

高超声速动导数理论建模研究

周翔^{1,2}, 刘文¹, 张陈安¹, 王发民¹

(1. 中国科学院力学研究所, 北京 100190; 2. 中国科学院大学工程科学学院, 北京 100049)

通讯作者: 刘文, lw@imech.ac.cn

Study on Theoretical Modeling for Hypersonic Dynamic Derivatives

ZHOU Xiang^{1,2}, LIU Wen¹, ZHANG Chen-an¹, WANG Fa-min¹

(1. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190; 2. School of Engineering Science, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049)

摘要: 针对高超声速升力体动稳定性规律展开研究, 结合高超声速牛顿理论与简化解析模型, 建立了高超声速升力体主要外形参数与动稳定性导数的理论解析式, 并将理论结果与数值计算进行了对比, 研究结果证明该理论公式具有较高的精度, 并且在此基础上进一步研究了高超声速黏性效应等对简化解析模型动稳定性的影响。

关键词: 高超声速飞行器; 动导数; 解析模型; 黏性影响

Abstract: This paper investigates the dynamic stability of hypersonic lift-body. By combining the hypersonic Newtonian theory and a simplified analytical model, a theoretical formula for the dynamic stability derivatives of hypersonic lift-body with shape parameters is established. The numerical calculation results prove that the theoretical formulation has high accuracy. Furthermore, the effect of viscous effects on the dynamic stability is investigated.

Key words: Hypersonic vehicle; Dynamic derivative; Analytical model; Viscous effects

1 引言

在当前先进飞行器飞行品质的评估中, 动稳定性是表征飞行器动态气动特性的关键特征量^[1], 是评价飞行器任务飞行与机动飞行的重要指标, 同时也指导着飞行器控制系统的设计。飞行器的动稳定性问题旨在研究飞行器受到扰动后的时间响应历程^[2], 而飞行器的这一特性通常利用动稳定导数(动导数)来衡量。动导数是飞行器绕重心转动所引起的气动力系数和力矩系数对相对运动参数的导数, 包括阻尼导数、交叉导数、加速度导数等^[3]。在传统的亚声速飞行器动稳定性研究中, 以动导数为指标建立了飞行器主要构型参数与动稳定性的联系^[3-4], 在复杂流动与复杂布局的设计中起着指导作用。

而对于高超声速飞行器, 为提升飞行器的气动性能, 主流的气动布局设计都倾向于面对称升力式的布局形式(如升力体、乘波体等)^[5], 但气动效率的提升也带来了更复杂的稳定性问题与独特的非定常效应^[6-7], 原本基于低速推导验证的稳定性设计理论未必适用。在这一背景下, 许多研究者开展了高超声速飞行器的稳定性研究。Rasmussen^[8]首先指出理论上锥导乘波体是静不稳定的, 因为其压心在几何中心之前, 由此将纵向配平与静稳定性

要求引入了高超声速飞行器的设计优化中。此后,一些针对于提高稳定性的设计理论被相继提出,贾子安^[9]的研究推导证明了“下凸”型的流线设计可以改善乘波体的纵向静稳定性,使其压心随迎角增加而后移从而实现配平; Finley^[10]提出类似“弯曲翼”的几何特征能提高横航向静稳定性; Liu 等人^[11]对乘波体的静稳定性进行了参数化研究,发现增加上反角可以提高横航向的静稳定性并改善横航向的阻尼特性,且进一步。刘传振^[12-13]在考虑宽速域性能下提出了双后掠乘波体构型,并研究发现减小次后掠角能显著提升纵向静稳定性,增加上反角可以提升乘波体横航向静稳定性。目前,高超声速稳定性的研究多数集中于静稳定性,而关于动稳定性的研究相对较少、起步较晚,但高速飞行器常见的细长体构型及高空高速工况使其面临严重的动力学耦合问题^[14-15],动态失稳的影响机理更为复杂、影响因素更难以评估。叶友达^[16-17]针对高超声速俯仰/自由滚转耦合运动提出的判据揭示了其各向动稳定性与转动惯量及状态变量的关系;李乾^[15]对强迫俯仰/自由滚转耦合运动进行分析并提出:其滚转失稳发散是由于俯仰运动的惯性耦合作用大于静稳定性作用,上仰运动会降低滚转方向动稳定性;张涵信^[18]进一步对俯仰和滚动单自由度、俯仰/滚动耦合双自由度、俯仰/滚动/偏航耦合三自由度,和考虑移动的六自由度的动稳定性作了分析和计算。这些研究提出了针对高超声速下耦合效应的动稳定性分析方法,强调动稳定性与运动角度、角速度及角频率的联系。对于高超声速下单自由度动稳定性,动导数仍是分析与预测的关键参数,虽然地面实验和飞行试验的获取难度大,但随着高超声速动导数计算方法的发展,CFD 技术被引入到动导数的预测中,动导数的数值预测精度与效率^[19]显著提升,其中强迫振动法^[20-21]因适用动导数的种类全面以及对流场适应性强等优点,被广泛地运用于动导数计算中。然而,现有的分析和计算方法都难以找出影响动导数计算结果的主要外形参数,更难以定量地挖掘布局参数对动稳定性影响的规律;因此,为了进一步引入布局设计对动稳定性的影响,指导高超声速飞行器布局设计的优化,需要开展高超声速动导数的影响因素与机理研究。当前针对这一问题的研究很少,但有许多研究者的相关思路可借鉴。针对临近空间太阳能飞行器,叶川^[22]通过理论推导得到了一套简化动导数理论公式,发现机翼偏航、滚转阻尼系数与交叉系数由机翼的升力线斜率、升力系数与阻力系数决定; Guo 和 Liu 等^[23]针对所提出的高超声速飞行器简化解析模型的,给出了横航向静导数关于布局参数的理论计算公式并用数值方法验证了其精度,并进一步运用该方法研究了黏性效应对高超声速飞行器的影响机理,证明了该方法的可行性。该方法能够有针对性地研究主要总体参数的影响,更容易揭示其影响机理,显然,关于动导数的研究也可以延续这一思路。

本文基于 Guo 和 Liu 等^[23]所提出的高超声速升力体布局的简化几何模型,结合高超声速牛顿理论推导了各向动导数与模型几何参数之间的解析公式;然后,通过 CFD 数值模拟验证了该理论模型的准确性,并分析了黏性效应对动导数的影响机理。

2 简化解析模型动导数推导

2.1 简化几何模型

为了便于参数描述,并进一步进行解析推导,需要对复杂的高超声速飞行器进行简化。本文利用一个如图 1 所示的三棱锥升力体模型来进行简化解析研究,其上表面平行于自由来流,下表面沿 X-Z 平面对称,其构型在给定机身长度的情况下,被两个独立参数即物面倾角 θ 与上反角 Γ 唯一确定,则后掠角 Λ 被定义如下:

$$\tan \Lambda = \frac{\tan \Gamma}{\tan \theta} \quad (1)$$

在传统的飞行力学研究中已经证明，机翼的后掠角与上反角都与横航向的稳定性密切相关，本文将从横航向与纵向动稳定性的角度，给出简化解析模型在高超声速流动下的动导数与几何参数相关的解析表达式。

