

柔性超细长缆索传播波分析

李丽君^{1,2}, 张伟为^{1,2}, 张冬辉³, 王生³, 曾晓辉^{1,2,4}

(1. 中国科学院力学研究所, 北京 100190; 2. 中国科学院大学, 北京 100049; 3. 中国科学院空天信息创新研究院, 北京 100194;
4. 大连理工大学海岸和近海工程国家重点实验室, 大连 116024)

摘要: 论文研究了柔性超细长缆索系统的动力响应, 考察了动载荷作用下缆绳顶端位移、顶端张力、锚泊点接触角以及缆长的变化, 分析了系统粘性阻尼比对于缆索传播波现象的影响。研究发现, 柔性超细长缆索系统的振动响应存在行波和驻波两种形式, 且缆索系统阻尼比越大, 振动响应越趋向于表现为行波。

关键词: 传播波; 动力响应; 超大长径比; 缆索系统; 粘性阻尼比

PROPAGATING WAVES IN FLEXIBLE CABLES WITH SUPER-LARGE LENGTH-DIAMETER RATIO

LI Li-jun^{1,2}, ZHANG Wei-wei^{1,2}, ZHANG Dong-hui³, WANG Sheng³, ZENG Xiao-hui^{1,2,4}

(1. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

3. Aerospace Information Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100194, China;

4. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: This paper studied the dynamic response of the flexible cables with super-large length-diameter ratio. Firstly, we investigated the dynamic variation of the top displacement, the top tension, the contact angle at anchor location or the tether length. From the results, we found there are two response forms called traveling wave and standing wave respectively in the system. Then, we analyzed the influence of damping rate on the propagating waves. The results demonstrated that the propagating waves are more significant at larger damping rate.

Key words: Propagating waves; Dynamic response; super-large length-diameter ratio; Cable system; Damping rate

缆索结构是一种重量轻、灵活的结构元件, 由于其能够传输力、承载有效载荷和远距离传导信号, 被广泛应用于机械、土木、电气、海洋和航天工程等领域。由于其应用的多样化, 且不同工况下所需考虑因素也有所差异, 因而衍生了多种弹性缆索模型。主要包括小垂度(或抛物线)或大垂度(悬链线)缆索, 对于小垂度缆索的固有频率和振型, 可以采用连续介质公式获得解析解, 分析时可采用抛物线近似进行简化。而大垂度缆索的解析解较难获得, 可以用离散公式和有限差分、有限元、集总参数技术、多体动力学等数值方法处理^[1]。

对于长度较短的低阶缆索模态来说, 可通过模态叠加法来研究其动态响应, 然而对于长度很长的高阶

基金项目: 大连理工大学海岸和近海工程国家重点实验室开放基金项目(LP21V1); 国家自然科学基金项目(11672306)

通讯作者: 曾晓辉(1972-), 男, 湖南人, 研究员, 博导, 主要从事结构物的动力响应、稳定性和流固耦合研究(E-mail: zzh@imech.ac.cn).

作者简介: 李丽君(1998-), 女, 福建人, 硕士生, 主要从事工程力学研究;

张伟为(1996-), 男, 江苏人, 博士生, 主要从事工程力学研究;

张冬辉(1988-), 男, 北京人, 副研究员, 主要从事高空系留气球研究;

王生(1968-), 男, 山西人, 研究员, 博导, 主要从事结构动力学相关研究.

缆索模态，研究其模态将变得低效，应采用传播波方法对系统的动态响应进行描述。研究发现有着平衡曲率的缆索模型，不同于一般的弹性杆或张紧弦，因为缆索的曲率不仅耦合了张紧弦模型和弹性杆模型，产生了纵向主导波和横向主导波两种结构波，而且曲率还会使模型频散，影响到缆索内部的能量传递^{[2]-[3]}。

