

文章编号: 1000-8055(2022)08-1761-10

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20220183

# 面向可靠性设计的发动机材料超高周疲劳强度估计方法

陈新<sup>1,2</sup>, 何玉怀<sup>1,2</sup>, 许巍<sup>1,2</sup>, 孙成奇<sup>3</sup>

1. 中国航空发动机集团有限公司北京航空材料研究院, 北京 100095;
2. 中国航空发动机集团有限公司北京航空材料研究院航空材料检测与评价北京市重点实验室, 北京 100095;
3. 中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室, 北京 100190)

**摘 要:** 提出了一种面向可靠性设计的四参数随机疲劳极限模型, 可针对小样本数据实现超高周疲劳 (VHCF) 应力-寿命 ( $S-N$ ) 曲线处理。通过对航空用钛合金常规样本数超高周疲劳数据的拟合分析和对比验证了模型的准确性。同时, 以某型航空发动机压气机叶片用 TC17 钛合金为研究对象, 分别对室温 (RT) 和 400 °C 小样本超高周疲劳数据进行了处理, 得到了典型置信度和可靠度条件下的超高周疲劳强度估计值。结果表明: 本文提出的四参数随机疲劳极限模型, 能够通过少量的长寿命区试验数据获得材料超高周范围内发动机设计所需的疲劳强度估计值; 相较于常用的升降法, 基于本模型进行试验安排可大幅降低 68% 的试验量, 为发动机材料的超高周疲劳强度评价提供方法支持。

**关键词:** 超高周疲劳 (VHCF); 随机疲劳极限 (RFL) 模型; 概率-应力-寿命 ( $P-S-N$ ) 曲线; 疲劳数据处理; 钛合金

中图分类号: V252.2; O346.2

文献标志码: A

## Very-high cycle fatigue strength estimation method for aero-engine reliability design

CHEN Xin<sup>1,2</sup>, HE Yuhuai<sup>1,2</sup>, XU Wei<sup>1,2</sup>, SUN Chengqi<sup>3</sup>

1. Beijing Institute of Aeronautical Materials, Aero Engine Corporation of China, Beijing 100095, China;
2. Beijing Key Laboratory of Aeronautical Materials Testing and Evaluation, Beijing Institute of Aeronautical Materials, Aero Engine Corporation of China, Beijing 100095, China;
3. The State Key Laboratory of Nonlinear Mechanics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract:** A four-parameter random fatigue limit model for reliability design was proposed, which can realize very-high cycle fatigue stress-life ( $S-N$ ) curve processing for small sample of data. The accuracy of the model was verified by fitting analysis and comparison of very-high cycle

收稿日期: 2022-04-01

基金项目: 国家科技重大专项 (J2019-VI-0002); 国家自然科学基金 (91860112)

作者简介: 陈新 (1992-), 男, 工程师, 硕士, 主要从事航空材料的疲劳试验与表征研究。

通信作者: 许巍 (1983-), 男, 研究员, 博士, 主要从事航空材料的力学行为研究。E-mail: wxu621@163.com

引用格式: 陈新, 何玉怀, 许巍, 等. 面向可靠性设计的发动机材料超高周疲劳强度估计方法 [J]. 航空动力学报, 2022, 37(8): 1761-1770. CHEN Xin, HE Yuhuai, XU Wei, et al. Very-high cycle fatigue strength estimation method for aero-engine reliability design [J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(8): 1761-1770.

fatigue data of conventional samples of titanium alloys for aviation. At the same time, TC17 titanium alloy for a specific type of aero-engine compressor blade was taken as the research object, and the very-high cycle fatigue data of small samples were processed at room temperature (RT) and 400 °C, respectively. The very-high cycle fatigue strength under typical confidence and survival probability was investigated by this mode. The results showed that the four-parameter random fatigue limit model proposed can obtain the value of the estimated fatigue strength required for engine design in very-high cycle regime. With a small amount of long-life area data, the proposed model provides a reliable method for very-high cycle fatigue strength evaluation of engine materials by an economical cost.

**Key words:** very-high cycle fatigue (VHCF); random fatigue limit (RFL) model; probabilistic stress-life ( $P-S-N$ ) curve; fatigue data processing; titanium alloy

随着航空发动机的设计寿命和可靠性要求不断提升,基于 $10^7$ 循环数的常规高周疲劳性能数据已经不能满足设计需求。目前,国内外航空发动机设计准则均已明确提出了基于 $10^9$ 循环数的超高周疲劳性能数据要求。例如,美国2004年修订的《发动机结构完整性大纲》(ENSIP, MIL-HD-BK-1783B)中明确要求所有发动机零件的疲劳寿命都应达到至少 $10^9$ 次循环<sup>[1]</sup>。2010年我国颁布了新修订的《航空涡轮喷气和涡轮风扇发动机通用规范》(GJB241A-2010)中也明确规定钛合金零件的疲劳寿命需达到 $10^9$ 次循环,规范还同时提出了发动机设计中所用的材料结构性能(设计许用值)数据需指定的置信度与可靠度<sup>[2]</sup>,迫切需要积累丰富的超高周性能数据,以满足先进航空发动机抗高循环疲劳设计需求。

相对于常规高周疲劳性能试验,超高周疲劳试验耗时更长,成本更高。国内外普遍采用加载频率高达20 kHz超声疲劳试验方法获取超高周疲劳数据,完成1件 $10^9$ 循环数的疲劳试验仅需1天,可以短时间内在 $10^9$ 循环数量级获得大量试验数据。而超声疲劳试验对试验件的要求较高,但其结果是否与常规疲劳试验结果吻合尚存在争议<sup>[3]</sup>,并未在航空发动机等可靠性要求较高的领域得到推广。因此,航空发动机设计用超高周疲劳性能数据仍主要依靠于高频谐振式疲劳试验机<sup>[4]</sup>、旋转弯曲疲劳试验机<sup>[5]</sup>和电磁振动台<sup>[6-7]</sup>等常规疲劳加载设备。然而,采用上述方法开展 $10^7\sim 10^9$ 循环数的超高周试验时,测试成本将增加10倍~100倍(如:采用旋弯、高频谐振方法将耗费约3~5个月,振动疲劳方法将耗费7~10天),在有限的成本和时间内,只能获取少量的数据;或者,当试样数量受限时(如经过试车的发动机叶片

