可知, 在当前计

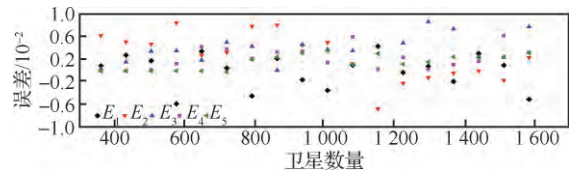


图 10 不同卫星数量下未引入并行计算的 PMPS 与 GPA 间的计算误差

Fig. 10 Calculation errors between PMPS without parallel computing and GPA for different number of satellites

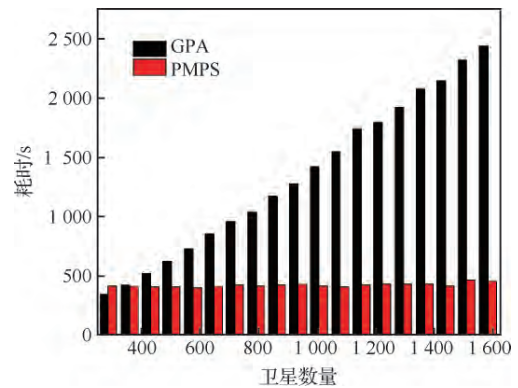


图 11 不同卫星数量下未引入并行计算的 PMPS 与 GPA 计算消耗比较

Fig. 11 Time consumption of PMPS without parallel computing and GPA for different number of satellites

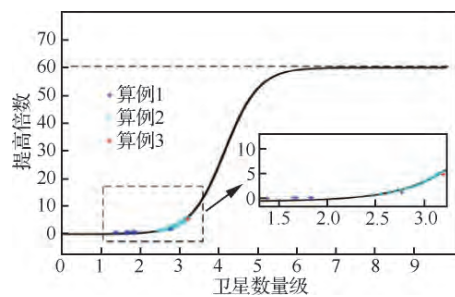


图 12 给定精度下未引入并行计算的 PMPS 相对 GPA 提高倍数与卫星数量级关系曲线

Fig. 12 Relation curves between multiple of increase and order of magnitude of number of satellites of PMPS without parallel computing relative to that of GPA at given accuracy

算精度下,GPA 网格数为 2 万,随着卫星数量的增加,未引入并行计算的 PMPS 计算效率比 GPA 提高倍数 K 逐渐趋近于 60 倍,极限值 $\frac{C_2' M}{C_1'}$ 随着网格数的增加而增大,当 GPA 算法中网格数 M 为 10^4 量级时,未引入并行计算的 PMPS 计算效率比 GPA 最大可提高 1~2 个量级。

5 结 论

提出一种高效的星座覆盖性分析方法 PMPS,通过计算效率的理论分析,及现有星座和构型参数变化下的星座计算分析得出以下结论:

1) 给定计算精度下,随着卫星数量的增加,GPA 与未引入并行计算的 PMPS 计算消耗比值 K 逐渐增加,并最终趋于极限值,由式(16)该极限值和 GPA 计算精度选取呈正相关。

2) 在 GPA 网格数为 10^4 量级、2 种算法计算误差小于 2% 时,未引入并行计算的 PMPS 计算效率比 GPA 最大提高 1~2 个量级,当 GPA 网格数量更大时,如 10^5 量级,该计算效率将提升 2~3 个量级。

3) 后续选择合适的处理器核数、引入图像压缩技术,将降低 PMPS 计算精度对计算消耗的影响系数,有效减小式(14)中 $C_2'(L)$ 项。使 PMPS 计算效率相较于 GPA 在较小量级星座下便开始提高。