缆索结构有一个很重要的几何特征，即长度方向的维度要远大于另外两个方向的维度，像这种具有较大长径比的结构，在海洋、土木、航天中具有广泛的应用，如立管、海底锚链、斜拉索以及航天系留缆索等。综合来看，已有大量文献针对较大长径比结构的传播波现象展开研究，主要集中于海底系泊缆索和海洋立管，对于海洋立管来说，传播波现象的发生与系统的阻尼比、立管长度以及模态阶数有关^[4]，而海洋系泊缆索的传播波则受到船舶速度、扰动频率和缆索长度的影响^[5]。这些文献中结构的长径比大多都在 5×10^4 以内^{[6]-[9]}，对于航天系留缆索来说，受到工作高度的影响，其长径比常常可达到 10^6 这一量级，以平流层系留气球下部缆索系统为代表，其工作高度常常大于 20 km，且与海洋系泊缆索具有相似的受力情况和边界条件，针对该系统的传播波现象及相关影响因素的研究，目前尚不多见。

超大长径比的系缆，在高空系留气球中较为常见，到目前为止针对上端气球研究较多，针对下端超长系缆的研究较少。从 20 世纪 90 年代开始，就有许多学者对高空系留气球系统进行了可行性研究^{[10]-[11]}，虽然已经有大量学者对于系留气球系统展开研究，但大多集中于气球或是系统某一部分^{[12]-[16]}，而对于下端超长系缆的研究主要集中于缆索的强度^[17]、气动参数^[18]等，针对超大长径比缆索系统的动力学研究基本没有。史献林等^[19]采用有限元方法建立了上端有拉力作用的缆索多质点动力学模型，研究了风场中缆索的动态上升过程；Chiba 等^[18]推导了顶端有张力作用的超长缆索系统的静力平衡控制方程，研究了气动升力、浮力、缆索风阻系数对于缆索位形的影响；Redi 等人^[20]基于有限元方法，对工作高度为 6000 m 的系留气球下端超长缆索系统在阵风和持续湍流风作用下的响应进行了动力学仿真，并提出了新算法，验证了算法的可行性。目前来说，基本没有文献针对下端超长系缆的传播波现象展开研究。

基于此，本文研究了顶端有张力作用的超大长径比缆索系统的动力学响应，从动力响应结果中发现了传播波现象，针对此现象展开分析，并分析了阻尼对于缆索振动响应形式的影响。

1 数学模型

1.1 系统组成

超大长径比缆索系统中一个典型的模型为平流层系留气球缆索系统，该系统的长径比可达到 3×10^6 ，系统结构组成如图 1 所示，主要由底部的绞车、中部的缆绳以及顶部的气球组成。

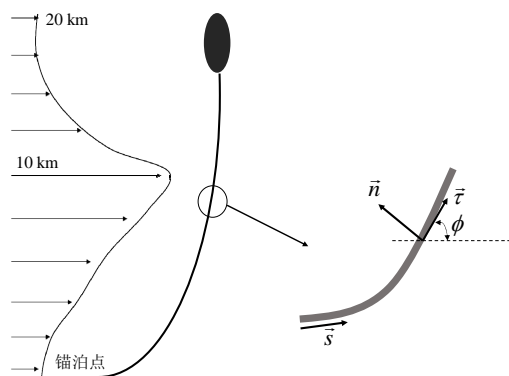


图 1 超大长径比系缆系统结构示意图

1.2 缆索运动方程

缆索系统可以建模为忽略弯曲和扭转刚度，考虑轴向拉伸的一维弹性连续体，其边界条件由底端的绞车和顶部的气球提供，若只考虑缆绳在垂直平面内的运动，采用有限元方法进行数值求解，则连续的缆绳可以离散化为有限个质量弹簧单元，将缆索的响应转化到直角坐标系下，则缆索系统有限元模型如图 2 所示。

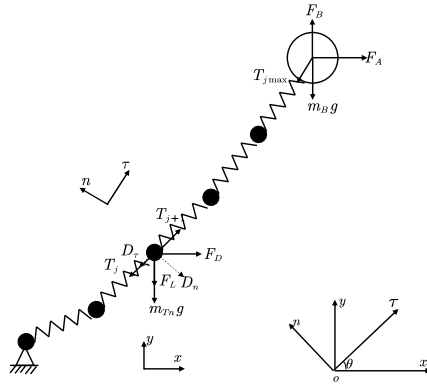


图2 缆索系统有限元模型示意图

缆绳中每个离散的节点对应的运动方程为^[11]:

$$m_{Tn} \frac{d^2 x}{dt^2} = T_x^{j+1} - T_x^j + F_D - C \frac{dx}{dt} \quad (1)$$

$$m_{Tn} \frac{d^2 y}{dt^2} = T_y^{j+1} - T_y^j + F_L - m_{Tn} g - C \frac{dy}{dt} \quad (2)$$