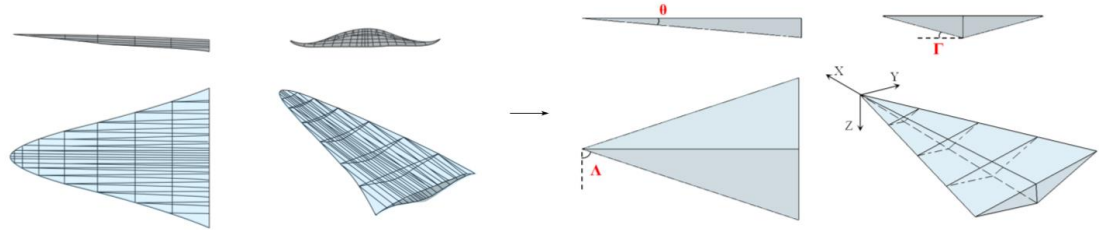


图1 简化几何模型

2.2 滚转方向动导数

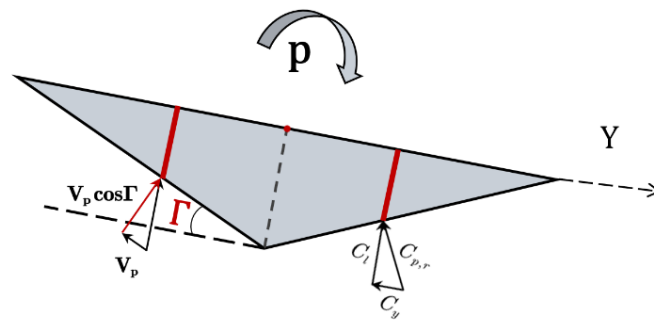


图2 滚转运动与分析

如图2，作滚转角速度为 p 的滚转运动的简化模型左右两侧的下表面会由于滚转速度的不平衡而诱导出不同的迎角增量。对于下表面，由于滚转而产生的迎角增量 $\Delta\alpha$ 是一小量，其可以近似为垂直于下表面的滚转速率分量与来流速度的比值，因此下表面右侧及左侧的迎角增量分别为：

$$\Delta\alpha_r \approx \sin\Delta\alpha_r \approx \tan\Delta\alpha_r = \frac{V_{p,y} \cdot \cos\Gamma}{V} = \frac{p \cdot y \cdot \cos\Gamma}{V} = \Delta\alpha \quad (2)$$

$$\Delta\alpha_l \approx -\frac{p \cdot y \cos\Gamma}{V} = -\Delta\alpha \quad (3)$$

对于高超声速流动，当地的压力系数表达式可以通过牛顿理论给出：

$$C_p = 2\sin^2\theta_{local} \quad (4)$$

其中， θ_{local} 为当地物面倾角，即自由来流方向与表面切向之间的夹角。因此可得简化模型下表面右侧、左侧的压力系数表达式以及两者之差分别如式(5)~式(7)所示。

$$\begin{aligned}
\Delta C_{p,r} &= 2\sin^2(\theta_\alpha + \Delta\alpha) - 2\sin^2\theta_\alpha \\
&= 2[\sin(\theta_\alpha + \Delta\alpha) - \sin\theta_\alpha][\sin(\theta_\alpha + \Delta\alpha) + \sin\theta_\alpha] \\
&= 2[\sin\theta_\alpha \cos\Delta\alpha + \sin\Delta\alpha \cos\theta_\alpha - \sin\theta_\alpha][\sin\theta_\alpha \cos\Delta\alpha + \sin\Delta\alpha \cos\theta_\alpha + \sin\theta_\alpha] \\
&\approx 2[\sin\theta_\alpha + \sin\Delta\alpha \cos\theta_\alpha - \sin\theta_\alpha][\sin\theta_\alpha + \sin\Delta\alpha \cos\theta_\alpha + \sin\theta_\alpha] \\
&= 2\sin\Delta\alpha \cos\theta_\alpha (2\sin\theta_\alpha + \sin\Delta\alpha \cos\theta_\alpha)
\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
\Delta C_{p,l} &= 2\sin^2(\theta_\alpha - \Delta\alpha) - 2\sin^2\theta_\alpha \\
&\approx -2\sin\Delta\alpha \cos\theta_\alpha (2\sin\theta_\alpha - \sin\Delta\alpha \cos\theta_\alpha)
\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
\Delta C_{p,r} - \Delta C_{p,l} &= 2\sin\Delta\alpha \cos\theta_\alpha (2\sin\theta_\alpha + \sin\Delta\alpha \cos\theta_\alpha) + 2\sin\Delta\alpha \cos\theta_\alpha (2\sin\theta_\alpha - \sin\Delta\alpha \cos\theta_\alpha) \\
&= 4\sin\Delta\alpha \sin 2\theta_\alpha \\
&\approx \frac{4p \cdot y \cdot \cos\Gamma \cdot \sin 2\theta_\alpha}{V}
\end{aligned} \tag{7}$$

如图 2 及图 3, 对于下表面的一个体积微元而言, 由于滚转运动所带来的压力增量将会带来升力以及侧力的变化, 并且左右两侧对称位置的体积微元将因为这种变化的不对称性分别进一步形成滚转力矩 $\Delta(dM_x)$ (式(8))以及偏航力矩 $\Delta(dM_z)$ (式(9))。

$$\begin{aligned}
\Delta(dM_x) &= [-\Delta(dC_{L,r}) + \Delta(dC_{L,l})] \cdot y \\
&= [-(\Delta C_{p,r} - \Delta C_{p,l})] \cdot \cos\Gamma \cdot y \cdot q_\infty \cdot dS
\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
\Delta(dM_z) &= \Delta(dY_r) \cdot x - \Delta(dY_l) \cdot x \\
&= (\Delta C_{p,r} - \Delta C_{p,l}) \cdot \sin\Gamma \cdot x \cdot q_\infty \cdot dS
\end{aligned} \tag{9}$$