零件),研究人员也无法获取到常规样本量的试验数据。因此,提出针对高周-超高周范围内的小样本数据处理方法,降低测试成本、缩短测试周期,对于发动机研制具有十分重要的意义。

针对高周疲劳强度的可靠性估计目前国内外已有很多方法,如极大似然法<sup>[8-9]</sup>、最小二乘法<sup>[10]</sup>和单侧容限系数法<sup>[11]</sup>等,这些方法在处理高可靠性、高置信度疲劳强度估计时一般要求较大的数据样本数,并不适用于样本量有限的超高周疲劳数据。而一些基于小样本的方法<sup>[12-16]</sup>虽可实现高周疲劳强度的预估,但通常仅适用于中短寿命区的成组法数据,难以满足长寿命区数据处理要求。因此,上述处理方法大多无法全面满足发动机材料超高周疲劳性能数据要求,亟需发展新的数据处理模型。

本文针对超高周疲劳数据表征需求提出了一种四参数随机疲劳极限模型,结合航空发动机用钛合金超高周疲劳实测数据,对比了该模型与传统方法的处理得到的疲劳强度,验证了该模型的有效性。随后,采用该模型对某型发动机压气机叶片用TC17钛合金材料超高周疲劳小样本数据进行了处理,获取了满足发动机可靠性设计要求的超高周疲劳强度值。

## 1 四参数随机疲劳极限模型

### 1.1 模型描述

随机疲劳极限(random fatigue limit, RFL)模型最先由Pascual等提出<sup>[17]</sup>。该模型在三参数 $S-N$ 曲线模型的基础上,假设每个试样都具有一个的独立的疲劳极限值 $S_{0,i}$ ,而同一批次试样中该值呈现正态分布(或其他概率分布),是样本的固有属性;疲劳测试中,测试系统误差也造成测试结果的

分散性,两者叠加导致了S-N曲线测试数据的分散性。

该模型通过上述假设引入了“随机疲劳极限标准差” $\sigma_1$ 和“对数疲劳寿命的标准差” $\sigma_2$ 两个参数对S-N曲线进行了概率描述,用于描述疲劳测试数据的异方差概率分布特征,并通过最大似然法实现了对模型参数的估计。Pascual等在此基础上对RFL模型理论进行了进一步的阐述,并且给出了该模型的标准形式<sup>[18]</sup>。Pollak等在Pascual等的基础上将模型适用性由三参数模型推广至了双线性、双曲线模型,并很好地拟合了Ti-6Al-4V大样本超高周疲劳试验数据<sup>[19]</sup>。RFL模型可以很好地描述S-N曲线在高循环数的疲劳强度分布,尤其适用于 $10^7 \sim 10^9$ 周次的超高周疲劳问题。已有多篇报道将该模型用于高周疲劳和超高周疲劳数据分析<sup>[20-21]</sup>,取得了较好的结果。

随机疲劳极限模型如式(1)所示:

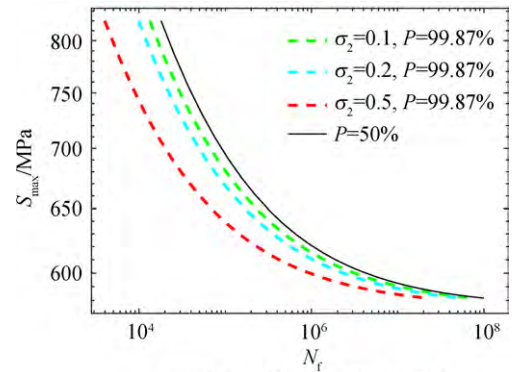
$$\ln(N) = a + b \ln(S - S_0) + \epsilon, S > S_0 \quad (1)$$

式(1)中 $\epsilon$ 和 $S_0$ 均服从正态分布,记为

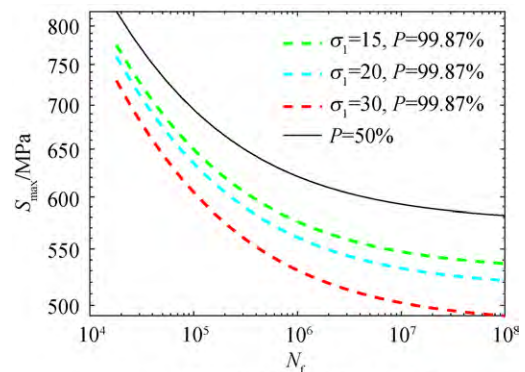
$$\frac{S_0 - \gamma}{\sigma_1} \sim N(0, 1), \quad \frac{\epsilon}{\sigma_2} \sim N(0, 1) \quad (2)$$

其中 $N(0, 1)$ 为标准正态分布。式(1)、式(2)中的 $(a, b, \gamma, \sigma_1, \sigma_2)$ 共同构成了RFL模型的5个参数,ln为自然对数。其中 $\sigma_1$ 代表了S-N曲线数据中随机疲劳极限的分散性, $\sigma_2$ 代表了S-N曲线数据在寿命方向的分散性。图1给出了经典RFL模型中 $\sigma_1$ 和 $\sigma_2$ 两参数对P-S-N曲线估计的影响情况。图中P代表可靠度(即:存活率),当仅考虑寿命分散性( $\sigma_2$ )时,P-S-N曲线随 $\sigma_2$ 增大而逐渐向左平移,而在高周(含超高周)范围内( $10^6$ 以上),寿命分散性参数 $\sigma_2$ 对预测曲线的影响较小;而仅考虑随机疲劳极限的分散性时,P-S-N曲线随 $\sigma_1$ 增大而逐渐向下平移,在高周(含超高周)范围( $10^6$ 以上)内,随机疲劳极限分散性 $\sigma_1$ 对预测曲线影响较大。可以看出,因模型参数 $\sigma_1$ 的引入,使得该模型在不同应力水平下的寿命呈现异方差特征,如图1(b)所示。相比之下图1(b)呈现的P-S-N曲线直观上与常见的P-S-N曲线更为接近。由此可见在高周(含超高周)范围内,随机疲劳极限分散性 $\sigma_1$ 在经典RFL模型中起到了主要作用。

