分形凹角蜂窝结构声子晶体振动带隙特性

陈新华1,张 晨1,陈 猛2,郭振坤1,郝天琪1

(1. 北京建筑大学机电与车辆工程学院,城市轨道交通车辆服役性能保障北京市重点实验室,北京 100044; 2. 中国科学院力学研究所微重力重点实验室,北京 100190)

摘要:凹角结构具有优良的减振降噪特性,可以有效衰减结构振动响应,蜂窝结构具有优良的力学特性并已经较为普遍地被应用到工程之中,因此凹角蜂窝的复合结构引起了学者们的关注。本文通过对内凹蜂窝结构分形设计,构建了一种新型声子晶体模型。基于有限元方法对分形凹角蜂窝结构进行分析,计算能带结构以及振动传输特性,分析结构的负泊松比特性以及结构分形对振动带隙的影响。通过改变壁厚和内凹角度等参数,以及在分形结构顶点处填充钢材,可以更好地对某些频段振动产生抑制。结果表明:分形结构仍具有负泊松比特性,分形结构在二阶结构产生的带隙更宽,壁厚和凹角角度的增加会导致结构振动带隙向高频区域转移,填充钢材会使带隙变宽。

关键词:分形;凹角结构;蜂窝结构;带隙;声子晶体;负泊松比;减振降噪

中图分类号: 0735; TB535 + . 1

文献标志码:A

文章编号:1000-985X(2022)08-1343-10

DOI:10.16553/j.cnki.issn1000-985x.2022.08.005

Vibration Bandgap Characteristics of Phononic Crystals with Fractal Concave Angle Honeycomb Structure

CHEN Xinhua¹, ZHANG Chen¹, CHEN Meng², GUO Zhenkun¹, HAO Tianqi¹

- (1. Beijing Key Laboratory of Service Performance Guarantee of Urban Rail Transit Vehicles, School of Mechanical-Electronic and Vehicle Engineering, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing 100044, China;
 - 2. Key Laboratory of Microgravity, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: The concave corner structure has excellent vibration and noise reduction characteristics to effectively attenuate the structural vibration response, honeycomb structure with excellent mechanical properties has been more commonly used in engineering, so the composite structure of concave corner honeycomb has attracted the attention of scholars. A novel phononic crystal model was created using the inner concave honeycomb structure's fractal design. Based on the finite element method, the fractal concave angle honeycomb structure was analyzed to calculate the energy band structure and vibration transmission characteristics, as well as to examine the negative Poisson ratio characteristics of the structure and the effect of the structural fractal on the vibration band gap. By varying parameters such as wall thickness and the angle of the inner concavity, filling the steel at the apex of the fractal structure can provide better suppression of certain frequency bands of vibration. The results show that the fractal structure still has negative Poisson ratio characteristics, the fractal structure produces a wider band gap in the second-order structure, the increase in wall thickness and concave angle causes the structural vibration band gap to shift to the high-frequency region, the filled steel causes the band gap to widen.

Key words: fractal; concave angle structure; honeycomb structure; band gap; phononic crystal; negative Poisson ratio; noise and vibration reduction

0 引 言

声子晶体是一种具有弹性波禁带的周期性结构功能材料,周期性的布拉格散射或局域共振作用可以形

收稿日期:2022-04-24

基金项目:北京市自然科学基金面上项目(8202015);北京市优秀人才培养资助青年骨干个人项目(2017000020124G005);北京未来城市设计高精尖创新中心开放课题(UDC2017033022);北京市市属高校基本科研业务费项目(X18253)

作者简介:陈新华(1983—),男,湖北省人,博士,副教授。E-mail:chenxinhua@bucea.edu.cn

通信作者:陈 猛,博士,副研究员。E-mail:chenmeng@imech.ac.cn

成能带带隙。其所具有的能带特性,可以禁止一定频率范围内的弹性波在声子晶体中传播^[1]。声子晶体的带隙特征对减振降噪具有重要意义,国内外在声子晶体带隙方面的研究越来越多^[28]:我国学者多以结构的设计及其几何和拓扑优化研究为主,国外学者则更侧重于对带隙产生机理的分析和奇异特性的探索。但是因为局域共振的本征属性,只能在共振频率处实现对声波的控制,这就导致产生的频带较窄,在宽频声波控制的应用中带来了困难。