如图 2, 由简化模型的几何特征可知:

$$dS \approx \frac{dx}{\cos\theta} \cdot \frac{dy}{\cos\Gamma} \tag{10}$$

根据式(7)~式(10), 对下表面体积微元积分可得, 简化模型因滚转带来的滚转力矩和偏航力矩分别为:

$$\begin{aligned}
\Delta M_x &\approx - \int_0^{L \cot\Lambda} \int_{y \tan\Lambda}^L \frac{4p}{V} \cdot \frac{\sin 2\theta_\alpha \cdot \cos\Gamma}{\cos\theta} \cdot y^2 \cdot q_\infty \, dx \, dy \\
&= - \frac{4p}{V} \cdot \frac{\sin 2\theta_\alpha \cdot \cos\Gamma}{\cos\theta} \cdot q_\infty \cdot \int_0^{L \cot\Lambda} y^2 (L - \tan\Lambda \cdot y) \, dy \\
&= - \frac{p}{3V} \cdot \frac{\sin 2\theta_\alpha \cdot \cos\Gamma \cdot \cot^3\Lambda}{\cos\theta} \cdot L^4 \cdot q_\infty
\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
\Delta M_z &\approx \int_0^{L \cot\Lambda} \int_{y \tan\Lambda}^L \left[\left(4 \frac{p \cdot y \cos\Gamma}{V} \cdot \sin 2\theta_\alpha \right) \frac{\sin\Gamma}{\cos\Gamma \cdot \cos\theta} \cdot x \cdot q_\infty \right] dx \, dy \\
&= \frac{4p}{V} \cdot \frac{\sin 2\theta_\alpha \cdot \sin\Gamma}{\cos\theta} \cdot q_\infty \cdot \int_0^{L \cot\Lambda} y \left(\frac{L^2 - y^2 \tan^2\Lambda}{2} \right) dy \\
&= \frac{p}{2V} \cdot \frac{\sin 2\theta_\alpha \cdot \sin\Gamma \cdot \cot^2\Lambda}{\cos\theta} \cdot L^4 \cdot q_\infty
\end{aligned} \tag{12}$$

滚转方向的动导数滚转阻尼导数 C_{lp} 和滚转交叉导数 C_{np} 的表达式分别如下:

$$\begin{aligned} C_{lp} &= \frac{\partial C_l}{\partial \bar{p}} \\ &= \frac{\partial \left(\frac{\Delta M_x}{q_\infty \cdot S_{ref} \cdot L_{ref}} \right)}{\partial \left(p \cdot \frac{L \cot \Lambda}{V} \right)} \\ &= -\frac{\sin 2\theta_\alpha \cdot \cos \Gamma \cdot L^2}{3 S_{ref} \cdot \tan \Lambda \cdot \cos \theta} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} C_{np} &= \frac{\partial C_n}{\partial \bar{p}} \\ &= \frac{\partial \left(\frac{\Delta M_z}{q_\infty \cdot S_{ref} \cdot L_{ref}} \right)}{\partial \left(p \cdot \frac{L \cot \Lambda}{V} \right)} \\ &= \frac{\sin \Gamma \cdot \sin 2\theta_\alpha \cdot L^2}{2 S_{ref} \cdot \tan \Lambda \cdot \cos \theta} \end{aligned} \quad (14)$$

综上所述, 根据式(1)及式(11)~式(12), 又由于物面倾角 θ 与来流迎角 α 均为小量, 所以滚转方向的动导数简化可得:

$$C_{lp} = -\frac{2\theta_\alpha \cdot \theta}{3} \cdot \frac{\cos^2 \Gamma}{\sin \Gamma} \cdot \frac{L^2}{S_{ref}} \quad (15)$$

$$C_{np} = \theta_\alpha \cdot \theta \cdot \cos \Gamma \cdot \frac{L^2}{S_{ref}} \quad (16)$$

2.3 偏航方向动导数

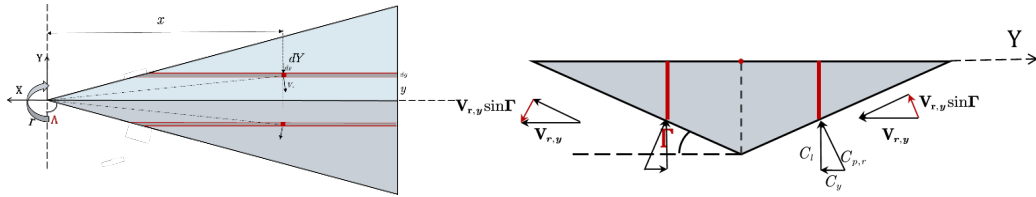


图3 偏航运动与分析

图3为简化模型作偏航角速度为 r 的偏航运动的示意图, 且偏航运动绕重心即前缘顶端旋转。与2.2节的推导类似, 由于偏航而产生的迎角增量 $\Delta\alpha$ 也可以近似为垂直于下表面的偏航速率分量与来流速度的比值, 因此下表面右侧及左侧的迎角增量为:

$$\Delta\alpha_r \approx \sin \Delta\alpha_r \approx \tan \Delta\alpha_r = \frac{-V_{r,y} \cdot \sin \Gamma}{V + V_{r,x}} = -\frac{r \cdot x \cdot \sin \Gamma}{V + r \cdot y} \quad (17)$$

$$\Delta\alpha_l \approx \sin \Delta\alpha_l \approx \tan \Delta\alpha_l = \frac{V_{r,y} \cdot \sin \Gamma}{V - V_{r,x}} = \frac{r \cdot x \cdot \sin \Gamma}{V - r \cdot y} \quad (18)$$

同理可得简化模型左右两侧的压力系数的差值如式(17)。其中, 对于高超声速的飞行

工况而言, 可近似认为 $V^2 \pm (r \cdot y)^2 \approx V^2$; 且由于迎角变化量 $\Delta\alpha$ 是小量, 所以 $\Delta\alpha^2$ 是二阶小量, 即可忽略。

$$\begin{aligned}
\Delta C_{p,l} - \Delta C_{p,r} &\approx 2 \sin 2\theta_\alpha \cdot (\Delta\alpha_l + |\Delta\alpha_r|) + 2 \cos^2 \theta_\alpha (\Delta\alpha_l^2 - \Delta\alpha_r^2) \\
&\approx 2 \sin 2\theta_\alpha \cdot (\Delta\alpha_l + |\Delta\alpha_r|) \\
&= 4 \frac{r \cdot x \cdot V \cdot \sin \Gamma \cdot \sin 2\theta_\alpha}{V^2 - r^2 y^2} \\
&\approx \frac{4r \cdot x \cdot \sin \Gamma \cdot \sin 2\theta_\alpha}{V}
\end{aligned} \tag{19}$$

