

基于超导体磁穿透深度的测温实验装置设计*

朱昌阳¹, 边星^{1,2}, 王金阵^{1,3}, 刘捷^{1†}

(1 中国科学院大学工程科学学院, 北京 100049; 2 中国科学院力学研究所, 北京 100190;

3 中国科学院理化技术研究所, 北京 100190)

(2022 年 12 月 12 日收稿; 2023 年 3 月 13 日收修改稿)

朱昌阳, 边星, 王金阵, 等. 基于超导体磁穿透深度的测温实验装置设计[J]. *Journal of University of Chinese Academy of Sciences*, DOI:10.7523/jucas.2023.020.

摘要 外界磁场进入超导体的磁穿透深度随超导体的温度变化而变化, 特别是在超导转变温度附近, 穿透深度变化尤为剧烈。探测穿透深度变化可实现对温度变化的高分辨率测量, 是重要的深低温温度测量原理。基于该基本原理, 本文研究了一种利用超导体穿透深度变化、闭合超导回路磁通量子化和超导量子干涉器件 (SQUID) 的温度测量方案, 进行了理论分析和仿真, 有望在液氮温区实现 nK/\sqrt{Hz} 量级的温度分辨率, 并给出了具体的实验装置设计。该方法分辨率高且不引入额外热流, 不需要外部持续的电流激励, 可通过在被测物体表面镀超导膜等方法消除传统温度测量方法中温度计的自热效应、接触热阻等对测量的不利影响, 对 10K 以下温区的温度测量实验与应用有重要的参考意义。

关键词 磁穿透深度; 超导量子干涉器件; 低温温度测量

中图分类号: TK124 文献标识码: A DOI:10.7523/jucas.2023.020

Design of low temperature measurement experimental device based on superconductor magnetic penetration depth

ZHU Changyang¹, BIAN Xing^{1,2}, WANG Jinzhen^{1,3}, LIU Jie¹

(1 College of Engineering Sciences, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

2 Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

3 Technical Institute of Physics and Chemistry, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract The magnetic penetration depth of the external magnetic field into the superconductor varies with the temperature of the superconductor, especially near the superconducting transition temperature, the penetration depth changes dramatically. Detecting the change of the penetration depth can achieve high-resolution measurement of temperature changes, which is an important principle of deep and low temperature measurement. Based on this basic principle, this work studies a

* 中央高校基本科研业务费专项资金资助

† 通信作者, E-mail: nauty@ucas.ac.cn

temperature measurement scheme using the change of superconductor penetration depth, the quantization of closed superconducting loop magnetic flux and the superconducting quantum interference device (SQUID), carries out theoretical analysis and simulation, which is expected to achieve a temperature resolution of nK/\sqrt{Hz} in the liquid helium temperature region, and gives the specific experimental device design. This method has high resolution, does not introduce additional heat flow, and does not require continuous current excitation. It can greatly reduce the adverse effects of the traditional temperature measurement caused by thermometer self-heating effect and contact thermal resistance, etc. by plating superconducting film on the surface of the object, which is beneficial to the temperature measurement experiments and applications below 10K.

Keywords Magnetic penetration depth; Superconducting quantum interference device; Low temperature measurement

温度测量通常是将物质的性质与非温度的物理参数（如电阻，压力等）联系起来，通过这些参数将绝对的温度反映出来^[1]。在低温下，物质的一些性质例如导热系数、比热等参数会随温度发生剧烈的变化，因此低温下的温度测量一直是热力学、计量学和物理学等的研究热点。

早期广泛地使用定容气体温度计，其测温依赖于理想气体的三个动力学自由度与热力学温度之间的统计力学联系，但是当温度升高，理想气体的假设将不再满足，该方法有较大的局限性和测量误差^[2]。声学气体温度计可以同时测量充有氦或氩的金属腔的几种声共振的频率和几种微波共振的频率，根据声速与温度的关系，

推知温度^[3]。介电常数气体温度测量是利用气体的状态方程来消除气体介电常数中的膨胀，得到惰性气体的热力学温度^[4]。噪声温度计是利用直流超导量子干涉器件 (SQUID) ^[5]，测量金属温度传感器的热磁通噪声，再根据 Nyquist 关系求得温度。

如表 1 所示的温度计能在特定的温区实现稳定且重复的高分辨率测量，但是在一些特定的场合需要超高分辨率的温度测量时，这些装置难以实现目标，例如微重力下的液氦超流转变点的精确测定^[6]。目前已知分辨率最高的温度测量是由超导穿透深度温度计，穿透深度温度计利用 SQUID，可以实现 nK 级的分辨率^[7]。