式中上标 j 表示缆绳中节点编号, 对应的坐标系已在第一节中定义。与式(1)、式(2)类似, 顶端气球的运动方程为:

$$m_{TB} \frac{d^2 x}{dt^2} = F_A - T_x^{j\max} - C \frac{dx}{dt} \quad (3)$$

$$m_B \frac{d^2 y}{dt^2} = F_B - T_y^{j\max} - m_B g - C \frac{dy}{dt} \quad (4)$$

式中: m_B 表示气球的自重以及载重所结合的总重、 F_A 为由于风场引起的拖曳力、 F_B 为作用于气球的总浮力。需要注意的是, 本文将缆索系统考虑为阻尼系统, 阻尼力对应于运动方程中和速度有关的项, 即式(3)~(4)中的最后一项。运动方程对应的边界条件为, 近地面端锚泊点约束所有自由度, 靠近气球端节点, 其所受的力, 与气球所受的力互为作用力与反作用力。

将式(1)-(4)中有关时间项的导数都看成零, 即可得到缆索微元的静力平衡方程。式(1)~(4)中 F_D 、 F_L 以及 F_A 为缆索节点所受到的气动力, 与缆索微元的形状和风场有关, 在局部坐标系下, 缆索节点所受的气动力 D_n 、 D_t 为^[21]:

$$D_n = \frac{1}{2} C_n \rho_{air}(z) v_{air}^2(z) \sin^2(\theta) dS \quad (5)$$

$$D_t = \frac{1}{2} C_t \rho_{air}(z) v_{air}^2(z) \cos^2(\theta) dS \quad (6)$$

式中: C_n 、 C_t 分别表示缆索的法向和切向风阻系数, dS 表示缆索微元特征面积, θ 为缆索与水平面的夹角, $v_{air}(z)$ 为风速, $\rho_{air}(z)$ 为大气密度, 采用美国 1976 年标准大气模型^[22]。利用局部坐标系和总体坐标系的转化关系, 可以将局部坐标系下的气动力转化到总体坐标系下。

气球所受的气动力为:

$$F_B = (\rho_{air}(z) - \rho_{he})V + D_{bL} \quad (7)$$

$$D_{bL} = q_b S_b C_{bL} \quad (8)$$

$$D_{bd} = q_b S_b C_{bd} \quad (9)$$

$$q_b = \frac{1}{2} \rho_{air}(z) v_{air}^2(z) \quad (10)$$

式中: ρ_{he} 表示气球内氦气密度, V 表示气球体积, q_b 为气球动压, S_b 为气球特征面积, C_{bL} 、 C_{bd} 分别为气球升力系数和阻力系数。

总体坐标系和缆索节点局部坐标系示意图的转化关系如下：

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \mathbf{\Gamma} \begin{bmatrix} \tau \\ n \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中， $\mathbf{\Gamma}$ 为转换矩阵，为：

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (12)$$

2 振动参数分析

气球漂浮于 20 km 的高空，在风场作用下气球系缆系统达到平衡，顶端气球参数如下：体积为 $3.0 \times 10^4 \text{ m}^3$ ，气球自身质量和载荷重量分别为 300 kg、500 kg，阻力系数为 0.44，不计气球升力系数；而下端缆索为直径为 6 mm，密度为 20 g/m，阻力系数为 1.5 的轻质缆绳。模型中风场数据参考了文献[23]，即 European Centre for Medium-Range Weather Forecasts(ECMWF)的北半球 7 月风场观测数据的最大风速集合以及平均风向集合。

2.1 静力分析

在平均风场作用下，系统最终将达到一个相对稳定的状态，在有限元分析中可以采用静力分析实现这一过程的分析，分析得到缆索静位形和内部张力情况如图 3 所示，可以看出模型的张力沿着缆长变化存在拐点，缆索张力最大处为缆索与气球的连接点，在设计时需要对连接点做特别处理，例如添加加强筋，防止张力过大引起缆索断裂进而使系统失效。