经典的RFL模型同时考虑了试验数据在疲劳极限和寿命两个方向上的分散性。在一条S-N曲线的试验数据中,任一应力水平S下的成组试验结果 $(N_1, N_2, \dots, N_n)$ 的分散性均是由疲劳极限分散性 $\sigma_1$ 和寿命分散性 $\sigma_2$ 共同作用的结果。因



(a) 寿命分散性 $\sigma_2$ 对模型的影响



(b) 强度分散性 $\sigma_1$ 对模型的影响

图1 经典RFL模型中不同分散性对P-S-N曲线的影响  
Fig.1 influence of dispersion parameters in classical RFL on the prediction line of P-S-N curve

此,经典的RFL模型中的 $\sigma_2$ 值应当小于任一应力级下对数寿命的标准差,即

$$\sigma_2 < \min \left( \sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^n (\ln N_i)^2 - \left( \sum_{i=1}^n \ln N_i \right)^2}{n(n-1)}} \right) \quad (3)$$

这一不等式也是经典RFL模型求解 $\sigma_2$ 时重要的取值参考,但前提是在各个应力水平下有数量足够的样本数,而小样本的疲劳测试数据难以满足这样的要求。通常,在一组S-N曲线中,同一应力下对数寿命标准差随着应力级降低而逐渐增大。对于超高周疲劳极限的循环数范围,试验应力S通常位于疲劳极限 $S_0$ 附近,其寿命随着疲劳极限 $S_0$ 变化可由式(4)对 $S_0$ 求导得出

$$\lim_{S \rightarrow S_0} \frac{d(\ln(N))}{dS_0} = \lim_{S \rightarrow S_0} -\frac{b}{S - S_0} \rightarrow +\infty \quad (4)$$

当应力S趋近于其疲劳极限时,其对数疲劳寿命 $\ln(N)$ 的变化值随着随机疲劳极限值 $S_0$ 的变化而趋近于无穷大。此时, $S_0$ 值微小的变化就会引起循环数值的极大变化。由此可见在疲劳极限

附近,经典RFL模型中对数疲劳寿命受随机疲劳极限值 $S_0$ 的影响十分大, $S-N$ 曲线关于寿命的分散性 $\sigma_2$ 在该区域内的贡献可以忽略不计。因此针对高周和超高周疲劳数据,可以忽略RFL模型中 $S-N$ 中寿命方向的分散性,近似认为 $S-N$ 曲线的分散性全部来自各个试样对应的随机疲劳极限 $S_0$ 。因此RFL模型可以简化为

$$\ln(N) = a + b \ln(S - S_0), \quad S > S_0 \quad (5)$$

令 $V = S - S_0$ ,假设 $V$ 在取值范围内呈正态分布,其概率密度函数为

$$f_V(v; \sigma, S_0) = \phi_V(v; \sigma, S_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp\left[-\frac{(v - S_0)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (6)$$

式中 $S_0$ 和 $\sigma$ 为母体的期望值和标准差。由式(1)可以解出:

$$V = S - \exp\left(\frac{\ln(N) - a}{b}\right) \quad (7)$$

令 $W = \ln(N)$ ,假设 $V < S$ , $W|V$ 具有概率密度函数为

$$f_{W|V}(w; a, b, S_0, \sigma) = \phi_{W|V}\left[S - \exp\left(\frac{w - a}{b}\right); S_0, \sigma\right] \quad (8)$$

其中 $\phi_{W|V}$ 为正态分布的概率密度函数,则 $W$ 的概率密度函数为

$$f_W(w; S, \theta) = \int_{-\inf}^S \phi_{W|V}(w; \theta) \cdot \phi_V(w; \theta) dv \quad (9)$$

式中 $\theta = (a, b, \sigma, S_0)$ 。 $W$ 的累积概率分布函数为

$$F_W(w; S, \theta) = \int_{-\inf}^w \Phi_{W|V}(w; \theta) \cdot \phi_V(w; \sigma, \mu) dv \quad (10)$$

式中 $\Phi_{W|V}$ 为正态分布的累积概率分布函数。至此,基于修正的RFL模型得到了指定应力水平下对数疲劳寿命 $\ln(N)$ 的概率密度函数和累积概率分布函数。上述 $(a, b, \sigma, S_0)$ 共同构成了该模型4个参数,其中: $a, b$ 分别为模型的斜率和截距, $\sigma$ 为随机疲劳极限的标准差, $S_0$ 为随机疲劳极限的期望值。

当忽略 $S-N$ 曲线在寿命方向的分散性后,经典的RFL模型可以由原先的5个参数简化为4个参数,这将极大简化似然函数的表达式,有效提升参数估计的准确度和计算效率。但需要注意,本模型是针对高周-超高周寿命范围进行了优化,其不再适用于低周寿命端的数据处理。

上述模型同理也可以得出基于Weibull分布的四参数RFL模型,即将模型中的正态概率密度函数和累积分布函数转为Weibull分布的概率密度函数和累积分布函数。Weibull分布的概率密度函数为:

$$f_V(v; \lambda, \beta) = \begin{cases} \frac{\beta}{\lambda} \left(\frac{v}{\lambda}\right)^{\beta-1} e^{-(v/\lambda)^\beta} & v \geq 0 \\ 0 & v < 0 \end{cases} \quad (11)$$

其中 $\lambda$ 和 $\beta$ 为Weibull分布比例参数和形状参数。构成四个模型参数分别为 $a, b, \lambda, \beta$ 。实践中可以根据相应的基本假设或是应用需求,选用合适的分散性假设对数据进行处理分析。

## 1.2 模型参数的求解

由于在疲劳极限附近的疲劳寿命分散性较大,在该范围内试验会不可避免产生的越出(run-out)数据,而试验中也无法预知一个应力让其在规定的循环数发生断裂。因此疲劳强度的确定方法往往要同时参考断裂数据和越出数据,例如升降法中应力相近的一对断裂点和越出点构成的升降对就是疲劳强度值的极大似然估计<sup>[2]</sup>。本文提出模型的参数估计方法参考了经典RFL模型,即采用最大似然法进行估计。