蜂窝结构作为一种典型的复合结构,由于比强度高、抗冲击性好、减振等优点,被广泛应用于航空航天、铁路车辆和建筑等工程领域^[9-11]。Gibson 等^[12]在传统蜂窝结构的基础上设计了内凹六边形蜂窝结构。蜂窝结构中凹角和旋转机构的存在导致负泊松比特性,在一些工程中的应用具有重要意义^[13-15]。对于内凹蜂窝结构,学者们也进行了深入的研究:杨振宇等^[16]将内凹六边形蜂窝结构与星型结构结合,与星型结构和内凹六边形结构对比发现该结构吸能效果更好;Hu等^[17]和 Hou等^[18]分别对负泊松比蜂窝结构的结构参数(胞壁角度、胞壁长度比)分析,负泊松比效应随胞壁夹角的增大和胞壁长度比的减小而增强;Tan等^[19]提出了两种用正六边形子结构和等边三角形子结构代替凹入蜂窝的胞壁构建的凹入分层蜂窝,结果表明设计的蜂窝结构具有更高的吸收能力。这些国内外学者对负泊松比蜂窝结构的力学性能以及吸能性能进行了深入的研究,但是对于蜂窝结构的带隙特性研究有所不足。

"分形"的概念提出后,学者们设计出很多具有优异力学和吸能特性的结构。分形结构具有多尺度特性,对声学超材料而言,多尺度结构能够拓宽工作频率,产生多条带隙;分形结构具有自相似性,不同阶的单胞形状相似,设计简单。本文针对上述声子晶体中存在的问题,引入了分形的内凹蜂窝结构来拓宽带隙的频带以及降低带隙的频带位置。通过对分形内凹蜂窝结构的优化设计,使得优化后的结构在小尺寸的情况下仍具备优秀的带隙特性,提高结构低频、宽频声学特性,使其在减振隔振领域具有潜在的应用前景。

1 声子晶体结构模型的建立

1.1 几何模型及材料参数

以普通的六边形内凹结构为初始几何设计,设计不同层次顺序的凹角蜂窝结构如图 1 所示。由周期性填充不同阶数的单元格构成的结构如图 1(a)、(c)、(e) 所示。图 1(b) 所示定义一阶内凹蜂窝结构单胞,一阶凹角蜂窝结构尺寸 L_1 = 12 cm, L_2 = 8 cm, L_1/L_2 = 1.5,内凹角度 θ = 63° ,单胞壁厚 b = 0.1 cm。将凹角六边形(见图 1(a))的 6 个顶点替换为较小的凹角六边形,其高宽比与图 1(a) 相同(高和宽均为上一阶的五分之一),构成了二阶层次晶格单元凹角单胞(见图 1(d))。三阶凹角结构晶格单元采用相同的堆叠概念,用二阶晶格单元代替更小的晶格单元的顶点(见图 1(f))。通过保证不同的结构具有相同的质量,使得不同层次的凹角结构保持整体密度不变,便于进行性质比较。结构的散射体材料为空气,结构的基体材料参数如表 1 所示。

表 1 基体材料参数

Table 1 Parameters of basis material

Material	Density/(kg \cdot m ⁻³)	Elastic modulus/GPa	Poisson ratio
ABS	1 100	2.2	0.394

1.2 理论方法计算

周期晶格的单元格和布里渊区如图 2 所示。在单位中, $e_i(i=1,2)$ 为基本格向量,可以用正交笛卡尔基本向量和晶格常数表示为:

$$\mathbf{e}_1 = 3L_i \tag{1}$$

$$\boldsymbol{e}_2 = 2L_i \tag{2}$$

一般来说,倒格子的基矢定义如下:

$$\mathbf{e}_{i} \cdot \mathbf{e}_{j}^{*} = 2\pi \delta_{ij} \begin{cases} 2\pi, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

$$(3)$$

式中: e_i 表示基向量, e_i^* 表示倒晶格的基,下标 i 和 i 取整数值 1 和 2。

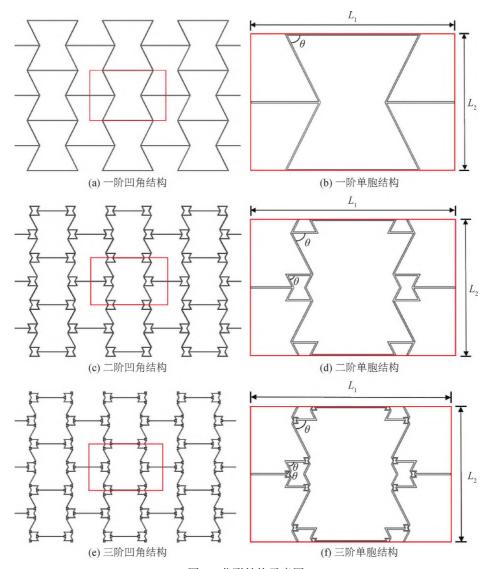


图 1 分形结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of fractal structure

倒格子中晶格点的坐标位置可以用倒格子矢量 G 表示,它是倒格子基向量的线性组合:

$$\boldsymbol{G} = n_1 \boldsymbol{e}_1 + n_2 \boldsymbol{e}_2 \tag{4}$$

式中: n_1 和 n_2 是整数。

倒格子晶格向量可以表示为:

$$\boldsymbol{e}_{1}^{*} = \left(\frac{2\pi}{3L}, 0\right) \tag{5}$$

$$\boldsymbol{e}_{2}^{*} = \left(0, \frac{\pi}{L}\right) \tag{6}$$

在二维空间中,通过沿基本单元格向量(e_1 , e_2)移动单元格,可以构造周期结构,也可以得到基本晶

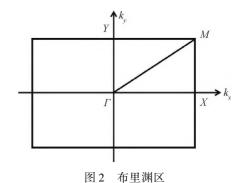


Fig. 2 Brillouin zone

格的布里渊区,如图 2 所示,其中 $\Gamma \rightarrow X \rightarrow M \rightarrow \Gamma$ 为不可约布里渊区。

根据 Bloch 定理,与空间位置 r 相关的本征波场体积的部分 u(r) 可以用空间平面波的形式表示:

$$u(\mathbf{r}) = \mathbf{e}^{-\mathrm{i}\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}\mathbf{U}_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \tag{7}$$

式中:r是位置向量,k是第一个布里渊区的波向量,i是虚单位, $U_k(r)$ 是本征波振幅。

周期结构的边界位移可以通过 Bloch 边界条件来控制,因此存在:

$$u(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = \mathbf{e}^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}u(\mathbf{r}) \tag{8}$$

式中:R 为晶格的基向量。

将单胞划分网格,设置边界条件后,根据一般有限元程序确定形式函数,并建立单元内的刚度和质量矩阵,得到单元的广义特征式,特征值方程可表示为:

$$(K - \omega^2 M) u(v) = F \tag{9}$$

式中:K和M分别为单元刚度和质量矩阵;u(v)为广义节点位移;F为力的向量。

利用公式(9)进行整个计算,可以将结构简化为一系列单元。在 COMSOL 软件中,选择 x 方向和 y 方向上的两条边作为源边界,为目标边界选择的两条边对应于源边界的两条边。周期性单元相应边界处的周期性条件表示为:

$$\mathbf{u}_{\text{destination}} = \mathbf{e}^{-i\mathbf{k}(\mathbf{r}_{\text{destination}} - \mathbf{r}_{\text{source}})} \mathbf{u}_{\text{source}}$$
 (10)

式中:u 为因变量的向量:向量k 表示激励的空间周期性。

根据图 2 所示的第一个布里渊区,波矢量 k 沿路径 $\Gamma \to X \to M \to \Gamma$ 进行参数扫掠。利用方程(9)和(10),可以得到给定 k 的结构特征频率,根据方程(9)可以得到结构的本征频率。因此,最终以波矢量 k 为水平坐标、本征频率为纵坐标绘制色散曲线得到能带图,色散曲线之间的禁带为能带结构,色散分支上的本征频率都对应该结构的模态形状。

2 结果与讨论

2.1 不同阶数的泊松比分析

由于蜂窝结构具有负泊松比的特性,本文引入了分形结构,探究不同阶的凹角蜂窝结构是否同样产生负 泊松比特性以及数值上的变化。泊松比定义为横向拉伸的应变与纵向应变的比值:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y} \tag{11}$$

式中: ν 为泊松比; ε ,为横向拉伸应变; ε ,为纵向收缩应变。

向内凹蜂窝结构施加水平方向的拉力,其纵向杆会同时向外移动,其原因是斜杆在受到拉力时,结构内凹角展开,同时斜杆发生旋转,导致整体结构膨胀产生负泊松比效应。大多数内凹结构在受拉时不可避免地会发生斜杆的面内旋转,这是内凹系统具有负泊松比特性的主要原因^[20]。

采用有限元软件 COMSOL 的固体力学模块对分形结构进行泊松比的仿真计算。结构采用三维实体建模,选择 ABS 材料,其属性如表 1 所示。

泊松比仿真参照单轴拉伸实验,对模型进行网格划分,并对结构进行网格收敛性分析。结构左端固支, 右端施加指定位移。通过有限元仿真结果显示,分形结构单元在拉伸之后,单元的纵向位移变大,产生明显 的拉胀效应,如图 3 所示。