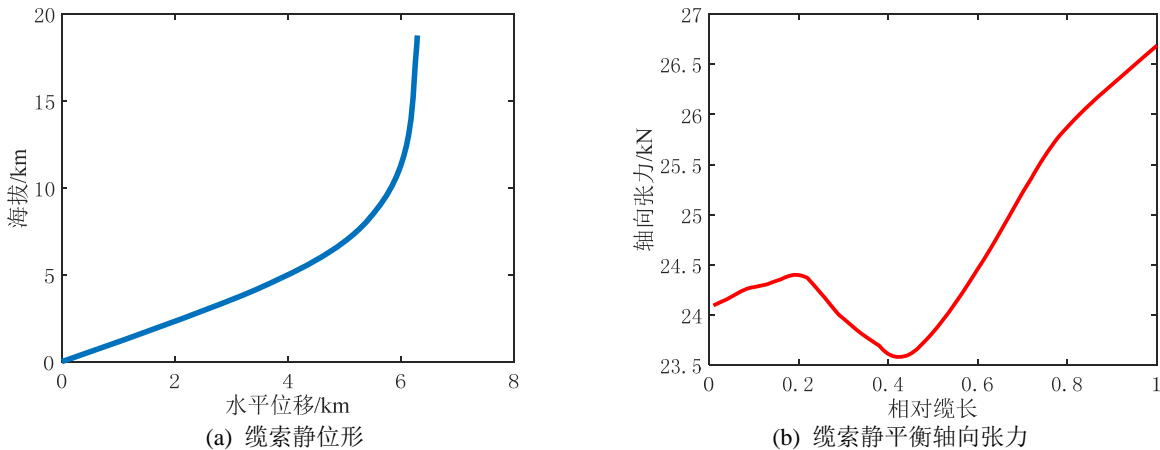


图 3 缆索静平衡状态位形与张力图

对于绳索结构来说，其垂跨比小于 0.125 时缆索为张紧状态，考虑为张紧弦结构，而当其垂跨比大于 0.125 时为松弛状态^[24]，考虑为锚链结构，在论文中，静力平衡状态，缆索系统的垂跨比为 0.34，对应于松弛状态。

2.2 动力响应分析

为了考察缆索系统的动力稳定性，论文在定常风场的基础上，叠加了随时间简谐变化的风场进行动力学仿真计算，叠加后任一高度的风载荷 f 为：

$$f = f_0 \left(1 + k \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \right) \quad (13)$$

式中： f_0 表示定常风载荷，该值是随着高度改变的； k 在本文取为 0.2； T 表示简谐风的周期，本文中对输入简谐风周期为 10 s，在后文中将其简称为工况 C。

在动力响应中，我们比较关心缆绳位移和内力的变化，尤其在缆绳与气球交接点，位移和张力往往对应着最大值，往往是可靠性设计中需要重点关注的位置。此外，缆绳与绞车的锚泊点，接触角的变化也会影响到系留状态的稳定性，实践中曾发生多起因锚泊点不稳定而引起的飞艇坠落事故。因而，在动力分析

中我们将缆绳顶端位移、顶端张力、锚泊点接触角以及缆长作为振动的关键参数,观察它们的变化。

经过计算,叠加简谐风场后,缆索系统各参数只在小范围内波动,对于工况 C 而言,其顶端最大水平漂移距离为 21.10 m,仅为静力平衡缆长的 0.1%,顶端最大垂向位移为 31.42 m,仅为静力平衡缆长的 0.15%,缆索最大绳长变化为 10.65 m,仅为静力平衡时缆长的 0.05%,此外,顶端张力变化不超过 5.94 N,为静力平衡时顶端张力的 0.02%,且锚泊点接触角变化不超过 0.47°。

3 传播波分析

对于长径比较大的结构来说,随着长度的不断增加以及几何结构的复杂化,振动响应中常常会表现出一些复杂的现象,比如宽带随机振动、多模态振动以及行波现象^[4]。对于缆索系统来说,在某一位置处出现明显的传播波现象,很可能意味着缆索的松弛甚至失效。对全结构进行分析之前,我们首先考虑无限长、只受轴向拉伸的缆索结构的行波解,Behbahani^[2-3]已经给出无限长缆索结构的线性化后的运动方程的自由振动解和强迫振动解,研究指出有着平衡曲率的缆索结构的传播波耦合了杆波和弦波的特性。