表 1 一些低温温度计测温区间及其分辨率

Tab.1 Temperature range and resolution of some cryogenic thermometers

温度计	测温范围	分辨率
插值定容气体温度计 ^[8]	3K~24K	$6 \times 10^{-7}K$
声学气体温度计 ^[9]	4.2K~77K	$10^{-5}K$
³ He 熔化测温 ^[10]	1mK~100mK	$10^{-6}K$
噪声温度计 ^[11]	1mK~30K	7.6s 可实现 $10^{-4}K$
气体介电常数温度计 ^[12]	4.2~27.1K	$10^{-5}K$

McDonald^[7]利用超导微带线电感的温度依赖性，用检流计测量不同温度下电桥的电流，然后推导出相应的温度变化，理论上在 $0.9T_c$ 附近可以实现温度变化率 $5.4\text{nK}/\sqrt{\text{Hz}}$ 的温度计。此后，Sauvageau 和 McDonald^[13]改进了并实验了 McDonald 的设计，将其用做毫米波辐射热计，并在 4.02K 附近实现了桥路平衡时刻零点深度（信号电流/噪声电流）约为 0.4×10^{-6} 高质量输出。但是此方案检流计工作的同时也在系统产生了额外的热噪声，且系统需要持续性注入电流。Shirron 和 DiPirro^[14]将超导线圈绕于超导薄膜覆盖的铜圆柱上，超导薄膜的穿透深度随温度变化调制系统的电流及电感，变化的信号由 SQUID 读出， $T=0.9T_c$ 时，温度计实现了优于 10^{-9}K 的温度分辨率。但是，其电感与穿透深度的关系并非线性变化，由此测定的温度变化有较大的误差。本次设计的电感与穿透深度呈线性变化，能很好地避免该问题。

相较于以往的超导体磁穿透深度温度测量装置，本次设计将测量的温度及目标定义在液氮的温度区间，以实现液氮温度区间高分辨率的温度测量。此外，还将点热源和热脉冲的加热形式应用到本设计中、综合考虑了

导热系数、比热等因素的影响，建立了更加接近真实的模型。

本文将利用超导体磁穿透深度的温度依赖性，并将其与超导线圈的电感调制结合，设计了一款基于超导体的磁穿透深度温度测量装置。由于在低温下物质的物性变化剧烈，该传热过程难以通过理论解或精确解析解实现传热过程的温度计算，于是采用数值模拟的方法，将相关参数随温度变化的关系写入程序，一定程度上提高了数值模拟的精确度。通过对其它基于超导体穿透深度的温度测量方案的总结和分析，改进了传统穿透深度温度计，建立了传热的理论和数值模型，并给出了一种通用低温测温装置设计思路，并以超导钽为例进行性能分析，在液氮温区可以实现 $4\text{nK}/\sqrt{\text{Hz}}$ 的温度分辨率。

1 实验装置及相关原理介绍

1.1 实验装置介绍

如图 1 所示，实验装置主要由液氮杜瓦、真空罐、变压器、热源、超导板、间隔片、超导线圈、线圈基座和屏蔽外壳等组成。

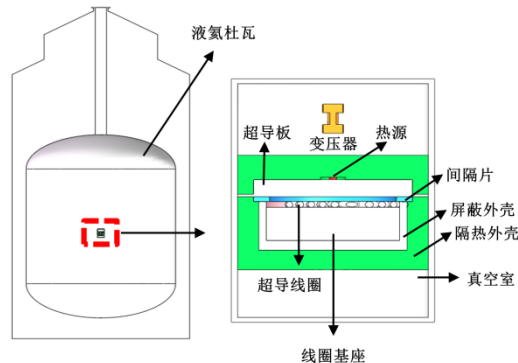


图 1 实验装置示意图

Fig. 1 Schematic diagram of experimental device

液氮杜瓦维持整个系统的低温环境，真空罐用于隔绝空气、液氮等对实验的影响，变压器用于实现线圈电

感与 SQUID 电感的阻抗匹配，使线圈电感变化在 SQUID 回路引起更大的电流信号。热源采用的是“点”热源脉冲的加热方式，在直径约为 1mm 的区域内加热，小区域加热更容易实现均匀加热。具体的点热源脉冲加热，是将 10kΩ 直径为 1mm 的电阻，用电压源施加脉冲电压，实现点热源的加热方法。采用脉冲加热的方式可以很好的控制加热的能量大小，提高装置温度控制的分辨率。