对于一个体积微元, 式(8)~式(9)分别给出了其由于偏航运动产生的滚转力矩 $\Delta(dM_x)$ 以及偏航力矩 $\Delta(dM_z)$ 的表达式。同理再对下表面体积微元进行积分, 简化模型因偏航带来的偏航力矩和滚转力矩分别为:

$$\begin{aligned}
\Delta M_z &= \int_0^{L \cot \Lambda} \int_{y \tan \Lambda}^L [(\Delta C_{p,r} - \Delta C_{p,l}) \sin \Gamma \cdot x \cdot q_\infty] \left(\frac{dx dy}{\cos \Gamma \cdot \cos \theta} \right) \\
&= \int_0^{L \cot \Lambda} \int_{y \tan \Lambda}^L \left[-\frac{4r \cdot x \cdot \sin \Gamma \cdot \sin 2\theta_\alpha}{V} \cdot \frac{\sin \Gamma}{\cos \Gamma \cdot \cos \theta} \cdot x \cdot q_\infty \right] dx dy \\
&= -\frac{4r \cdot \sin^2 \Gamma \cdot \sin 2\theta_\alpha \cdot q_\infty}{V \cdot \cos \Gamma \cdot \cos \theta} \int_0^{L \cot \Lambda} \int_{y \tan \Lambda}^L (x^2) dx dy \\
&= -\frac{4r \cdot \sin^2 \Gamma \cdot \sin 2\theta_\alpha \cdot q_\infty}{V \cdot \cos \Gamma \cdot \cos \theta} \cdot \frac{L^4 \cot \Lambda}{4} \\
&= -\frac{r}{V} \cdot \frac{\sin 2\theta_\alpha \cdot \sin^2 \Gamma \cdot \cot \Lambda}{\cos \Gamma \cdot \cos \theta} \cdot L^4 \cdot q_\infty
\end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}
\Delta M_x &= \int_0^{L \cot \Lambda} \int_{y \tan \Lambda}^L [(\Delta C_{p,l} - \Delta C_{p,r}) \cos \Gamma \cdot y \cdot q_\infty] \left(\frac{dx dy}{\cos \Gamma \cdot \cos \theta} \right) \\
&= \int_0^{L \cot \Lambda} \int_{y \tan \Lambda}^L \left[\frac{4r \cdot x \cdot \sin \Gamma \cdot \sin 2\theta_\alpha}{V} \cdot \frac{\cos \Gamma}{\cos \Gamma \cdot \cos \theta} \cdot y \cdot q_\infty \right] dx dy \\
&= \frac{4r \cdot \sin 2\theta_\alpha \cdot \sin \Gamma \cdot q_\infty}{V \cdot \cos \theta} \int_0^{L \cot \Lambda} \int_{y \tan \Lambda}^L (y \cdot x) dx dy \\
&= \frac{4r \cdot \sin 2\theta_\alpha \cdot \sin \Gamma \cdot q_\infty}{V \cdot \cos \theta} \cdot \frac{L^4 \cot^2 \Lambda}{8} \\
&= \frac{r}{2V} \cdot \frac{\sin 2\theta_\alpha \cdot \sin \Gamma \cdot \cot^2 \Lambda}{\cos \theta} \cdot L^4 \cdot q_\infty
\end{aligned} \tag{21}$$

偏航方向的动导数偏航阻尼导数 C_{nr} 和偏航交叉导数 C_{lr} 的表达式分别如下:

$$\begin{aligned}
C_{nr} &= \frac{\partial C_n}{\partial \bar{r}} \\
&= \frac{\partial \left(\frac{\Delta M_z}{q_\infty \cdot S_{ref} \cdot L_{ref}} \right)}{\partial \left(r \cdot \frac{L}{V} \right)} \\
&= -\frac{\sin^2 \Gamma \cdot \sin 2\theta_\alpha \cdot \cot \Lambda \cdot L^2}{\cos \Gamma \cdot \cos \theta \cdot S_{ref}}
\end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
C_{lr} &= \frac{\partial C_l}{\partial \bar{r}} \\
&= \frac{\partial \left(\frac{\Delta M_x}{q_\infty \cdot S_{ref} \cdot L_{ref}} \right)}{\partial \left(r \cdot \frac{L}{V} \right)} \\
&= \frac{\sin 2\theta_\alpha \cdot \sin \Gamma \cdot \cot \Lambda \cdot L^2}{2 \cos \theta \cdot S_{ref}} \tag{23}
\end{aligned}$$

仍考虑小角度假设，偏航方向的动导数可以在简化后如下给出：

$$C_{nr} = -2\theta \cdot \theta_\alpha \sin \Gamma \cdot \frac{L^2}{S_{ref}} \tag{24}$$

$$C_{lr} = \theta \cdot \theta_\alpha \cdot \cos \Gamma \cdot \frac{L^2}{S_{ref}} \tag{25}$$

2.4 俯仰方向动导数

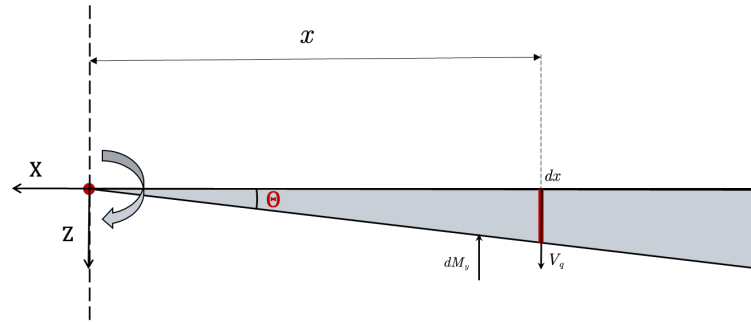


图4 俯仰运动与分析

图 4 为简化模型作俯仰角速度为 q 的俯仰运动的示意图，且俯仰运动绕重心即前缘顶端旋转。仍旧遵从 2.2 节的推导思路，由于俯仰而产生的迎角增量 $\Delta\alpha$ 为：

$$\Delta\alpha \approx \sin \Delta\alpha \approx \tan \Delta\alpha = \frac{V_q \cos \Gamma}{V} = \frac{q \cdot x \cos \Gamma}{V} \tag{26}$$

同理根据牛顿理论，由于俯仰产生的下表面的压力系数增量可以由式(5)给出。如图 4，对于每一个体积微元来说，垂直于下表面的压力系数分量将会带来俯仰力矩增量 $\Delta(dM_y)$ （如式(24)），同理再对下表面体积微元进行积分，可得简化模型因俯仰带来的俯仰恢复力矩 ΔM_y （如式(25)）。

$$\begin{aligned}
\Delta(dM_y) &= -\Delta C_p \cdot x \cdot \cos \Gamma \cdot q_\infty \cdot dS \\
&= -2 \sin \Delta\alpha \cos \theta_\alpha (2 \sin \theta_\alpha + \sin \Delta\alpha \cos \theta_\alpha) \cdot x \cdot \cos \Gamma \cdot q_\infty \cdot dS \\
&\approx -\frac{2q}{V} \cdot \cos^2 \Gamma \cdot \sin 2\theta_\alpha \cdot q_\infty \cdot x^2 \cdot dS \tag{27}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta M_y &= -\frac{2q}{V} \cdot \frac{\cos\Gamma \cdot \sin 2\theta_\alpha}{\cos\theta} \cdot q_\infty \int_0^L \int_{y \tan \Lambda}^L x^2 dx dy \\ &= -\frac{q}{V} \cdot \frac{\sin 2\theta_\alpha \cdot \cos\Gamma \cdot \cot \Lambda}{\cos\theta} \cdot L^4 \cdot q_\infty\end{aligned}\quad (28)$$