工程中的系留气球缆索系统,是有着复杂的边界条件和的非线性阻尼系统,其振动响应的解很难通过解析方法得到,因而本节基于有限元模型,分别在缆索顶端加载简谐变化的位移载荷和水平力,观察轻载模型和重载模型缆索水平和垂向位移波现象,为了便于分析,引入一个表示轴向相对位置的无量纲参数

$$\eta = \int_0^s ds / L, \text{ 式中 } L \text{ 表示缆索全长。}$$

从响应的计算结果观察,可以发现缆索响应驻波和行波两种振动响应形式,而振动响应形式与缆索系统的阻尼有关,经过计算和结果分析发现,阻尼会作用于振动响应的传播和反射过程,且对于不同方向有着不同影响规律,对于水平位移来说,阻尼主要作用于初次传播过程,对于垂向位移来说,阻尼主要作用于反射过程。在有限元计算中,可以用系统的粘性阻尼比 ξ 表征阻尼的大小,综合来看,缆索系统的粘性阻尼比 ξ 越小,振动响应越容易表现出驻波形式,反之,缆索系统的阻尼比 ξ 越大,振动响应越容易随着空间衰减,呈现出行波形式。

3.1 顶端加载位移

首先观察计算工况为,顶端以缆索一阶频率加载振幅为 5 m 的简谐位移载荷时,缆索系统的传播波现象。位移响应时空云图对应于图 4,可以看出,缆索振动响应并非理想的行波或者驻波,而是两者同时存在的中间状态。

对于水平位移波,阻尼比对于水平位移波的作用主要体现在初次波传播的过程。当阻尼比较小时($\xi = 0.05$),顶端的水平位移可以沿着缆索传播到底部,到达底部锚泊点后发生反射并与原波叠加形成驻波,此时缆索整体呈现驻波,但由于存在阻尼,因而反射的波无法完全传播回振源处,此时振源附近同相位的响应幅值也会沿着空间传播,表现出一定的行波特性,与重载模型不同的是,轻载模型在空间中具有多个波节点;当阻尼比增大($\xi = 0.25$),此时顶端的水平位移响应在阻尼的作用下沿着空间衰减,无法传播至底端,响应在 $\eta < 0.5$ 时趋于零;当阻尼比继续增大($\xi = 0.35$),此时位移响应沿空间衰减得更快,当响应衰减至零后,不再沿着空间传播,响应只在时间上波动。

对于垂向位移,它是由顶端恒定水平位移载荷间接引起的响应,其位移波的规律与水平位移波有所区别,水平位移波在阻尼的作用下可能无法传播至底端,但垂向位移波仍然能够继续传播,阻尼比对于垂向位移波的传播主要体现在波的反射过程。可以看出越靠近激励处,行波效应越明显,这是由于振动响应从顶端沿着缆绳传播至底端后反射,与原来的振动波叠加后,形成驻波,在阻尼的作用下,反射后的波在传播过程发生衰减,无法完全传回顶端激励点,因而在激励附近只有单一的传播波。随着阻尼比的增大,垂向位移响应的行波区就越大。