中间热传递过程中采用的是整块的超导板，这样能尽量保持温度均匀地在其中传递。超导板做成凸台状可以让边缘部分与真空腔接触，使整个装置的温度能尽快冷却至液氮温度，避免装置热量积累对结果产生影响。间隔片采用的是刚性金属材料，用于将超导线圈和超导板控制在一个合适的距离。超导板和超导线圈共同组成核心的传感器系统，超导板的温度变化导致其穿透深度发生变化，从而调制超导线圈的电感，实现温度传感。屏蔽外壳和隔热外壳用于隔绝外界的热影响。

针对该测温装置的设计，将对相关的超导体磁穿透深度的温度依赖性及其测温原理进行介绍，并建立起其传热模块的数值模拟，结合 SQUID 的信号输出得到实验装置的理论分辨率。

1.2 超导体磁穿透深度的温度依赖性

在超导体处于超导状态时，基于 Meissner 效应，外界磁场不能完全穿透超导体，但是在超导体表面产生一

个磁场随深度急剧衰减的薄层^[15]。外界磁场在超导体内呈指数型衰减，有：

$$B(x) = B_0 \exp(-x/\lambda). \quad (1)$$

穿透深度 λ 指外界磁场 B_0 衰减为原来 1/e 时的深度。

在 $T=0K$ 时，此时的穿透深度 λ_0 通常为 10~100nm， λ_0 定义为：

$$\lambda_0^2 = \frac{m}{\mu_0 n_s(0) e^2}. \quad (2)$$

随着温度的升高，外界磁场在超导体内的穿透深度也在相应的增加，达到超导转变温度后，磁场将完全穿透超导体，此时 Meissner 效应消失，超导体也变成了正常状态的导体。在低于超导转变温度时，根据二流体模型，超导体的磁穿透深度随温度的变化有：

$$\lambda(T) = \sqrt{1 - (T/T_c)^4}. \quad (3)$$

其中， T 为当前温度， T_c 为超导体的转变温度。由上式可知，超导体的穿透深度随温度变化而变化，在 T_c 附近变化剧烈，根据此种特性，我们设计了以下的测温实验原理。

1.3 实验原理分析

将穿透深度的变化与温度联系起来，通过 SQUID 将变化的穿透深度信号输出，这样就可以得到基于初始状态的温度变化值，结合初始状态的温度值，即得到当前的温度值。根据此原理，绘制的实验原理如图 2(a)。

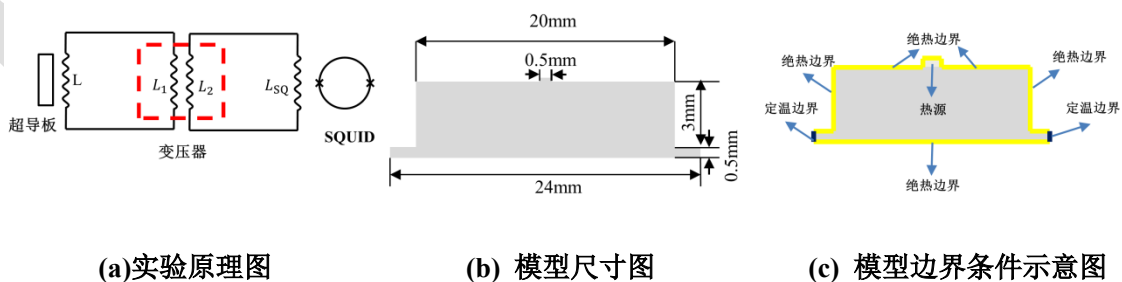


图 2 实验原理、计算模型及边界条件示意图

Fig.2 Schematic diagram of experimental principle, calculation model and boundary conditions

如图 2(a)所示, 在超导状态下, 超导线圈 L 的电感受到超导板的等效距离的调制, 其关系可以描述为^[16]:

$$L = \mu_0 n_L^2 A_L z. \quad (4)$$

其中, 式中, μ_0 为真空磁导率, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$, A_L 为超导线圈面积, n_L 为线圈匝数, z 为线圈与超导板的距离。温度变化导致的穿透深度的变化在图 2(a)中直接反映 z 发生变化, 而后 L 的值改变。根据超导回路磁通量守恒 $\Phi = LI$, L 的变化导致中间回路的电流发生变化, 变化的电流通过右侧的 L_{SQ} 时, 导致其产生的磁场发生变化, 变化的磁场被 SQUID 感知并输出, 通过 SQUID 的输出信号即可读出超导板上的温度变化。