俯仰阻尼导数 C_{mq} 如下:

$$\begin{aligned}C_{mq} &= \frac{\partial C_m}{\partial \bar{r}} \\ &= \frac{\partial \left(\frac{\Delta M_y}{q_\infty \cdot S_{ref} \cdot L_{ref}} \right)}{\partial \left(q \cdot \frac{L}{V} \right)} \\ &= -\frac{\cos\Gamma \cdot \sin 2\theta_\alpha \cdot \cot \Lambda}{\cos\theta} \cdot \frac{L^2}{S_{ref}}\end{aligned}\quad (29)$$

基于小角度假设, 俯仰方向的动导数可简化如下:

$$C_{mq} = -\frac{2\theta \cdot \theta_\alpha}{\sin\Gamma} \cdot \cos^2\Gamma \cdot \frac{L^2}{S_{ref}}\quad (30)$$

3 理论模型验证

3.1 动导数计算理论

动导数的计算方法主要包括: 工程近似方法、谐振摄动法、准定常方法、强迫振动法以及自由振动法等^[6]。在本文的研究中采用被广泛使用的强迫振动法, 纵向、横航向的动导数解析式如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} C_{lp} = \frac{V}{L_{ref}} \cdot \frac{2}{\omega T d\Phi} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [C_l \cos(\omega t)] dt \\ C_{np} = \frac{V}{L_{ref}} \cdot \frac{2}{\omega T d\Phi} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [C_n \cos(\omega t)] dt \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{l} C_{lr} = \frac{V}{L_{ref}} \cdot \frac{2}{\omega T d\Psi} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [C_l \cos(\omega t)] dt \\ C_{nr} = \frac{V}{L_{ref}} \cdot \frac{2}{\omega T d\Psi} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [C_n \cos(\omega t)] dt \end{array} \right] \\ C_{mq} = \frac{V}{L_{ref}} \cdot \frac{2}{\omega T d\alpha} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [C_m \cos(\omega t)] dt \end{array} \right. \quad (31)$$

3.2 数值计算方法

本文对所采用的简化几何模型在无黏工况与有黏层流工况进行了数值模拟, 分别采用了有限体积法来求解三维可压缩的欧拉方程以及 N-S 方程。其中, 空间离散格式采用了 AUSM+ 格式。黏性层流流动的模拟中, 均采用等温壁面条件假设, 均采用理想气体模型。

所采用的网格模型第一层网格高度为 $1 \times 10^{-5}m$ 。

为了验证动导数理论模型的准确性，选取了三种典型的构型，外形参数如图 5 所示，所有的模型长度均为 1m。

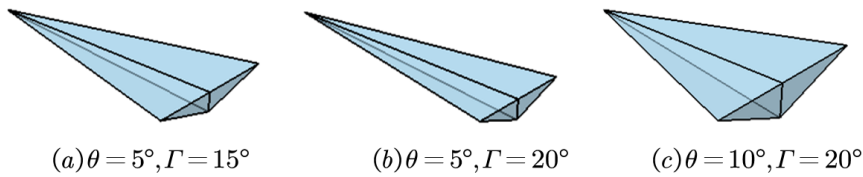


图5 三种外型参数组合的构型

3.3 算例验证及结果

在第 2 节动导数的理论推导中，简化解析模型动导数结果的误差主要来自于高超声速牛顿理论的应用，而该理论隐含的假设 of 高超声速流动的马赫数 Ma 足够大。下面以偏转角为 5° 上反角为 15° 的构型在无黏条件下做强迫滚转振荡为例，验证动导数与马赫数的相关性。其中飞行高度 $H = 50km$ ，减缩频率 $k=0.1$ ，初始滚转角为 0 ，振幅为 1° ，时间步长取 $1 \times 10^{-5}s$ ，强迫滚转振荡动导数计算方法由式(31)给出。滚转方向的动导数分别为滚转阻尼导数 C_{lp} 与偏航交叉阻尼导数 C_{np} ，其理论解析结果由式(15)~式(16)给出。

由图 6，随着 Ma 的增加， C_{lp} 的绝对值减小， C_{np} 减小，横向动稳定性降低。理论解析模型与无黏数值结果在 $Ma=5$ 与 $Ma=10$ 之间误差较大，而 $Ma=15,20,25$ 时，各动导数的数值差异较小，且与理论解析模型之间的最大误差不超过 10%，可以认为当马赫数大于 15 时，动导数计算结果与马赫数无关。

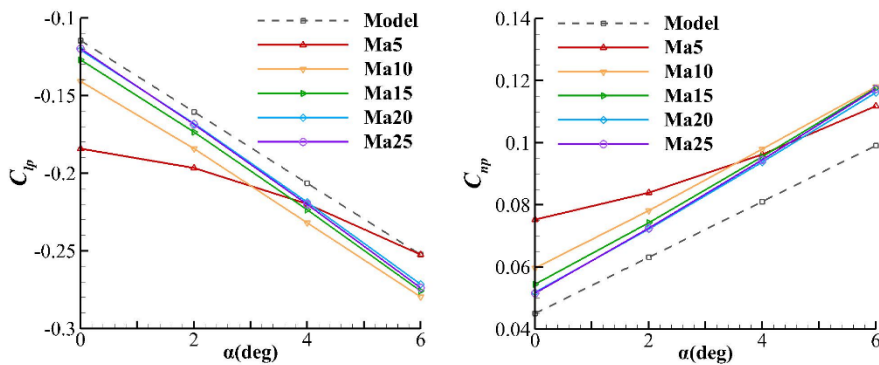


图 6 不同马赫数下解析模型与无黏数值结果的动导数比较

为了进一步验证理论解析公式的准确性，对比了如图 5 三种构型的简化几何模型在无黏条件下横航向及纵向动导数的数值，其结果如图 7 所示。三种构型的滚转、偏航、俯仰方向动导数均由强迫振动法给出，且设置减缩频率为 $k=0.1$ ，初始滚转角、偏航角、俯仰角为 0 ，运动振幅为 1° 。

从图 7 可以看出，动导数的变化规律与理论解析模型吻合较好。而随着迎角的增加，滚转阻尼导数 C_{lp} 、偏航阻尼导数 C_{nr} 和俯仰阻尼系数 C_{mq} 的绝对值均增加，偏航交叉阻尼导数 C_{np} 、滚转交叉阻尼导数 C_{lr} 均增大，即在一定范围内随迎角增加，横航向及纵向的动稳定性增强；对比不同构型，横向、航向、纵向的动导数结果的绝对值都随上反角的增大而

减小，随物面倾角的增大而增大，因此较为“厚”而“宽”的气动外形往往在各向动稳定性上表现更优。动导数的变化规律表现出与理论解析公式相符的关系，数值计算结果与理论模型的最大相对误差不超过 17.90%，本文构建的动导数理论模型可以表征高超声速条件下布局的典型几何特征和来流迎角等参数与动导数之间的映射关系。