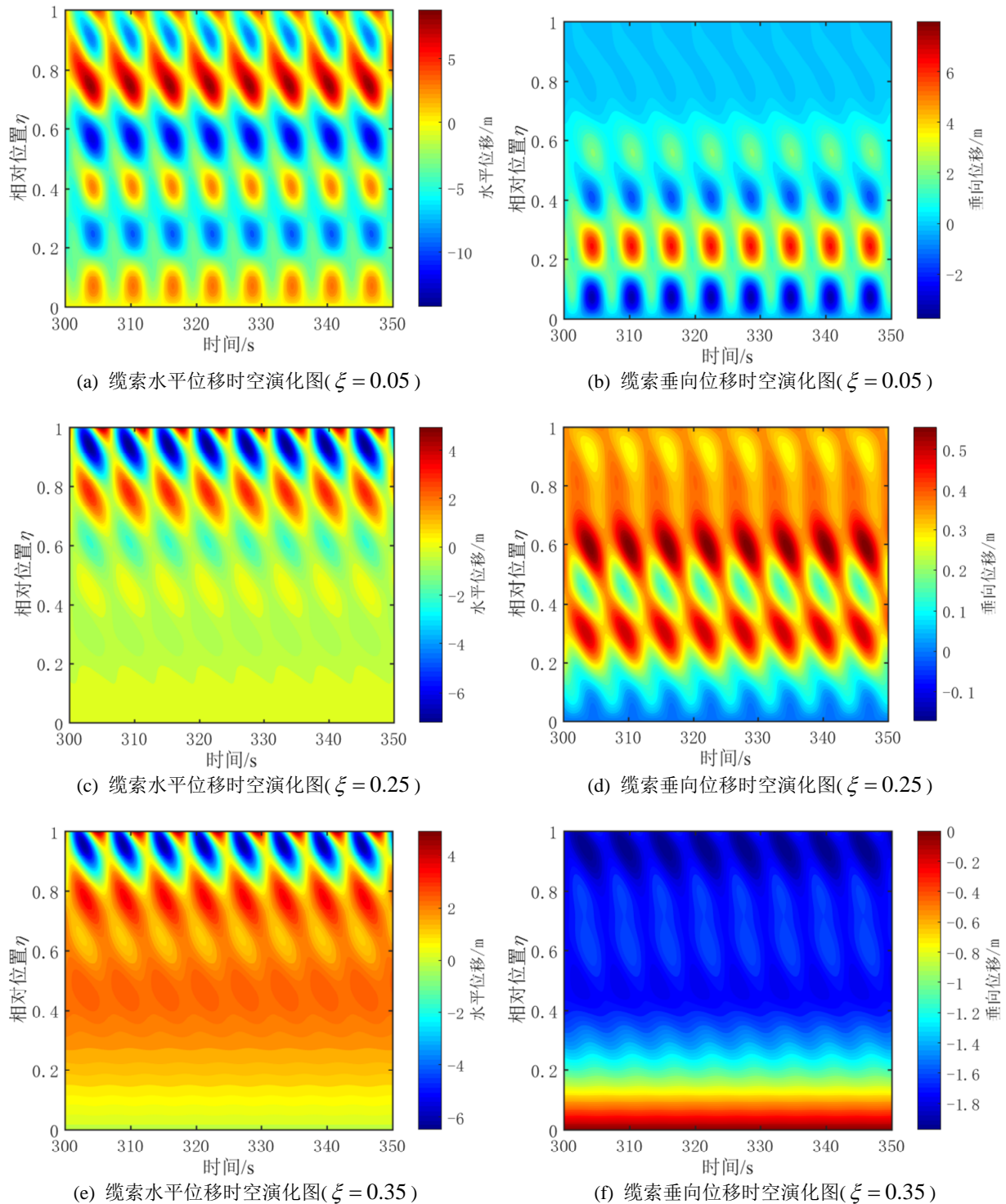


图4 顶端加载位移时的超细长缆索振动响应时空演化图

3.2 顶端加载力

在上一部分中已经分析了顶端加载位移时的振动响应形式，在这一部分中将讨论在顶端加载简谐变化的水平力时，缆索的振动响应形式。计算工况为，顶端以缆索一阶固有频率加载幅值为 5 kN 的水平载荷。同样，取不同的阻尼比，观察阻尼对于缆索振动响应形式的影响。位移响应时空云图对应于图 5，与顶端加载位移时相同，缆索的振动响应同时显示出行波和驻波两种状态，其规律与顶端加载水平位移时相同，随着系统阻尼比的增大，缆索水平位移响应沿着空间的衰减得越快，而垂向位移随着阻尼比的增大行波区逐渐增大。