各阶凹角结构的泊松比与高度比 h(整体凹角结构高度与顶点分形凹角结构高度比)的关系如图 4 所示,默认一阶结构时高度比为 1。一阶凹角蜂窝结构的泊松比为 – 1.131,二阶和三阶结构随着高度比从 3 到 4 的变大过程中,泊松比明显下降,二阶结构最小泊松比为 – 1.602,三阶结构最小为 – 1.846,分别比一阶凹角结构的泊松比降低了 41.64% 和 63.22%。分形结构的泊松比数值在高度比等于 4 之后又有所增加,但增长幅度不大,基本保持在 – 1.5 上下。由此可知,当结构高度比为 4 时可以得到最小的泊松比,且泊松比为负值,凹角蜂窝的分形结构也具有负泊松比的特性。

2.2 分形阶数对蜂窝结构声子晶体带隙的影响

设计的内凹蜂窝结构不仅具有以上特性,还可以多尺度拓展频率,实现宽频带隙。通过对分形凹角蜂窝结构的声子晶体建模并利用 COMSOL 进行仿真,计算了其能带结构,研究了分形蜂窝结构的色散关系。

根据上述的材料属性和几何参数,将波矢 k 在布里渊区边界上取值(Γ 、X 和 M)为扫频区域的 3 个顶点,得到的带隙如图 5 所示,其中灰色阴影区域为计算频率范围内的带隙。

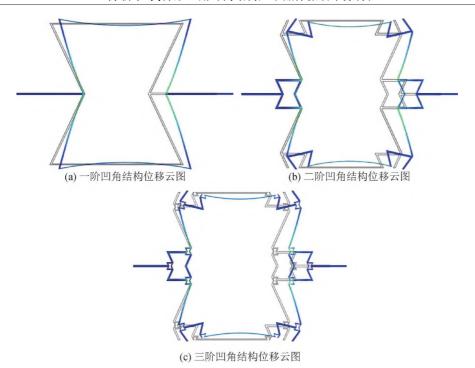


图 3 分形声子晶体位移云图

Fig. 3 Fractal phononic crystal displacement contour

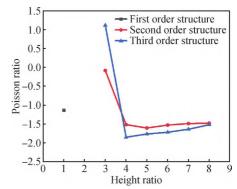


图 4 分形声子晶体结构泊松比与高度比的关系 Fig. 4 Relationship between Poisson ratio and height ratio of fractal phononic crystal structure

效果最好,在 $3\,000 \sim 9\,000$ Hz 的频率内几乎具有较好的全带隙特性。凹角结构在 $\Gamma \rightarrow X$ 方向还具有较好的方向带隙特性,随着分形阶数的增加其方向带隙所占比例也在逐渐增加。

为进一步分析禁带产生的机理,对分形结构不同阶数第一带隙高对称点进行分析,其振动模态如图 6 所示。图 6(a)、(b) 为一阶结构第一带隙的模态,内凹结构的模态主要由结构的振动引起,振动产生一阶振动模态。由布拉格反射条件可知,当波长 $\lambda=2a/n$ 时,所对应频率的波反射最强,弹性波不能传播,进而产生带隙。基体大致保持静止,波的大部分能量还在晶体结构中,因此低频带隙得以打开;二阶结构由于左右两侧的梁变短,梁发生二阶振动模态,出现了弯曲和扭转变形,产生带隙,弯扭耦合振动的带隙比单纯的弯曲振动带隙频率范围更宽,带隙内衰减更大,如图 6(c)、(d) 所示。局域振动同时被激发,周期局域共振结构的轴扭转振动可以产生低频局域共振带隙,此时的梁内部自身的局域共振模态会使波的能量消耗,抑制波的传播。在图 6(e)、(f)中,三阶结构如二阶结构一样,左右两侧的梁由于分形结构的增加进一步缩短,振动与行波发生耦合,相邻单胞的振动方向不同,使得结构基本保持静止,声波被局域在结构中,带隙得以打开,使得

波的能量消耗而无法通过,波传播时振动分别被局限在结构中。由图中发现带隙起始点的模态几乎都是由于梁的弯曲变形引起,而且在带隙产生的上下又会有许多相近的能带,这是由于这些频率附近模态表现为结构内部梁的振动,在分形内凹结构内存在许多分形的梁,不同的梁之间相互组合产生了更多阶模态。