RFL模型的参数通常采用最大似然法进行估计。对于一组 $S-N$ 曲线试验数据,应力 $S_1, S_2, \dots, S_n$ ,分别对应寿命 $w_1 = \ln(N_1), w_2 = \ln(N_2), \dots, w_n = \ln(N_n)$ ,则RFL模型存在似然函数:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n [f_W(w_i; S_i, \theta)]^{\delta_i} \cdot [1 - F_W(w_i; S_i, \theta)]^{1 - \delta_i} \quad (12)$$

其中 $\delta_i$ 为试样最终状态,断裂记为1,越出记为0,即

$$\delta_i = \begin{cases} 1 & \text{断裂} \\ 0 & \text{跃出} \end{cases} \quad (13)$$

似然函数的对数形式为

$$\ln(L_i(\theta)) = \sum_{i=1}^n L_i(\theta) = \delta_i \ln[f_W(w_i; S_i, \theta)] + (1 - \delta_i) \ln[1 - F_W(w_i; S_i, \theta)] \quad (14)$$

式(12)中 $f_W(w_i; S_i, \theta)$ 是第 $i$ 个试样在 $S_i$ 应力级发生断裂的概率密度函数; $[1 - F_W(w_i; S_i, \theta)]$ 是第 $i$ 个试样在 $S_i$ 应力级越出的累积概率函数。两者乘积构成似然函数 $L(\theta)$ ,通过求解 $L(\theta)$ 或 $\ln(L_i(\theta))$ 的最大值实现模型参数的最大似然估计。

## 2 满足可靠性设计的超高周疲劳强度计算

发动机设计中所用的材料结构性能(设计许用值)数据需要满足指定的置信度、可靠度要求,以充分考虑试验数据的分散性与重复抽样所得结果的可靠性。对于P-S-N曲线数据处理方法,主要的标准,例如国际标准(ISO 12107-2012)、国家标准(GB/T 24176-2003)、国家军用标准(GJB/Z 18A-2005)、航空标准(HB/Z 112-1986)等采用的均是基于正态分布的单侧容限系数法,即先计算出中值曲线和标准差,再通过中值偏移式(15)和单侧容限系数式(16)得到指定置信度、可靠度下的性能数据

$$x_{\gamma,P} = \bar{x}_1 + k_{\gamma,P}\beta\sigma \quad (15)$$

$$k_{\gamma,P} = \frac{u_P - u_\gamma \sqrt{\frac{1}{n} \left[ 1 - \frac{u_\gamma^2}{2(n-1)} \right] + \frac{u_P^2}{2(n-1)}}}{1 - \frac{u_\gamma^2}{2(n-1)}} \quad (16)$$

其中 $\beta$ 表示标准差的无偏修正系数; $u_P$ 表示与可靠度 $P$ 相关的标准正态偏量; $u_\gamma$ 表示与置信度 $\gamma$ 相关的标准正态偏量。

对于仅有15~20个测点的小样本超高周疲劳数据,实际已无法满足国际标准ISO 12107-2012及其他各标准的最低样本数要求,不能采用传统方法获取指定置信度、可靠度对应的疲劳强度值。

本文提出的模型假设所有数据的疲劳寿命分散性全部来自各个数据点对应的随机疲劳极限值的分散性,如式(5)、式(6)所示。针对小样本高周、超高周疲劳数据,可以将全部数据点纳入基于正态分布的四参数RFL模型中进行疲劳强度概率分析,进而获取P-S-N曲线。Hanaki等<sup>[22]</sup>就采用了将S-N曲线上各数据点映射至最大循环数处得到等效疲劳强度的方法,实现通过小样本确定疲劳强度的统计分布。因此在本模型中对于S-N曲线中任意一点( $S_i, N_i$ ),可以利用基于正态分布的四参数RFL模型参数 $a, b$ 的估计值,由式(17)计算得到该数据点在RFL模型中的随机疲劳极限估计值,即

$$S_{0,i} = S_i - \exp\left[\frac{\ln(N_i) - a}{b}\right] \quad (17)$$

某些S-N曲线拟合后的 $S_0$ 值很低,甚至远低于

于试验应力,对于这种情况可以利用式(18)和式(19)将所有数据转换为指定循环次数 $N'$ 对应的强度分布 $S'$ ,进而再根据单侧容限系数公式计算出对应的疲劳强度值。

$$\begin{cases} S_{0,i} = S_i - \exp\left[\frac{\ln(N_i) - a}{b}\right] \\ S_{0,i} = S' - \exp\left[\frac{\ln(N') - a}{b}\right] \end{cases} \quad (18)$$

$$S' = S_i - \exp\left[\frac{\ln(N_i) - a}{b}\right] + \exp\left[\frac{\ln(N') - a}{b}\right] \quad (19)$$

## 3 基于常规样本数的疲劳强度估计及对比

为了验证本模型处理结果与升降法的一致性。采用本团队前期开展的TA11钛合金轴向超高周疲劳数据作为样本进行了验证<sup>[4,22]</sup>。超高周疲劳试验采用高频谐振试验机进行加载,试验按照航标HB5287-1996标准执行,最大循环数为 $10^8$ 周次,试验温度为室温,应力比 $R=-1$ 。S-N曲线测试在中短寿命区采用成组法,长寿命区采用升降法,共得到28个有效数据,结果如图2所示。其中升降法数据满足误差 $\delta < 5\%$ ,可靠度 $P=99.87\%$ ,置信度 $\gamma=50\%$ 的最少观察样本数(5个)要求<sup>[2]</sup>。

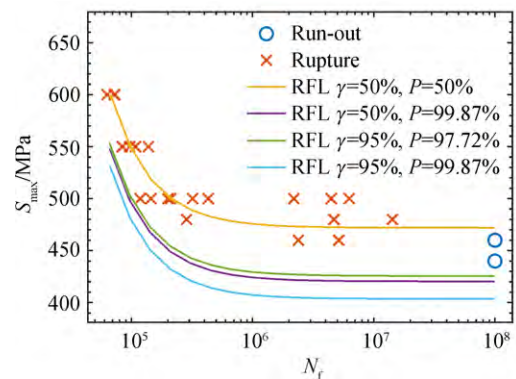


图2 TA11钛合金超高周疲劳P-S-N曲线(常规样本数)  
Fig.2 P-S-N curve of TA11 alloy in VHCF region  
(moderate samples number)