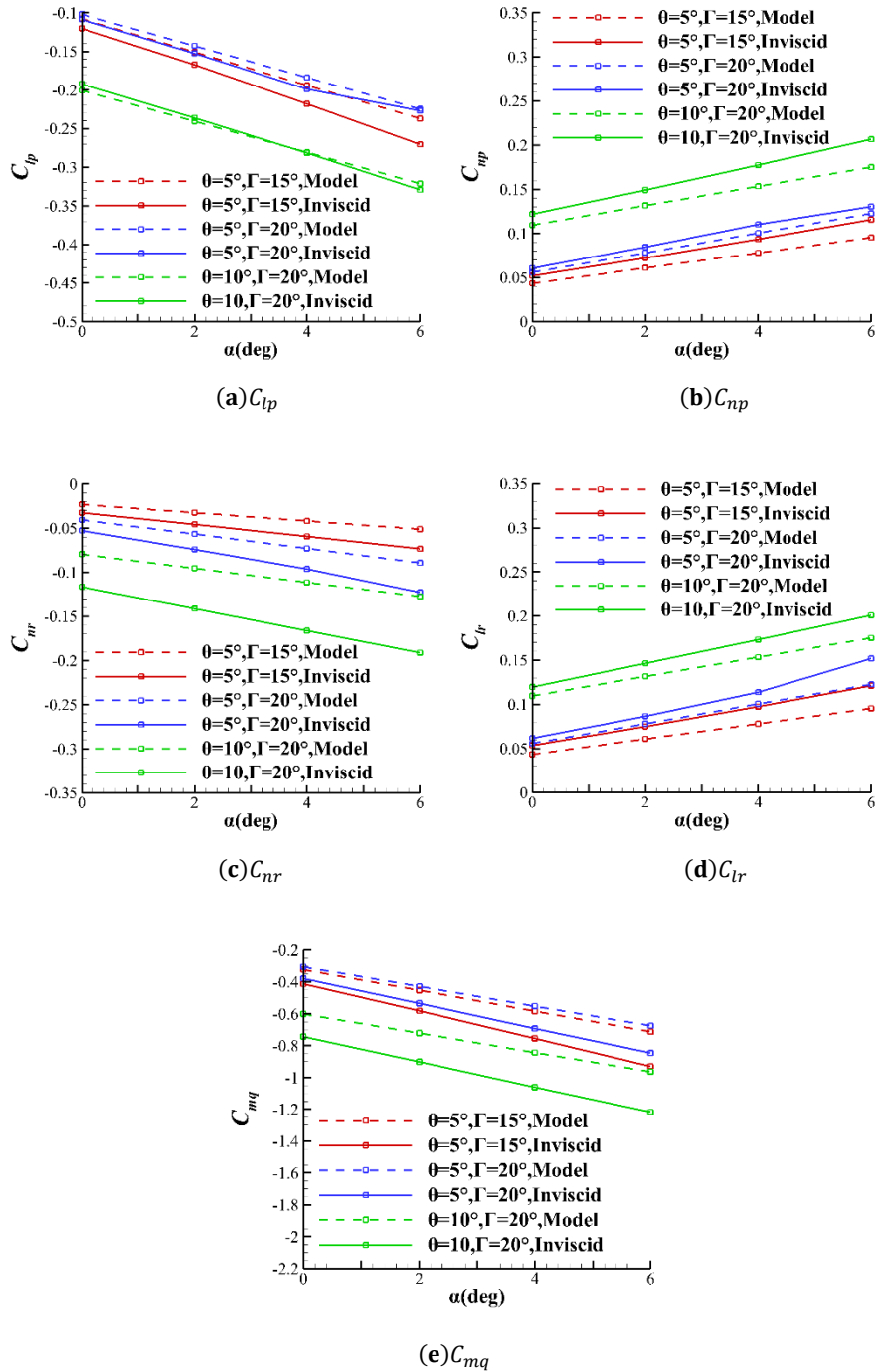


图7 不同构型的解析模型与无黏数值结果的动导数比较，Ma=20

4 横航向动导数的影响因素分析

4.1 来流迎角与布局参数的影响

从图 6 可见,迎角的变化范围从 0 到 6 度的情况下,动导数数值的变化也基本是线性的,这与理论公式相符,并且从纵向与横航向的阻尼动导数来看,在合适的范围内,迎角的增大都会使得阻尼动导数绝对值增加,从而单自由度动稳定性增强。

而布局参数对于动稳定性的影响也十分明显,对比图 6,横向、航向、纵向的动导数结果的绝对值都随上反角的增大而减小,随物面倾角的增大而增大。因此可以认为在一定范围内,布局参数中物面倾角的增大即“形状增厚”可以增加各向动稳定性,而上反角的增大即“形状变细”会降低各向动稳定性。

4.2 黏性干扰效应的影响

高超声速工况下,因为马赫数较大,较厚的边界层里存在着较大的压力梯度²⁴,且运动状态下更为显著,此时不能将下表面的压力分布等同于边界层边缘(即有效外形表面)的压力分布。在高超声速流动中,黏性力在阻力中占有很大的比重,黏性干扰效应将直接影响飞行器的有效外形,边界层厚度的改变会显著地影响高超声速飞行器的气动性能,从而影响飞行器的动稳定性。

但是牛顿理论的模型中忽略了黏性的影响,推导过程默认为无黏条件,有失真性。因此有必要在理论解析分析中引入黏性效应,进一步研究黏性效应对动导数数值的影响。对于大长细比的高超声速飞行器布局,黏性效应对横航向动稳定性的影响要大于对于纵向的影响,因此本节将着重于分析黏性效应对横航向动导数的影响。

(1) 流动分析

为了进一步对比黏性效应对高超声速流动下简化几何模型的影响,以滚转运动为例,图 8 给出了图 5(a)所示构型分别在无黏工况及黏性工况下表面的压力分布云图,其中黏性工况采用等温壁面条件假设且 $T_w = 1000K$;运动幅值为 10° 且均选取运动到初始位置的准定常时刻。