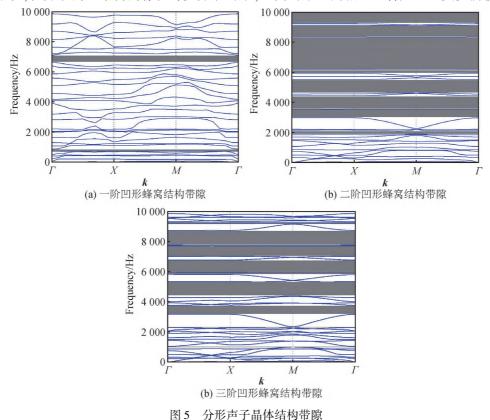


Fig. 5 Band gap of fractal phononic crystal structure

2.3 结构几何参数对带隙的影响

由于带隙的产生取决于结构自身的振动特性以及结构中波的相互作用,而决定上述的特性关键在于结构自身的几何参数,为了探究结构参数对带隙产生的影响,采用控制变量法来研究各个参数对带隙的影响。

2.3.1 结构壁厚对带隙的影响

选取二阶以及三阶的凹角蜂窝结构进行研究,考虑到实际应用的要求,壁厚也不应过小。在其他条件保持不变的情况下设置壁厚 b 分别为 0.05 cm、0.1 cm、0.15 cm 和 0.2 cm。通过 COMSOL 软件仿真得到带隙的变化如图 7 所示。

由图 7 可以看出,结构壁厚对完全带隙的影响较为明显。随着壁厚的增加,产生的带隙数量基本不变,均匀分布在整个频域里,带隙出现的范围逐渐向高频区域转移,带隙的起始频率和终止频率都出现一定程度的上升。在图 7(a)中,不同壁厚的凹角结构都产生了 6 条带隙,壁厚为 0.05 cm 时,第一条带隙产生于905~1036 Hz,全部带隙所占比例大约为整个频率范围的 46.2%。图中也可以发现不同厚度的薄壁在6500~8000 Hz的范围内都产生了较宽的带隙。在壁厚为 0.1 cm 时,二阶和三阶结构产生的第六带隙相对降低。因此,改变壁厚对于带隙整体的分布影响明显,中心频率有偏向高频范围的趋势,这是由于结构弯曲刚度增大促使带隙宽度逐渐变宽。

2.3.2 结构内凹角度对带隙的影响

在不改变结构其他因素的情况下,改变凹角蜂窝结构的内凹角度,二、三阶凹角结构内凹角度对结构带隙的影响如图 8 所示。考虑到结构的壁厚以及形状的影响,选取了 $\theta=53^\circ$ 、58°、63°和68°内凹角的结构进行仿真分析。

第8期

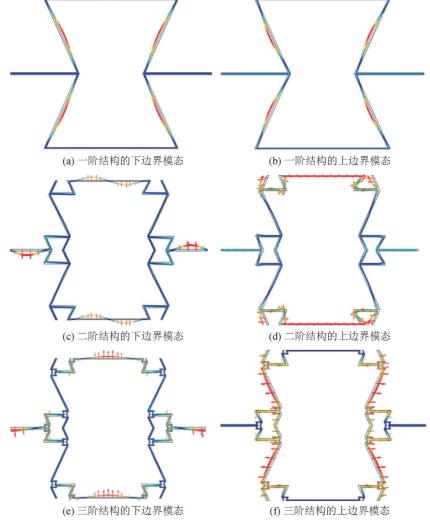


图 6 分形声子晶体结构第一带隙上下边界模态振型图

Fig. 6 Modal shape diagram of upper and lower boundary of the first gap of fractal phononic structure

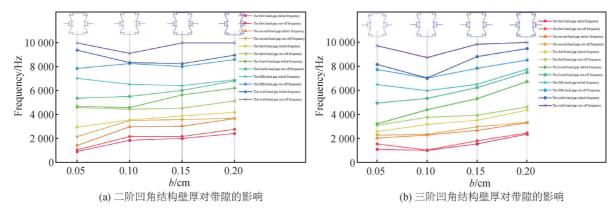


图 7 结构壁厚对带隙的影响

Fig. 7 Influence of structure wall thickness on band gap

研究表明,在10000 Hz的范围内,随着内凹夹角的增大,二阶凹角结构与三阶凹角结构产生带隙的频率增加,带隙的上边界值和下边界值都有所增加。在二阶蜂窝结构中,内凹夹角为53°时,第一带隙为752~792 Hz。前三带隙都在2000 Hz之内但宽度较小,第四、五、六带隙随着角度的增加宽度逐渐减小,整体上结构在4000~8000 Hz的范围内覆盖率较高,最低达到了75%。在三阶蜂窝结构中,产生的带隙条数