国家军用标准《航空涡轮喷气和涡轮风扇发动机通用规范》(GJB 241A-2010)中规定,“除断裂韧性和裂纹扩展速率外的其他所有材料性能应用置信度为50%的 $-3\sigma$ 值或置信度为95%的 $-2\sigma$ 表示”。升降法数据由单侧容限系数式

(15)、式(16)可以计算出典型置信度、可靠度组合下的疲劳强度值。

本文基于正态分布,结合四参数RFL模型对上述疲劳数据进行了处理,并采用最大似然估计对模型参数进行了求解,结果如表1所示。为了获取可靠性设计所需的超高周疲劳强度估计值,本文基于正态分布的四参数RFL模型,采用正态分布单侧容限系数法计算了典型置信度、可靠度对应的超高周疲劳强度估计值。首先,使用式(17)计算得到 $10^8$ 循环数或任一指定循环数对应的超高周疲劳强度分布,再使用单侧容限系数式

(15)、式(16)计算得到典型置信度、可靠度要求的超高周疲劳强度值和 $P-S-N$ 曲线,如表2和图2所示。

表1 TA11超高周疲劳RFL模型参数估计值  
(常规样本)

Table 1 Estimated values of RFL model parameters for TA11 alloy in VHCF regime  
(moderate sample number)

样本数	$a$	$b$	$S_0$	$\sigma$
26	14.84	-0.770 4	471.9	16.94

表2 不同估计方法对超高周疲劳强度估计值对比

Table 2 Comparison of estimated VHCF strength by different methods

数据来源	超高周( $10^8$ )疲劳强度估计值				
	$\gamma=50\%$	$\gamma=95\%$	$\gamma=50\%$	$\gamma=95\%$	$\gamma=95\%$
	$P=50\%$	$P=50\%$	$P=99.87\%$	$P=97.72\%$	$P=99.87\%$
四参数RFL	471	465	414	420	396
升降法	462	451	427	439	376
相对误差/%	-2.08	-3.07	2.89	4.18	-5.20

表2中分别列举了升降法和四参数RFL模型两种方法对TA11钛合金室温轴向应力疲劳强度的估计。通过对两种估计结果的对比,可见四参数RFL模型对超高周疲劳强度的估计结果与升降法基本一致,典型置信度、可靠度对应的超高周疲劳强度的相对误差仅为5%左右,可见本模型对试验数据处理效果与升降法具有较好的一致性。

## 4 基于小样本的疲劳强度估计

### 4.1 模型描述

在实际的超高周疲劳测试中,由于最大循环数( $10^8 \sim 10^9$ )远高于传统的疲劳极限测试,为兼顾试验成本和研究周期,往往需采用小样本的测试方法。本文选取了某型航空发动机用TC17钛合金超高周疲劳试验数据作为研究对象。TC17钛合金名义成分为Ti-5Al-2Sn-2Zr-4Mo-4Cr,具有高强度、高韧性、高淬透型的特点,广泛用于压气机叶片、整体叶盘等发动机关键结构件。服役过程中,发动机叶片部件容易受到气流及机械振动的影响而发生高频、低载共振现象,其服役期间经历的循环数往往达到 $10^7 \sim 10^9$ 周次,存在超高周疲劳破坏风险<sup>[23-30]</sup>。

为获取TC17钛合金超高周疲劳性能数据,本研究采用旋转弯曲疲劳试验方法对TC17超高周疲劳性能开展测试。旋转弯曲疲劳试样形状如图3所示。试样最小截面直径为4 mm。试验过程参照《金属高温旋转弯曲疲劳试验方法》(HB5153-1996),加载方式为悬臂弯曲加载,试验机转速5 000 r/min,应力比 $R=-1$ ,最大循环次数 $1 \times 10^8$ 。试验分别在室温和温度 $t=400$  °C下进行。

由于试验是在不改变试验方法和加载频率的条件下进行,且最大循环数设置为 $10^8$ 周次,为兼顾到试验目标与成本,采用了样本数较少的S-N曲线测试方案。在高周疲劳 $10^5 \sim 10^7$ 循环数范围选取3级应力水平,每级应力水平得到2~3个有效数据;超高周疲劳循环数( $10^7 \sim 10^8$ )范围采用升

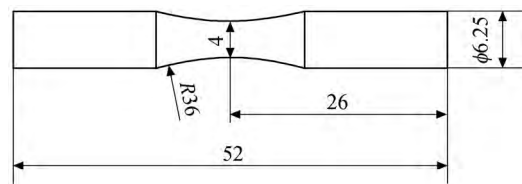


图3 旋转弯曲疲劳试样形状和尺寸图(单位:mm)

Fig.3 Specimen shape and size for rotating bending fatigue  
(unit:mm)

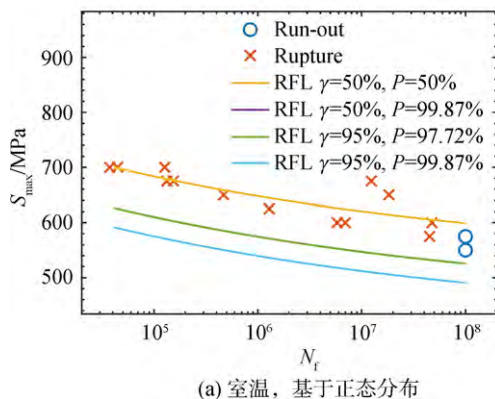
降法进行,获取 2~3 个升降对。室温和 400 °C 测试分别使用 14、13 件试样,远小于常规 S-N 曲线测试样本数,得到试验数据和 S-N 曲线分别如表 3、表 4 和图 4 所示。

表 3 TC17 合金室温超高周旋转弯曲疲劳试验数据  
Table 3 Rotating bending fatigue test data of TC17 alloy at room temperature in very-high cycle fatigue