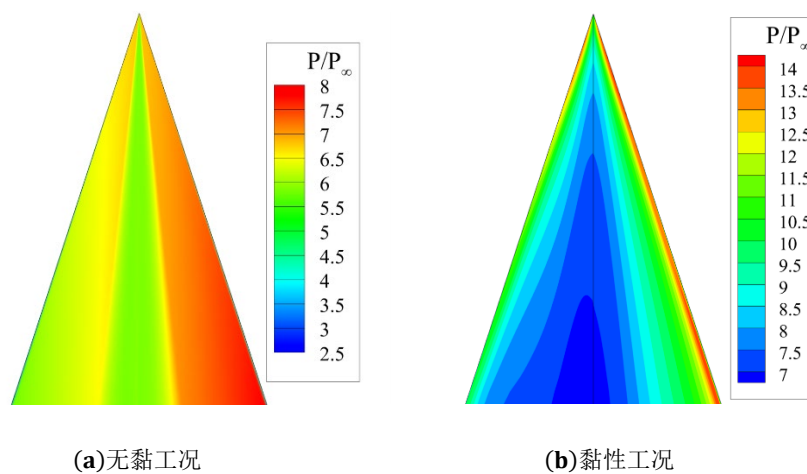


图8 无黏与黏性条件下的下表面压力分布云图($\alpha=0^\circ$), $Ma=20$, $H=50km$

从图 8 中可观察到,随着滚转运动的发生,模型下表面的左右两侧都产生了明显的压

力差。然而，在靠近对称面的位置都出现了一小段低压区，这是由该构型对称面附近的三维流动效应引起的。图 9 为滚转运动时底面截面无黏工况与有黏工况的压力分布云图，图中可以看到黏性工况下明显增厚的边界层。

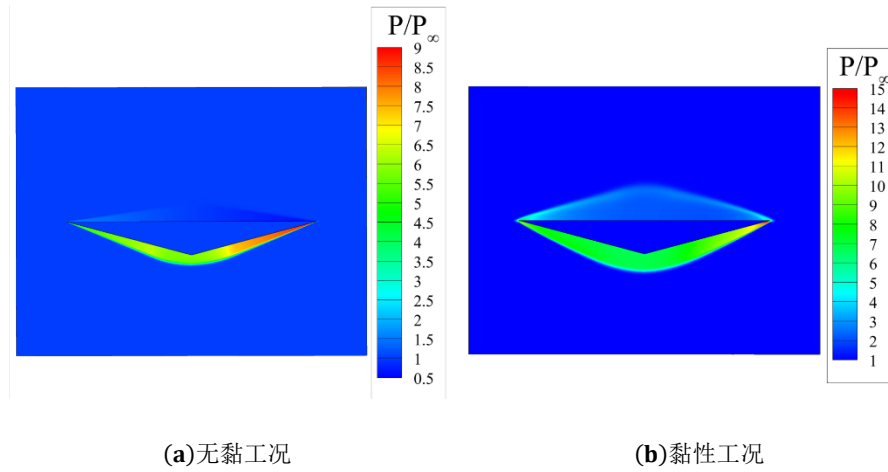


图9 无黏与黏性条件下的底面压力分布云图($\alpha=0^\circ$), $Ma=20$, $H=50km$

再对比简化模型沿展向的压力增量的变化，图 10 分别给出了作幅值为 10° 的强迫滚转、偏航运动时下表面底面截面处压力增量的变化曲线，并对比了理论模型结果、无黏工况以及有黏工况（其中等温壁面温度分别为 $T_w = 1000K$ 、 $2000K$ ）的结果。图 10 中，黏性效应影响的引入使得滚转带来的压力增量减少，偏航带来的压力增量增加，从而总体上削弱了简化模型的横向动稳定性，增强了其的航向动稳定性。并且黏性条件下压力增量变化呈现出更明显的非线性，这是因为在高超声速工况下，下表面的边界层厚度较厚且有较明显的温度变化，而黏性系数与温度相关，此时牛顿内摩擦应力与速度梯度不再是简单的线性关系，因此黏性效应使得下表面压力分布的非线性增强。此外，图 10 中可以明显看到无黏工况曲线在靠近对称面附近有三维流动效应而形成的压力分布“凹坑”，而在黏性工况曲线下这种凹坑消失了，可以认为是黏性干扰效应使得下表面的有效外形曲率更为连续光顺（如图 9 所示），抵消了三维流动效应的影响。

此外，从图 10 中可以看出，同样的黏性工况，不同等温壁面温度对压力增量的影响也不同，而这主要是由于两者在流动下有效外形不同。对于壁面温度较高的工况，边界层厚度更厚，黏性干扰效应对于下表面压力分布的影响更显著，即表现为使得滚转运动下表面压力增量减少，偏航运动下表面压力增量增加。

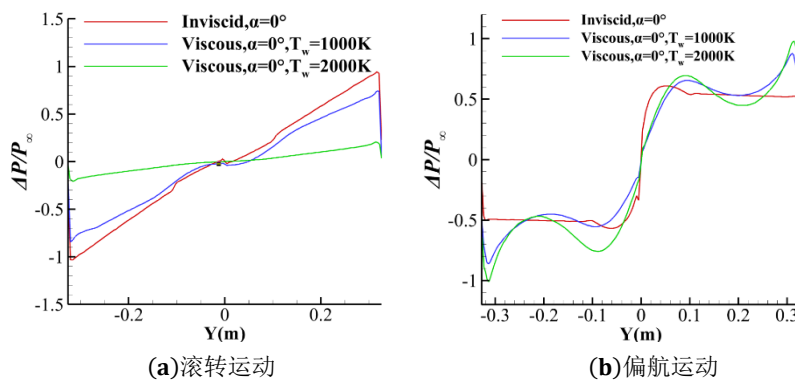


图10 底面截面下表面沿展向的压力增量变化

(2) 飞行高度影响

本文选取了黏性条件下飞行高度分别为 $H = 40km, 50km, 60km$ 的三种工况与无黏条件的动导数结果进行对比, 如图 11 所示。对比无黏与有黏条件的动导数结果, 可发现黏性效应会增强航向动稳定性而削弱横向动稳定性, 这与此前的分析是相符合的。并且从图中可见, 随着飞行高度增加, 横向的阻尼动导数的绝对值减小, 航向的阻尼动导数绝对值增加; 横向交叉动导数减小而航向交叉动导数增加。因此, 飞行高度的增加会增强航向的动稳定性, 而削弱横向的动稳定性。这主要是因为随着飞行高度增加, 空气越来越稀薄, 空气密度较小, 雷诺数较低, 总黏性力增加, 从而黏性干扰效应的影响越显著。