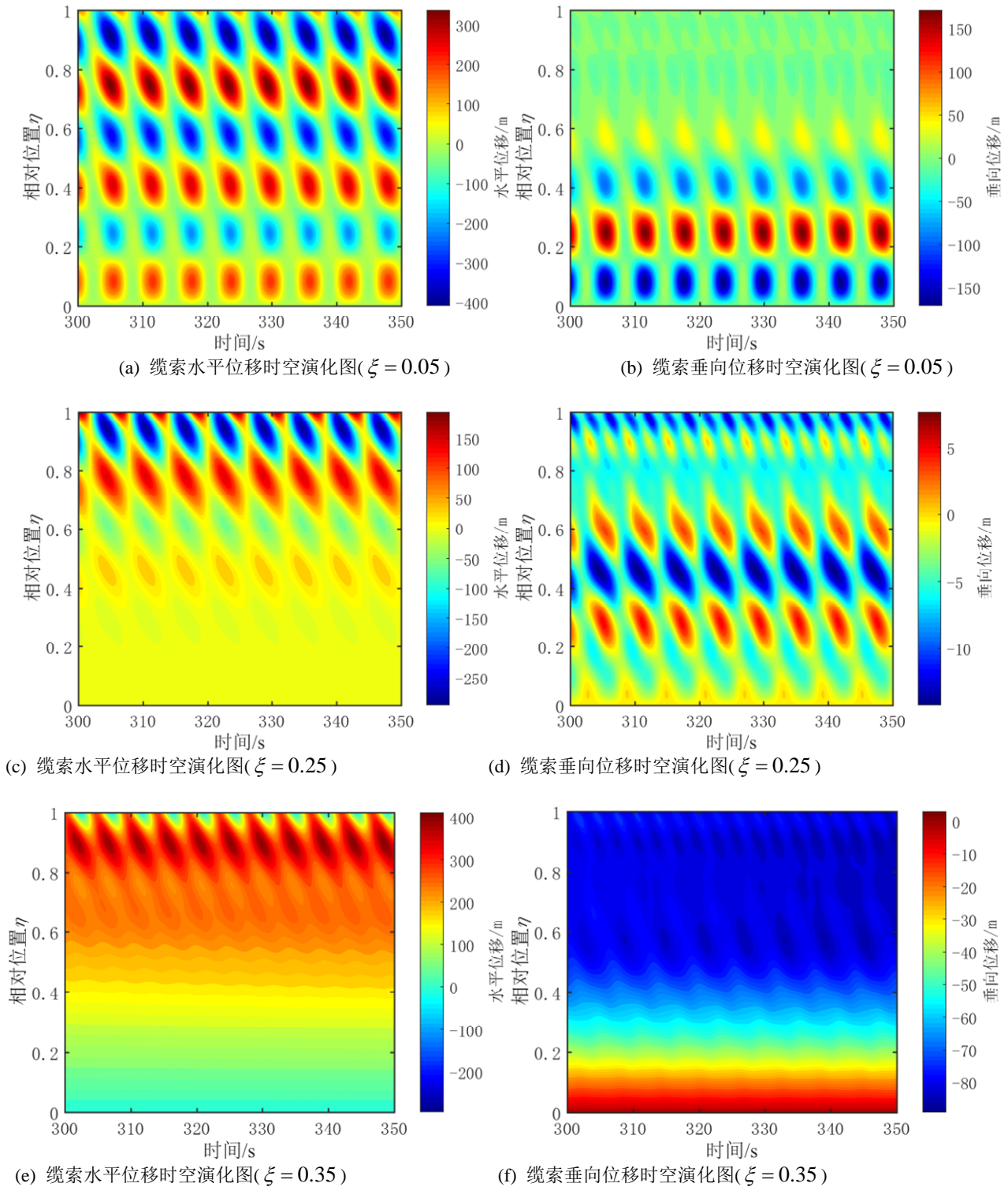


图5 顶端加载力时的超细长缆索振动响应时空演化图

4 结语

论文研究了柔性超细长缆索的动力学响应,结果显示该缆索系统的振动响应中存在传播波现象。经过分析发现,静力平衡状态处于松弛状态的超长轻质缆索系统,应视为锚链结构,其振动响应表现为行波和驻波两种形式,且缆索系统的粘性阻尼比越大,缆索系统的振动响应形式越趋向于表现为行波。

参考文献:

- [1] Rega G. Nonlinear vibrations of suspended cables—Part I: Modeling and analysis[J]. Appl. Mech. Rev., 2004, 57(6): 443-478.
- [2] Behbahani-Nejad M, Perkins N C. Freely propagating waves in elastic cables[J]. Journal of Sound and Vibration, 1996, 196(2): 189-202.
- [3] Behbahani-Nejad M, Perkins N C. Harmonically forced wave propagation in elastic cables with small curvature[J]. 1997.
- [4] 张立武,陈伟民.深水细长柔性立管涡激振动响应形式判定参数研究[J].中国海上油气,2010,22(03):202-206.
- [5] Dowling A P. The dynamics of towed flexible cylinders Part 1. Neutrally buoyant elements[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1988, 187: 507-532.
- [6] 杨敏冬,滕斌,勾莹,姜胜超.海洋系泊缆索非线性有限元静力分析[J].海洋工程, 2009, 27(02): 14-20. DOI: 10.16483/j.issn.1005-9865.2009.02.008.
- [7] 朱克强,李道根,李维扬.海洋缆体系统的统一凝集参数时域分析法[J].海洋工程, 2002(02): 100-104. DOI: 10.16483/j.issn.1005-9865.2002.02.019.
- [8] 朱艳杰,朱克强,杨冰卡,王志博,秦道武,曾峰,章浩燕,夏峰.基于凝集质量法的海洋缆索动力学建模与仿真技术[J].海洋工程,2014,32(01):112-116.DOI:10.16483/j.issn.1005-9865.2014.01.006.
- [9] 李晓平,王树新,何曼丽.海洋缆索的动力学仿真研究[J].海洋技术,2005(01):52-57.
- [10] Euler A, Badesha S, Schroeder L. Very high altitude tethered balloon feasibility study[C]// 11th Lighter-than-Air Systems Technology Conference. 1995.
- [11] Akita D. Feasibility study of a sea-anchored stratospheric balloon for long-duration flights[J]. Advances in space research, 2012, 50(4): 508-515.
- [12] 王永林, & 赵攀峰. (2012). 气球系统锚泊状态动力学仿真. 科学技术与工程, 12(16), 3901-3904.
- [13] 田瑞, & 唐洁. (2016). 系留气球中部锁具平衡特性研究. 黑龙江科技信息(20), 127.
- [14] 杨燕初. 系留气球锚泊状态动力学仿真分析与试验研究[D].中国科学院研究生院(空间科学与应用研究中心),2007.
- [15] Hembree B, Slegers N. Tethered Aerostat Modeling Using an Efficient Recursive Rigid-Body Dynamics Approach[C]// Aiaa Atmospheric Flight Mechanics Conference. 2015.
- [16] Badesha S, Euler A, Schroder L. Very high altitude tethered balloon trajectory simulation[C]// 21st Atmospheric Flight Mechanics Conference. 1996.
- [17] 王亚飞,安永旺,杨继何.临近空间飞行器的现状及发展趋势[J].国防技术基础,2010(01):33-37.
- [18] Chiba K, Nishikawa R, Onda M, et al. Aerodynamic influences on a tethered high-altitude lighter-than-air platform system to its behavior[J]. Aerospace Science and Technology, 2017, 70: 405-411.
- [19] 史献林, 余莉, & 施红. (2009). 系留气球升空过程的动态模拟. 航空学报, 30(04), 609-613.
- [20] Redi S, Aglietti G S, Tatnall A R, et al. Dynamic response to turbulence of tethered lighter-than-air platforms[J]. Journal of Aircraft, 2011, 48(2): 540-552.
- [21] Zhang D, Luo H, Cui Y, et al. Tandem, long-duration, ultra-high-altitude tethered balloon and its system characteristics[J]. Advances in Space Research, 2020, 66(10): 2446-2465.
- [22] Atmosphere U S S. Washington[J]. DC: US Government Printing Office, 1976, 109.
- [23] 张冬辉,张泰华,崔燕香,陈臣,王生.平流层系留气球气动参数敏感性分析[J/OL]航空学报: 1-11 [2021-12-14]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20210203.1357.011.html>.
- [24] 张素侠,唐友刚,侯书军,刘习军.系泊缆松弛-张紧状态应力波的特性分析[J].工程力学,2010,27(05):53-59.