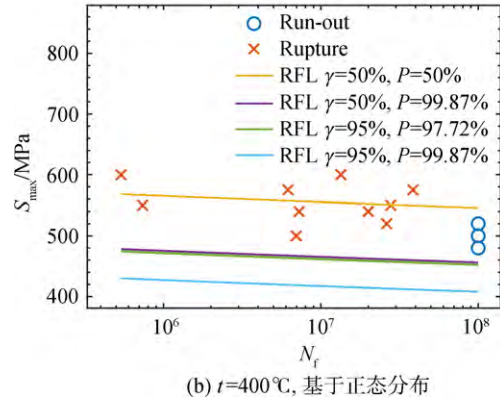
应力/MPa	循环次数		
700	$3.75 \times 10^4$	$4.46 \times 10^4$	$1.27 \times 10^5$
675	$1.33 \times 10^5$	$1.54 \times 10^5$	
650	$4.67 \times 10^5$	$1.83 \times 10^7$	
625	$1.29 \times 10^6$		
600	$5.81 \times 10^6$	$6.95 \times 10^6$	$4.75 \times 10^7$
575	$4.51 \times 10^7$	$>1.00 \times 10^8$	
550	$>1.00 \times 10^8$		

表 4 TC17 合金 400 °C 高温超高周旋转弯曲疲劳试验数据  
Table 4 Rotating bending fatigue test data of TC17 alloy at 400 °C in very-high cycle fatigue

应力/MPa	循环次数	
600	$5.38 \times 10^5$	$1.34 \times 10^7$
575	$6.19 \times 10^6$	$3.85 \times 10^7$
550	$2.78 \times 10^7$	$7.37 \times 10^5$
540	$7.27 \times 10^6$	$2.00 \times 10^7$
520	$2.62 \times 10^7$	$>1.00 \times 10^8$
500	$6.98 \times 10^6$	$>1.00 \times 10^8$
480	$>1.00 \times 10^8$	



(a) 室温, 基于正态分布



(b)  $t=400^\circ\text{C}$ , 基于正态分布

图 4 TC17 超高周疲劳 P-S-N 曲线(小样本)

Fig.4 P-S-N curve of TC17 alloy in VHCF regime (small sample number)

### 4.2 数据处理结果

针对小样本超高周疲劳试验数据,本文基于正态分布假设进行了四参数 RFL 模型的参数求解,结果如表 5 所示。参照表 6 中典型的置信度、可靠度组合,基于正态分布的四参数 RFL 模型,计算了相应条件下的疲劳强度估计值以及 P-S-N 曲线,如图 4 和表 6 所示。

表 5 TC17 合金基于正态分布四参数 RFL 模型参数估计

Table 5 Parameter estimation of four-parameter RFL model based on normal distribution for TC17 alloy

试验温度	样本数 $n$	$a$	$b$	$S_0$	$\sigma$
室温	14	56.80	-8.955	526.4	23.86
400 °C	13	187.9	-34.54	410.9	29.18

表 6 TC17 合金在给定置信度、可靠度下的超高周疲劳强度估计值(基于正态分布)

Table 6 Estimated value of very-high cycle fatigue strength of TC17 alloy under specified confidence and reliability (based on normal distribution)

试验温度	超高周( $10^8$ )疲劳强度估计值				
	$\gamma=50\%$ , $P=50\%$	$\gamma=95\%$ , $P=50\%$	$\gamma=50\%$ , $P=99.87\%$	$\gamma=95\%$ , $P=97.72\%$	$\gamma=95\%$ , $P=99.87\%$
	室温	593.7	581.4	510.9	510.3
400 °C	534.3	517.2	427.9	423.0	370.7

## 5 分析与讨论

### 5.1 概率分布假设合理性分析

本文提出的四参数RFL模型可以针对较少样本数的超高周疲劳试验数据进行分析处理,实现指定置信度、可靠度的超高周疲劳强度估计。四参数RFL模型中,随机疲劳极限值的概率分布假设的合理性决定模型预测的准确性。本文以TC17钛合金小样本超高周疲劳数据为例,采用假设检验的方法,检验其是否适用于正态概率分布。

检验之前首先将两组数据按照式(17)转换为 $10^8$ 循环数对应的超高周疲劳强度分布,进行正态分布拟合,根据正态分布累积概率分布函数分别计算出各点对应的破坏概率值。然后,将两组数据的 $n$ 个数据点升序排列,由中位秩式(20)计算出各点的经验破坏概率值

$$P_i = \frac{i - 0.3}{n + 0.4} \quad (20)$$

图5将基于正态分布的破坏概率值和经验破坏概率值进行了对比,可见两者一致性较好,绝大部分数据都位于 $\pm 10\%$ 的误差带以内。为了进一步验证超高周疲劳强度 $S'$ 是否满足正态分布假设,本文还使用了Anderson-Darling(AD)检验<sup>[31]</sup>对正态分布检验。AD检验结果为在95%置信度条件下不拒绝原假设,可见通过本方法得到的 $10^8$ 循环数对应的超高周疲劳强度 $S'$ ,可满足正态分布假设。

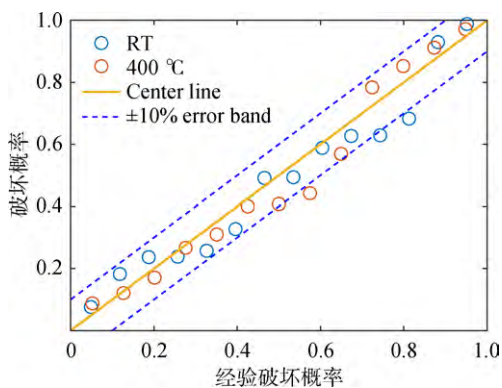


图5 TC17合金超高周疲劳强度概率分布对比

Fig.5 Comparison of probability distribution of very-high cycle fatigue strength of TC17 alloy

### 5.2 超高周疲劳数据的处理效果

本研究可以在明显低于常规试验方法的样本数的情况下开展超高周疲劳试验。小样本超高周

疲劳 $S-N$ 曲线仅需15个左右的疲劳试样,升降对仅2~3对,与常规的升降法相比,试样数降低50%以上,试验周期和试验成本节约68%,如表7所示。

表7 本方法与常规超高周疲劳测试方法成本对比

Table 7 Cost comparison between the proposed method and the conventional very-high cycle fatigue testing method