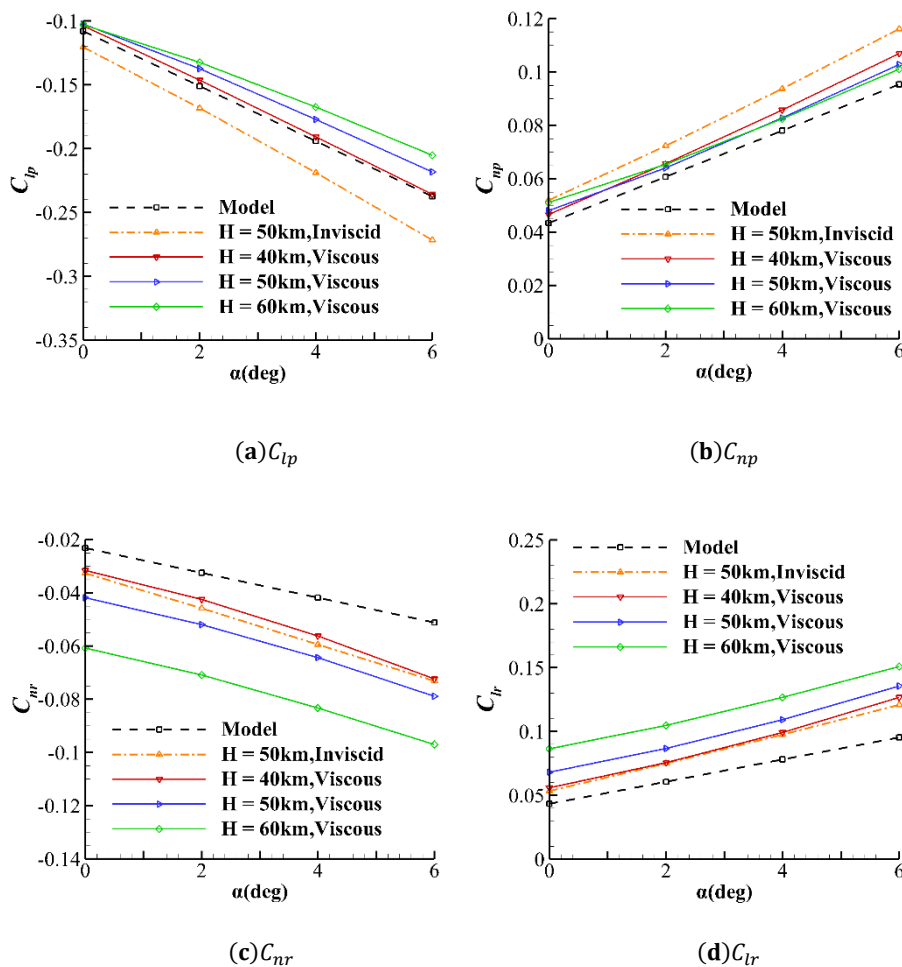


图11 不同高度下解析模型无黏及有黏数值结果的横航向动导数比较, $Ma=20$

5 结论

本文基于典型的高超声速简化几何模型, 建立了高超声速纵向、横向和航向的动导数理论模型。通过理论模型可以发现, 在高超声速条件下, 各方向的阻尼动导数绝对值都随物面倾角的增大而增大, 交叉动导数也随物面倾角的增大而增大; 而随着上反角的增大, 偏航阻尼动导数的绝对值增大, 滚转、俯仰阻尼动导数的绝对值减小, 交叉动导数均减小。所以, 适当减小物面倾角、增大上反角可以增强高超声速飞行器的纵向及横向动稳定性。此外, 需要引入黏性效应的影响以增强理论模型的准确性, 从研究结果可知, 黏性干扰效

应会使得横向动稳定性降低，航向动稳定性增强；并且壁面温度越高、飞行高度越高，这种黏性干扰效应的影响就越显著。

参考文献

- 1 Johansson M., Lyapunov Stability[J]. Lecture Notes in Control & Information Sciences,2003:41-84.
- 2 Etkin B ., Teichmann T . Dynamics of Flight: Stability and Control[M]. Wiley, 1982.
- 3 《飞机设计手册》总编委会. 飞机设计手册.第 6 册,气动设计[M]. 航空工业出版社, 2002.
- 4 ROSKAM J. Airplane design Part VI: Preliminary calculation of aerodynamic, thrust and power characteristics[M]. Kansas: Aviation and Engineering Corporation1990: 253.
- 5 闵昌万,王颖.高超气动外形设计的控制稳定性准则研究[M].北京:科学出版社,2019: 4-5.
- 6 刘文. 高超声速乘波体气动布局优化及稳定性研究[D]. 西北工业大学, 2018: 10-13.
- 7 高清, 赵俊波, 李潜. 类 HTV-2 横侧向稳定性研究[J]. 宇航学报, 2014, 35(6):657-662.
- 8 Rasmussen M L. Analysis of Cone-Derived Waverider by Hypersonic Small-Disturbance Theory[C]. Proc of International Hypersonic Waverider Symp, 1990.
- 9 贾子安.乘波飞行器气动布局初步设计研究[D].北京: 中国科学院大学,2014.
- 10 Finley D, Cockrell C. Control Effectiveness and Lateral-Directional Stability for Two Waverider-Derived Hypersonic Cruise Configurations[C]. AIAA 1995-1831, 1995.
- 11 Wen Liu, Chen-An. Zhang, Xiao-Peng Wang, Jin-Jie Li, Fa-Min Wang, “parametric study on lateral-directional stability of hypersonic waverider, AIAA J. 59 (No. 8) (Aug. 2021) 3025–3042, <https://doi.org/10.2514/1.J059904>.
- 12 刘传振, 白鹏, 陈冰雁. 双后掠乘波体设计及性能优势分析[J]. 航空学报, 2017, 38(6):11.
- 13 孟旭飞, 白鹏, 李盾,等. 上/下反翼对双后掠乘波体高超特性的影响[J]. 航空学报, 2022, 43(2):124998-124998.
- 14 田浩.三维可压缩流动的非定常分离及飞行器运动/流动耦合的非线性动态稳定性[D].绵阳: 中国空气动力研究与发展中心, 2015: 7-9.
- 15 李乾,赵忠良,王晓冰,李玉平,马上.一种近空间高超声速飞行器滚转稳定性研究[J].航空学报,2018,39(03):6-13.
- 16 You-Da Ye , Zhong-Liang Zhao , Hao Tian , et al. The stability analysis of rolling motion of hypersonic vehicles and its validations[J]. Science China (Physics, Mechanics & Astronomy), 2014.
- 17 丛戎飞,叶友达,赵忠良.吸气式高超声速飞行器俯仰/滚转耦合运动特性[J].航空学报,2020,41(04):103-113.
- 18 张涵信,叶友达,田浩. 非线性物理分析及飞行器的动态运动问题. 北京: 科学出版社, 2018
- 19 刘绪, 刘伟, 柴振霞,等. 飞行器动态稳定性参数计算方法研究进展[J]. 航空学报, 2016, 37(8):22.
- 20 刘伟,星章华,强迫振动法求解偏航阻尼导数[J].推进技术, 1998, 19(3): 30-32.
- 21 孙涛,高正红,黄江涛.基于 CFD 的动导数计算与减缩频率影响分析[J].飞行力学,2011,29(04):15-18. 10.13645/j.cnki.f.d.2011.04.009.
- 22 叶川,李锋,付义伟,孙凯军.临近空间长航时太阳能飞行器动导数特性及机理[J].宇航学报,2015,36(11):1219-1225.
- 23 Shuai-Qi Guo, Wen Liu, Chen-An Zhang, Xiang Zhou, Fa-Min Wang. Simplified analytical models for hypersonic lateral-directional stability. Acta Astronautica[J]. 2022, 431-444
- 24 安德森. 高超声速和高温气体动力学[M]. 航空工业出版社, 2013.