4) 本文工作可以为其他覆盖计算方法的设计提供参考,为解决星座设计问题和星座调度问题提供依据。

参 考 文 献

- [1] LI J, LU H C, XUE K P, et al. Temporal netgrid model-based dynamic routing in large-scale small satellite networks[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(6): 6009-6021.
- [2] JAKOB P, SHIMIZU S, YOSHIKAWA S, et al. Optimal satellite constellation spare strategy using multi-echelon inventory control[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2019, 56(5): 1449-1461.
- [3] MCDOWELL J C. The low earth orbit satellite population and impacts of the SpaceX starlink constellation[J]. The Astrophysical Journal Letters, 2020, 892(2): L36.
- [4] DEL PORTILLO I, CAMERON B G, CRAWLEY E F. A technical comparison of three low earth orbit satellite constellation systems to provide global broadband[J]. Acta Astronautica, 2019, 159: 123-135.
- [5] GIAMBENE G, KOTA S, PILLAI P. Satellite-5G integration: A network perspective [J]. IEEE Network, 2018, 32(5): 25-31.
- [6] REILAND N, ROSENGREN A J, ASCHENBRENNER M. The dynamical placement of mega-constellations[C]// 42nd COSPAR Scientific Assembly, 2018, 42-43.
- [7] PARKINSON C L. Aqua: An earth-observing satellite mission to examine water and other climate variables[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2003, 41(2): 173-183.
- [8] SALOMONSON V V, BARNES W, MASUOKA E J. Introduction to MODIS and an overview of associated activities[J]. Earth Science Satellite Remote Sensing, 2006: 12-32.
- [9] BARNES W L, SALOMONSON V V. MODIS: A global imaging spectroradiometer for the earth observing system [C]// Proc SPIE 10269, Optical Technologies for Aerospace Sensing: A Critical Review, 1992, 10269: 280-302.
- [10] XIONG X X, CHE N Z, BARNES W. Terra MODIS on-orbit spatial characterization and performance [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2005, 43(2): 355-365.
- [11] STOLL E, LETSCHNIK J, WILDE M, et al. The future role of relay satellites for orbital telerobotics [J]. Advances in Space Research, 2012, 50(7): 864-880.
- [12] STOLL E, JAEKEL S, KATZ J, et al. SPHERES interact—Human-machine interaction aboard the International Space Station [J]. Journal of Field Robotics, 2012, 29(4): 554-575.
- [13] STOLL E, SAENZ-OTERO A, TWEDDLE B. Multimodal human spacecraft interaction in remote environments [M]// Machine Learning and Systems Engineering, 2010: 1-15.
- [14] LUNDIN R, STOLL E. Coverage time variation in a near-earth data relay satellite system [C]// 57th International Astronautical Congress. Reston, Virginia: AIAA, 2006.
- [15] HARDER J, STOLL E, SCHIFFNER M, et al. A compact, light-weight high data-rate antenna system for remote-sensing orbiters and space exploration [J]. Acta Astronautica, 2009, 65(11-12): 1738-1744.
- [16] LEINZ M R, CHEN C T, SCOTT P, et al. Modeling, simulation, testing, and verification of the orbital express autonomous rendezvous and capture sensor system (arcss) [C]// SPIE Defense and Security Symposium. Proc SPIE 6958, Sensors and Systems for Space Applications II, 2008, 6958: 75-87.
- [17] HAZRA S, MUKHOPADHYAY A, GHOSH A R, et al. Environment and earth observation [M]. Cham:

- Springer International Publishing, 2017.
- [18] LEWIS H, RADTKE J, ROSSI A, et al. Sensitivity of the space debris environment to large constellations and small satellites[J]. *Journal of the British Interplanetary Society*, 2017, 70: 105-117.
- [19] GUIDOTTI A, VANELLI-CORALLI A, KODHELI O, et al. Integration of 5G technologies in LEO mega-constellations[DB/OL]. arXiv preprint; 1709.05807, 2017
- [20] OKATI N, RIIHONEN T, KORPI D, et al. Downlink coverage and rate analysis of low earth orbit satellite constellations using stochastic geometry[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2020, 68(8): 5120-5134.
- [21] DE WECK O L, DE NEUFVILLE R, CHAIZE M. Staged deployment of communications satellite constellations in low earth orbit[J]. *Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication*, 2004, 1(3): 119-136.
- [22] DE WECK O L, DE NEUFVILLE R, CHAIZE M. Enhancing the economics of communication satellites via orbital reconfigurations and staged deployment[C]// *AIAA Space 2003 Conference & Exposition*. Reston: AIAA, 2003.
- [23] CHAIZE M. Enhancing the economics of satellite constellations via staged deployment and orbital reconfiguration [D]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 2003.
- [24] LEWIS P, GÓMEZ-DANS J, KAMINSKI T, et al. An earth observation land data assimilation system (EOLDAS)[J]. *Remote Sensing of Environment*, 2012, 120: 219-235.
- [25] MORTARI D, WILKINS M P, BRUCCOLERI C. The flower constellations[J]. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 2004, 52(1-2): 107-127.
- [26] JIANG Y, ZHANG G X, LI G X, et al. Study on orthogonal IGSO global communication satellite constellation[C]// *2011 6th International ICST Conference on Communications and Networking in China (CHINACOM)*. Piscataway: IEEE Press, 2011: 1064-1068.
- [27] RIDER L. Optimized polar orbit constellations for redundant earth coverage[J]. *Journal of the Astronautical Sciences*, 1985, 33(2): 147-161.
- [28] BESTE D C. Design of satellite constellations for optimal continuous coverage[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1978, AES-14(3): 466-473.
- [29] DAI G M, CHEN X Y, WANG M C, et al. Analysis of satellite constellations for the continuous coverage of ground regions[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2017, 54(6): 1294-1303.
- [30] ULYBYSHEV Y P. Design of satellite constellations with continuous coverage on elliptic orbits of Molniya type[J]. *Cosmic Research*, 2009, 47(4): 310-321.
- [31] MORRISON J J. A system of sixteen synchronous satellites for worldwide navigation and surveillance[R]. Washington, D. C. : Federal Aviation Administration, 1973.
- [32] 周振宇, 郭广礼, 贾新果. 大地主题解算方法综述[J]. *测绘科学*, 2007, 32(4): 190-191, 174, 200.
- ZHOU Z Y, GUO G L, JIA X G. A review on solution of geodetic problem[J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2007, 32(4): 190-191, 174, 200 (in Chinese).
- [33] HOOIJBERG M. *Practical geodesy: Using computers* [M]. Berlin: Springer, 1997
- [34] AMDAHL G M. Validity of the single processor approach to achieving large scale computing capabilities[C]// *Proceedings of the April 18-20, 1967, spring joint computer conference on-AFIPS' 67 (Spring)*. New York: ACM Press, 1967: 483-485.
- [35] GUSTAFSON J L. Reevaluating Amdahl's law[J]. *Communications of the ACM*, 1988, 31(5): 532-533.
- [36] HILL M D, MARTY M R. Amdahl's law in the multicore era[J]. *Computer*, 2008, 41(7): 33-38.
- [37] BRÄUNL T, FEYRER S, RAPF W, et al. Skeletonizing [M]// *Parallel Image Processing*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2001: 33-49.
- [38] YANG Z Y, ZHU Y T, PU Y. Parallel image processing based on CUDA[C]// *2008 International Conference on Computer Science and Software Engineering*. Piscataway: IEEE Press, 2008: 198-201.
- [39] PINEDA J. A parallel algorithm for polygon rasterization [C]// *Proceedings of the 15th annual conference on Computer graphics and interactive techniques-SIGGRAPH'88*. New York: ACM Press, 1988: 17-20.
- [40] PINEDA J. A parallel algorithm for polygon rasterization [C]// *Proceedings of the 15th annual conference on Computer graphics and interactive techniques-SIGGRAPH'88*. New York: ACM Press, 1988: 17-20.
- [41] WAUGH T C, HOPKINS S. An algorithm for polygon overlay using cooperative parallel processing[J]. *International Journal of Geographical Information Systems*, 1992, 6(6): 457-467.
- [42] WANG Y F, CHEN Z J, CHENG L, et al. Parallel scan-line algorithm for rapid rasterization of vector geographic data[J]. *Computers & Geosciences*, 2013, 59: 31-40.
- [43] 曹建立, 陈志奎, 王宇新, 等. 高分辨图像区域填充的并行计算方法[J]. *计算机工程*, 2021, 47(9): 217-226, 234.
- CAO J L, CHEN Z K, WANG Y X, et al. Parallel computing method of region filling for high-resolution Images [J]. *Computer Engineering*, 2021, 47(9): 217-226, 234 (in Chinese).
- [44] 安洛生, 王利敏. 并行区域填充算法研究[J]. *现代计算*

机(专业版), 2014(34): 6-8.

AN L S, WANG L M. Research on the parallel region

filling algorithm[J]. Modern Computer, 2014(34): 6-8
(in Chinese).

(责任编辑: 李丹)

Efficient algorithm for calculating coverage of mega-constellation

LYU Linli^{1,2}, XIAO Xinxin¹, FENG Guanhua^{1,2}, LI Wenhao^{1,2} *

1. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

2. School of Engineering Sciences, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract: A new coverage analysis approach, Parallel Mercator Projection Superposition (PMPS), is proposed for the design and construction of mega-constellation. In this method, the image superposition is applied to the Mercator projection map of the constellation coverage area to conduct coverage calculation. The method breaks through the correlation constraint between the grid number and satellite number in the traditional Grid Point Approach (GPA), and significantly reduces the sensitivity of computing consumption to the satellites number. Given calculation accuracy, as the number of satellites increases, the ratio of PMPS calculation consumption to GPA's gradually increases, and eventually tends to a limit value, which is positively correlated with the number of GPA grids. The simulation results show that in the global coverage analysis, when the number of GPA grids is 4 orders of magnitude and meets the specified calculation error, the efficiency of PMPS without parallel computing can be increased by 1 to 2 levels relative to that of GPA. When the number of GPA grids is larger, e. g., at 5 orders of magnitude, the efficiency of PMPS without parallel computing is expected to be increased by 2 to 3 levels relative to that of GPA.

Keywords: mega-constellation; Parallel Mercator Projection Superposition (PMPS); coverage analysis; Grid-Point Approach (GPA); global coverage

Received: 2020-12-28; Revised: 2021-02-22; Accepted: 2021-04-06; Published online: 2021-04-29 15:43

URL: <https://hkb.buaa.edu.cn/CN/Y2022/V43/I3/325173>

Foundation items: Strategic Priority Research Program of the Chinese Academy of Sciences (A1) (XDA17030200); Key Project of Chinese National Programs for Fundamental Research and Development (973) (2013CB733000); National Natural Science Foundation of China (11002143)

* Corresponding author. E-mail: liwenhao@imech.ac.cn