采用方法	样本数	测试时间/h
常规的升降法	30~45	3 616
本方法	15	1 128

本文提出的模型基于三参数 $S-N$ 曲线模型发展而来,使用本模型对小样本数据进行评估,前提是 $S-N$ 曲线数据符合三参数 $S-N$ 曲线规律。传统的 $S-N$ 曲线高周疲劳数据处理要求在中短寿命区(成组法、高应力水平)和长寿命区(升降法、疲劳极限附近)有足够的数量,并对这两段寿命区分别进行处理。实际中,当计算指定置信度和可靠度的疲劳 $P-S-N$ 曲线时,得到的是单独的一条三参数 $S-N$ 曲线,其中曲线的斜率、截距和 $S_0$ 等参数与中值曲线存在明显差异。也就是说,传统方法进行整个高周疲劳范围内的 $P-S-N$ 曲线描述时,其参数数量为6个以上,因而其精确性理论上会更优,但代价为较大样本数,在开展超高周疲劳试验时也将造成较高的测试成本。

本方法的特点可以是将全部的超高周疲劳 $S-N$ 曲线数据统一处理,得到四参数随机疲劳极限模型,并根据该模型进行超高周疲劳强度估计或 $P-S-N$ 曲线估计。其中涉及的变量有4个,其中3个参数( $a, b, S_0$ )用于描述 $S-N$ 曲线的趋势,第4个参数 $\sigma$ 描述数据的分散性。相较于传统方法,本方法对模型数据拟合后得到的参数数量(4个)显著小于传统方法(6个以上);也小于传统随机疲劳极限方法的参数数量(5个)。更少的参数很大程度上简化了参数求解方法,降低了数据处理的难度,提高了计算效率。通过本文中TA11钛合金常规样本测试数据的对比验证结果(如表2所示),可见本模型的预测结果与传统的单侧容限系数法相比一致性较好。因此当仅要求获取可靠性设计要求的超高周疲劳强度估计值,或描述超高周疲劳范围内的 $P-S-N$ 曲线时,本文提出的四参数随机疲劳极限模型可以满足要求,并有效降低所需的试验数据样本量和计算量。



同时需要说明,超高周疲劳失效也伴随着多种不同的机理:如表面裂纹萌生,次表面、内部裂纹萌生等。在后续研究中如能结合疲劳断口宏微观分析结果,区分出不同失效微观机理对应的疲劳数据,并按照各自的规律进行模型拟合,可以提高预测的精度。

## 6 结 论

本文在随机疲劳极限(RFL)模型基础上,针对材料超高周疲劳性能数据特点和面向发动机可靠性设计的数据处理要求,对RFL模型进行了简化,并提出了一种基于小样本的超高周 $P-S-N$ 曲线估计方法,主要结论如下:

1) 提出一种四参数RFL模型,并给出了模型参数求解方法和疲劳强度估计方法。针对符合三参数 $S-N$ 曲线规律的疲劳数据,可实现基于小样本数据的超高周强度的估计,有效提高计算效率。

2) 通过对TA11钛合金常规样本数的超高周疲劳数据处理,对比了本方法与传统升降法在疲劳强度处理结果上的差异。结果表明,在典型的置信度和可靠度组合下,本文提出的模型与升降法估计值的差异在5%以内,从而验证了本文提出模型的精确性。

3) 使用四参数RFL模型,对TC17钛合金材料室温和高温 $t=400\text{ }^{\circ}\text{C}$ 的小样本旋转弯曲超高周疲劳试验数据进行处理,得到了两组数据在典型置信度和可靠度组合下的 $P-S-N$ 曲线以及超高周疲劳强度,结果趋势与传统方法获得的结果吻合。

4) 本文提出的方法较传统升降法可以大幅节省测试量,不但满足了发动机可靠性设计相关的超高周疲劳强度数据的处理要求,而且大幅提高了测试数据的利用率,节约试验成本。

## 参考文献:

- [1] Airaeronautical Systems Center. MIL-HTBK-1783B engine structural integrity program (ENSIP) [M]. Washington: US Air Force, 2004.
- [2] 高镇同,熊峻江. 疲劳可靠性[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2002.
- [3] 洪友士,赵爱国,钱桂安. 合金材料超高周疲劳行为的基本特征和影响因素[J]. 金属学报,2009,45(7):769-780.  
HONG Youshi, ZHAO Aiguo, QIAN Guian. Essential characteristics and influential factors for very-high cycle fatigue behavior of metallic materials[J]. ACTA Metallurgica Sinica, 2009,45(7):769-780. (in Chinese)
- [4] 焦泽辉,于慧臣,钟斌,等. TA11 钛合金超高周疲劳行为[J]. 航空材料学报,2017,37(3):84-90.  
JIAO Zehui, YU Huichen, ZHONG Bin, et al. Very high cycle fatigue behavior of TA11 titanium alloy[J]. Journal of Aeronautical Materials, 2017, 37(3):84-90. (in Chinese)
- [5] HU Yuanpei, SUN Chengqi, XIE Jijia, et al. Effects of loading frequency and loading type on high-cycle and very-high-cycle fatigue of a high-strength steel[J]. Materials. 2018, 11(8): 1456.1-1456.17.
- [6] XU Wei, ZHAO Yanguang, CHEN Xin, et al. An ultra-high frequency vibration-based fatigue test and its comparative study of a titanium alloy in the VHCF regime[J]. Metals, 2020,10(11):1415.1-1415.16.
- [7] 许巍,陈新. TC17 合金弯曲振动超高周疲劳试验[J]. 航空发动机,2021,47(2):63-67.  
XU Wei, CHEN Xin. Vibration bending fatigue test of TC17 Ti-alloy in the very-high-cycle regime[J]. Aeroengine, 2021, 47(2):63-67. (in Chinese)
- [8] LING J, PAN J. A maximum likelihood method for estimating  $P-S-N$  curves[J]. International Journal of Fatigue, 1997, 19(5):415-419.
- [9] POLLAK R D, PALAZOTTO A N. A comparison of maximum likelihood models for fatigue strength characterization in materials exhibiting a fatigue limit[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2009,24(2):236-241.
- [10] 谢金标,姚卫星. 建立 $P-S-N$ 曲线的双加权最小二乘法[J]. 实验力学,2010,25(5):611-616.  
XIE Jinbiao, YAO Weixing. Double weighted least square method for  $P-S-N$  curve regression[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2010, 25(5):611-616. (in Chinese)
- [11] 韩希鹏,许超,段作祥,等. 高周疲劳曲线的等效应力法[J]. 航空材料学报,2003,23(3):53-57.  
HAN Xipeng, XU Chao, DUAN Zuoxiang, et al. Modified equivalent stress model for high cyclic fatigue curves[J]. Journal of Aeronautical Materials, 2003, 23(3):53-57. (in Chinese)
- [12] GAO J, AN Z, LIU B. A new method for obtaining  $P-S-N$  curves under the condition of small sample[J]. Journal of Risk and Reliability, 2017,231(2):130-137.
- [13] BUCAR T, NAGODE M, FAJDIGA M. A neural network approach to describing the scatter of  $S-N$  curves[J]. International Journal of Fatigue, 2006,28(4):311-323.
- [14] LEONETTI D, MALJAARS J, SNIJDER H H B. Fitting fatigue test data with a novel  $S-N$  curve using frequentist and Bayesian inference[J]. International Journal of Fatigue, 2017, 105(12):128-143.
- [15] 王荣桥,刘飞,胡殿印,等. 基于贝叶斯理论的低循环疲劳寿命模型不确定性量化[J]. 航空学报,2017,38(9):249-258.  
WANG Rongqiao, LIU Fei, HU Dianyin, et al. Uncertainty quantification in low cycle fatigue life model based on Bayesian theory[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(9):249-258. (in Chinese)
- [16] ZHONG Bin, HUANG Xinyue, GUO Weibin, et al. Experi-