明显增多,夹角为53°的结构产生了12条带隙,但随着内凹夹角的增加带隙条数逐渐减少;内凹夹角为53°时,第一带隙为750~822 Hz。前二带隙在2000 Hz之内,之后的带隙随着角度的增加频率依旧增加。当需要低频带隙时,可以增大结构内凹角度。通过这一结果,可以针对不同的减振需求选择不同角度的声子晶体。在带隙覆盖方面,没有随着角度的改变发生较大的变化,内凹角度对蜂窝声子晶体禁带范围影响并不明显。

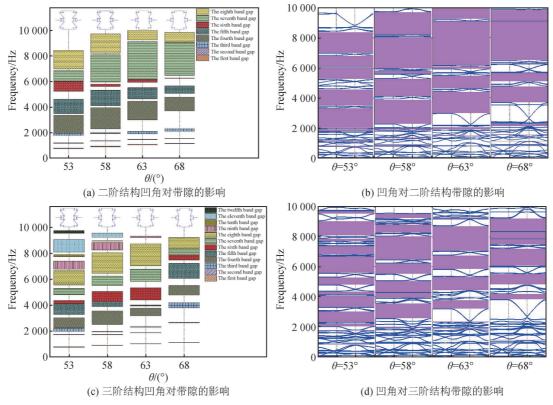


图 8 结构内凹角度对带隙的影响

Fig. 8 Influence of structure inner concave angle on band gap

2.4 填充介质对带隙的影响

保证其他因素不变的情况下,在凹角蜂窝结构内部填充介质探究其对带隙的影响。在凹角分形结构顶点处添加钢材,如图 9 所示,填充物的材料参数如表 2 所示。嵌入钢材的原因是钢材的横波速度大,相同的结构产生的带隙范围更大,有利于带隙的研究。

由图 10 的对比可以发现,在分形顶点填充钢材,二阶结构填充钢材后在 2 000 ~ 5 000 Hz 内的 $\Gamma \rightarrow X$ 方向产生了较宽的方向带隙,带隙在 6 000 ~ 9 000 Hz 内没有太多变化;三阶结构带隙有较为明显的变宽,主要集中在高频 6 000 ~ 10 000 Hz,带隙的上边界向高频偏移,下边界向低频偏移。二阶和三阶结构在填充钢材后的带隙范围分别达到了 70.5% 和 68.7%。与此同时,在添加钢材后,带隙的条数变多。

表 2 填充材料参数

Table 2 Parameters of filling material

Material	Density/(kg·m ⁻³)	Elastic modulus/GPa	Poisson ratio
Steel	7 800	210	0.3

如图 11 所示,二阶结构在频率为 137 Hz 时不处在带隙范围内,二阶蜂窝结构发生整体结构变形;在 6 000~9 000 Hz,结构处于带隙区间时,二阶结构发生左右上下梁的变形,向四周衰减,并没有使其他结构产生振动,从而突出带隙特性。

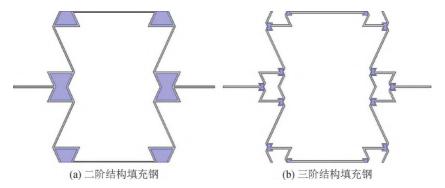


图 9 分形声子晶体填充钢材示意图

Fig. 9 Schematic diagram of fractal phononic crystals filled steel

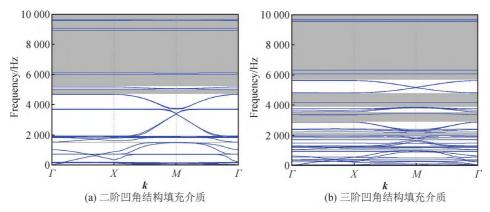


图 10 分形结构填充介质对带隙的影响

Fig. 10 Influence of filling media with fractal structure on band gap

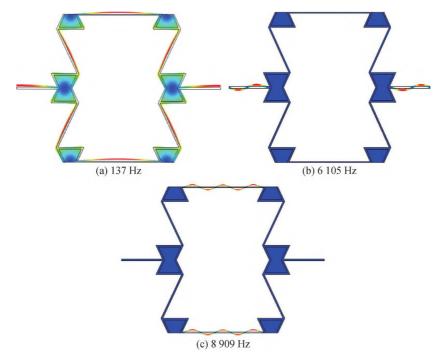


图 11 二阶分形结构填充钢材振型图

Fig. 11 Vibration mode diagram of second-order fractal structure filled steel

3 结 论

本文通过对一种分形凹角蜂窝结构进行分析,探究其在带隙特性方面的优良表现,同时使其在实际应用 上有更大的可行性。运用 Bloch 定理与有限元法对带隙结构进行了数值模拟,得到如下结论:

- (1) 凹角蜂窝结构在进行分形后, 所得到的分形结构仍然具有负泊松比的特性, 并且随着高度比的增加 泊松比的数值先迅速降低然后缓慢增加, 最后数值在 -1.5 上下浮动。
- (2)通过对凹角结构进行分形设计与优化,由于分形结构的多尺度调节频带的原因,分形的阶数增加使带隙的条数增加。二阶凹角结构产生的带隙效果最好,带隙在 0~10 000 Hz 内的覆盖率最大,通过分形可以针对高频宽带进行带隙范围的可调节化。
- (3)通过调节结构几何参数、改变结构的壁厚以及角度发现:随着壁厚的增加,带隙的条数保持不变,整体分布向高频区域转移;随着内凹角度的增加产生带隙的区域频率越来越大,内凹角度对蜂窝声子晶体整体禁带范围影响并不明显。
- (4) 在分形结构顶点处填充钢材,第一带隙均有所降低,带隙宽度在 6 000 ~ 9 000 Hz 内拓宽明显,二阶结构填充钢材后在 2 000 ~ 5 000 Hz 内的 $\Gamma \rightarrow X$ 方向产生了较宽的方向带隙。

参考文献

- [1] 张 昭,张 磊,郭江川,等. 声子晶体中波传播的自准直效应[J]. 人工晶体学报,2021,50(7):1371-1377.

 ZHANG Z, ZHANG L, GUO J C, et al. Self-collimation effect of wave propagation in phononic crystals[J]. Journal of Synthetic Crystals, 2021, 50(7):1371-1377(in Chinese).
- [2] 郭志巍,郭寒贝,王 婷. 侧向局域共振超构板声振特性[J]. 物理学报,2021,70(21);214301.
 GUO Z W, GUO H B, WANG T. Vibro-acoustic performance of acoustic metamaterial plate with periodic lateral local resonator[J]. Acta Physica Sinica, 2021, 70(21); 214301(in Chinese).
- [3] 曹蕾蕾,武建华,樊 浩,等. 考虑可制造性约束的声子晶体多目标拓扑优化[J]. 力学学报,2022,54(4):1136-1144.

 CAO L L, WU J H, FAN H, et al. Multi-objective topology optimization of phononic crystals considering manufacturing constraint[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2022, 54(4): 1136-1144(in Chinese).
- [4] PARK S, JEON W. Ultra-wide low-frequency band gap in a tapered phononic beam [J]. Journal of Sound and Vibration, 2021, 499: 115977.
- [5] 郭振坤,李凤明. 超材料结构的弹性波带隙主动调控研究进展[J]. 科学通报,2022,67(12):1249-1263.

 GUO Z K, LI F M. Advances in active tuning of elastic wave band gaps in metamaterial structures[J]. Chinese Science Bulletin, 2022, 67 (12):1249-1263(in Chinese).
- [6] HUANG Y L, LI J, CHEN W Q, et al. Tunable bandgaps in soft phononic plates with spring-mass-like resonators [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2019, 151: 300-313.
- [7] LI J, WANG YT, CHEN W Q, et al. Harnessing inclusions to tune post-buckling deformation and bandgaps of soft porous periodic structures [J]. Journal of Sound and Vibration, 2019, 459: 114848.
- [8] ARAVANTINOS-ZAFIRIS N, KANISTRAS N, SIGALAS M M. Acoustoelastic phononic metamaterial for isolation of sound and vibrations [J]. Journal of Applied Physics, 2021, 129(10): 105108.
- [9] JOSHILKAR M P. Analysis of honeycomb structure [J]. International Journal for Research in Applied Science and Engineering Technology, 2018, 6(5): 950-958.
- [10] SHIFA M, TARIQ F, CHANDIO A D. Mechanical and electrical properties of hybrid honeycomb sandwich structure for spacecraft structural applications [J]. Journal of Sandwich Structures & Materials, 2021, 23(1): 222-240.
- [11] 苏继龙,吴金东,刘远力. 蜂窝结构力学超材料弹性及抗冲击性能的研究进展[J]. 材料工程,2019,47(8):49-58.