- mental study on residual fatigue life for a nickel-based powder metallurgy superalloy[C]//Structural Integrity and Materials Ageing in Extreme Conditions. Shanghai: International symposium on structural integrity, 2010:221-226.
- [17] PASCUAL F G, MEEKER W Q. Estimating fatigue curves with the random fatigue-limit model[J]. *Technometrics*, 1999, 41(4):277-289.
- [18] PASCUAL F G. Theory for optimal test plans for the random fatigue-limit model[J]. *Technometrics*, 2003, 45(2): 130-141.
- [19] POLLAK R D, PALAZOTTO A N. A comparison of maximum likelihood models for fatigue strength characterization in materials exhibiting a fatigue limit[J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2009, 24(2):236-241.
- [20] ZHU X, SHYAM A, MAYER H, et al. Effects of microstructure and temperature on fatigue behavior of E319-T7 cast aluminum alloy in very long life cycles[J]. *International Journal of Fatigue*, Elsevier, 2006, 28(11):1566-1571.
- [21] ENGLER-PINTO C C, Sr., LASECKI J V, FRISCH R J, Sr., et al. Statistical approaches applied to fatigue test data analysis[R]. SAE 2005-01-0802, 2005.
- [22] HANAKI S, YAMASHITA M, UCHIDA H, et al. On stochastic evaluation of *S-N* data based on fatigue strength distribution[J]. *International Journal of Fatigue*, Elsevier, 2010, 32(3):605-609.
- [23] 钟斌, 马少俊, 张仕朝, 等. TC11 钛合金棒材和锻件的室温设计许用值计算[J]. *航空动力学报*, 2020, 35(10):2195-2204. ZHONG Bin, MA Shaojun, ZHANG Shichao, et al. Calculation of design allowable values for TC11 titanium bar and forging at room temperature[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2020, 35(1):2195-2204. (in Chinese)
- [24] 陶春虎, 刘庆泉, 曹春晓, 等. 航空用钛合金的失效及其预防[M]. 北京:国防工业出版社, 2002.
- [25] 李全通, 刘青川, 申景生, 等. TC17 钛合金超高周弯曲振动疲劳试验[J]. *航空动力学报*, 2012, 27(3):617-622.
- LI Quantong, LIU Qingchuan, SHEN Jingsheng, et al. Experiment on ultra-high cycle bending vibration fatigue of titanium alloy TC17[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2012, 27(3): 617-622. (in Chinese)
- [26] 李全通, 通旭东, 高星伟, 等. 基于试片超高周疲劳试验的叶片高周疲劳寿命估算方法[J]. *航空动力学报*, 2014, 29(10): 2471-2475.
- LI Quantong, TONG Xudong, GAO Xingwei, et al. Estimation method of blade high cycle fatigue life based on ultra-high cycle fatigue test of specimen[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2014, 29(10):2471-2475. (in Chinese)
- [27] 高潮, 程礼, 彭桦, 等. 20 kHz 下 TC17 钛合金超高周疲劳性能研究[J]. *航空动力学报*, 2012, 27(4):811-816. GAO Chao, CHENG Li, PENG Hua, et al. Investigation of ultra-high cycle fatigue behavior of TC17 alloy at a frequency of 20 kHz[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2012, 27(4): 811-816. (in Chinese)
- [28] 李久楷, 刘永杰, 王清远, 等. TC17 高温高周旋转弯曲疲劳实验研究[J]. *四川大学学报(工程科学版)*, 2014, 46(2): 198-202. LI Jiukai, LIU Yongjie, WANG Qingyuan, et al. High-cycle rotate bending fatigue behavior of TC17 at elevated temperature[J]. *Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition)*, 2014, 46(2):198-202. (in Chinese)
- [29] 刘汉青, 何超, 黄志勇, 等. TC17 合金超高周疲劳裂纹萌生机理[J]. *金属学报*, 2017, 53(9):1047-1054. LIU Hanqing, HE Chao, HUANG Zhiyong, et al. Very high cycle fatigue failure mechanism of TC17 alloy[J]. *ACTA Metallurgica Sinica*, 2017, 53(9):1047-1054. (in Chinese)
- [30] 程礼, 焦胜博, 李全通, 等. 超高周疲劳与断裂[M]. 北京:国防工业出版社, 2017.
- [31] SCHOLZ F W, STEPHENS M A. *K*-sample Anderson-Darling tests[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1987, 82(399):918-924.

(编辑:张 雪)