 SU J L, WU J D, LIU Y L. Progress in elastic property and impact resistance of honeycomb structure mechanical metamaterial[J]. Journal of Materials Engineering, 2019, 47(8): 49-58 (in Chinese).
- [12] GIBSON L J, ASHBY M. Cellular solids [M]. Oxford: Pergamon Press, 1988:192-196.
- [13] PRAWOTO Y. Seeing auxetic materials from the mechanics point of view: a structural review on the negative Poisson's ratio [J]. Computational Materials Science, 2012, 58: 140-153.
- [14] 卢子兴,王 欢,杨振宇,等. 星型-箭头蜂窝结构的面内动态压溃行为[J]. 复合材料学报,2019,36(8):1893-1900. LU Z X, WANG H, YANG Z Y, et al. In-plane dynamic crushing of star-arrowhead honeycomb structure[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2019, 36(8): 1893-1900(in Chinese).

(下转第 1360 页)

- [29] SHI F, QIAO H Y. Influence of hydrothermal reaction time on crystal qualities and photoluminescence properties of β-Ga₂O₃ nanorods[J]. Journal of Materials Science: Materials in Electronics, 2020, 31(22): 20223-20231.
- [30] ZHANG C, YANG W, LI J, et al. Catalyst-assisted heteroepitaxial strategy for highly ordered β-Ga₂O₃ nanoarrays and their optical property investigation [J]. Nanotechnology, 2021, 32(50): 505601.
- [31] YANG Y, ZHANG X Y, WANG C, et al. Compact Ga₂ O₃ thin films deposited by plasma enhanced atomic layer deposition at low temperature [J]. Nanomaterials (Basel, Switzerland), 2022, 12(9): 1510.
- [32] GUO D Y, QIN X Y, LV M, et al. Decrease of oxygen vacancy by Zn-doped for improving solar-blind photoelectric performance in β-Ga₂O₃ thin films[J]. Electronic Materials Letters, 2017, 13(6): 483-488.
- [33] MI W, MA J, LI Z, et al. Characterization of Sn-doped β-Ga₂O₃ films deposited on MgO (100) substrate by MOCVD[J]. Journal of Materials Science; Materials in Electronics, 2015, 26(10); 7889-7894.
- [34] WEN N, PENG S, YANG X J, et al. A cycle-etching approach toward the fabrication of superamphiphobic stainless steel surfaces with excellent anticorrosion properties [J]. Advanced Engineering Materials, 2017, 19(6): 1600879.
- [35] XU M M, GE W Y, ZHANG X M, et al. Novel one-dimensional Ga₂O₃:Cr³⁺ nanofibers with broadband emission for near infrared LED sources[J]. Journal of Luminescence, 2022, 246; 118831.
- [36] SHI J X, ZHAO W Y, LIU C, et al. Enhanced performance for treatment of Cr (VI)-containing wastewater by microbial fuel cells with natural pyrrhotite-coated cathode [J]. Water, 2017, 9(12): 979.

(上接第 1352 页)

- [15] 沈建邦,肖俊华. 负泊松比可变弧角曲边内凹蜂窝结构的力学性能[J]. 中国机械工程,2019,30(17):2135-2141.

 SHEN J B, XIAO J H. Mechanics properties of negative poisson's ratio honeycomb structures with variable arc angle curved concave sides[J].

 China Mechanical Engineering, 2019, 30(17): 2135-2141(in Chinese).
- [16] WANG H, LU Z X, YANG Z Y, et al. In-plane dynamic crushing behaviors of a novel auxetic honeycomb with two plateau stress regions [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2019, 151: 746-759.
- [17] HU L L, ZHOU M Z, DENG H. Dynamic crushing response of auxetic honeycombs under large deformation; theoretical analysis and numerical simulation [J]. Thin-Walled Structures, 2018, 131; 373-384.
- [18] HOU X H, DENG Z C, ZHANG K. Dynamic crushing strength analysis of auxetic honeycombs[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2016, 29 (5): 490-501.
- [19] TAN H L, HE Z C, LI K X, et al. In-plane crashworthiness of re-entrant hierarchical honeycombs with negative Poisson's ratio [J]. Composite Structures, 2019, 229: 111415.
- [20] 任 鑫,张相玉,谢亿民. 负泊松比材料和结构的研究进展[J]. 力学学报,2019,51(3):656-687.
 REN X, ZHANG X Y, XIE Y M. Research progress in auxetic materials and structures[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2019, 51(3):656-687(in Chinese).