对于上述过程, 采用数值模拟的研究方法, 将实验装置中的部分传热过程及输入能量及其响应分析进行分析, 优化装置设计及获取实验装置的理论分辨率。在模拟过程中考虑温度变化对低温下物质性质的影响, 并将其写入程序, 使之数值模拟更加接近真实的热传导过程。

2 计算模型分析及相关参数选取

2.1 建立模型

本文研究的是低温下的三维热传导问题, 整个装置放置在真空腔中, 设计尺寸如图 2(b)。图 2(c)中的黄色边界处于被低导热材料 G10 玻璃钢包围的部分。G10 的导热系数比低温下的金属导热率低 4 个数量级以上, 近乎可以认为热源和超导板的边界条件为绝热边界。真空可以忽略系统中的对流换热的影响, 在实际的实验中施加为脉冲形式的能量信号且输入的能量引起的温升极低, 辐射换热约为热传导换热量的 10^{-10} , 此时可以忽略辐射换热, 综上在施加脉冲能量信号后, 边界设置为绝热边界, 仅在超导板侧边无低导热材料包裹处设置定温

边界, 相关边界条件设置示意图如图 2(c)。模型基于实验设计的实际尺寸建立, 热源置于超导板中心, 热量透过超导板, 引起超导板与线圈相对平面的温升, 相关过程的热传导方程如下:

$$\rho c \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (kr \frac{\partial t}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial z} (k \frac{\partial t}{\partial z}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} (k \frac{\partial t}{\partial \phi}) + \dot{Q}. \quad (5)$$

在低温热传导问题的分析中, 能量方程中的导热系数 k , 比热 c , 密度 ρ 等在低温下与常温时有明显不同。其中低温下这些物质的比热小、导热系数与常温也有极大的出入, 且在低温下随温度变化显著, 因此在数值模拟过程中要充分考虑这些因素的影响。

2.2 计算参数选取

在低温下, 物质的导热系数与其电导率有直接的关系, 金属与合金的导热系数可以用维德曼-夫兰兹定理描述:

$$k = L\sigma T. \quad (6)$$

其中, σ 是电导率, T 是温度, L 是 Lorenz 系数, k 是物质的导热系数。在低温下 $L \approx 2.45 \times 10^{-8} \text{V/K}$ 。本次模拟使用的导热系数为 Wasserbäch^[17] 的相关实验数据, 在其相关温度中间进行插值, 保证模拟中导热系数随的温度变化的可靠性。

低温下的物质的热容也是一个随温度急剧变化的量。本文研究的温度小于 $\Theta_D/50$, 根据 Debye 声子模型, 金属的比热可以描述为:

$$C_V = \frac{12\pi^4 R}{5\Theta_D^3} T^3 + \gamma T. \quad (7)$$

其中, R 为气体常数, $R = 8.3143 \text{J/(mol}\cdot\text{K)}$, Θ_D 为 Debye 温度, γ 为电子常数。在液氦温度区间, 以金属钽为例, 其 $\Theta_D = 240 \text{K}$, $\gamma = 5.9 \text{mJ/mol}\cdot\text{K}^2$ 。在超导态, 超导电子比热与正常电子比热有一定差距, 参考 Bodryakov 和 Bashkatov^[18] 的相关超导态钽比热实验结果进行插值, 得

到装置设计温度下超导状态下的钽比热与温度变化，并将其写入程序。

在低温下，物质的密度特性与常温状态也有很大的区别，本次模拟使用的密度相关的数据来源于物质线膨胀系数与温度的关系^[19]。低温下物体的密度相较于常温态已经有了一定的变化，由于热胀冷缩，其密度有一定程度的增加。本次模拟充分考虑此因素，采用低温下线膨胀系数推导出其低温下的密度。为得到更加严谨的结果，考虑密度在其中发生的变化。

此外，由于低温下的导热热阻小，为了更加真实的

反应实际热传导过程，接触热阻亦需考虑^[20]。在模拟中，热源与超导板的热接触面考虑了接触热阻，采用常用导热剂在液氦温区的相关参数。

3 模型验证及传热过程相关模拟

3.1 网格无关性验证及模型验证

网格的质量对于计算的影响极其重要，本文采用有限元的计算方法，模型验证及网格验证 Zhang 等^[21]通过 MLPG 研究瞬态传热的模型。将最小尺寸的网格 δ 与模型的特征长度 L 的比值作为衡量参数，不同网格的参数与验证模型的结果如图 3(a)和 (b)。

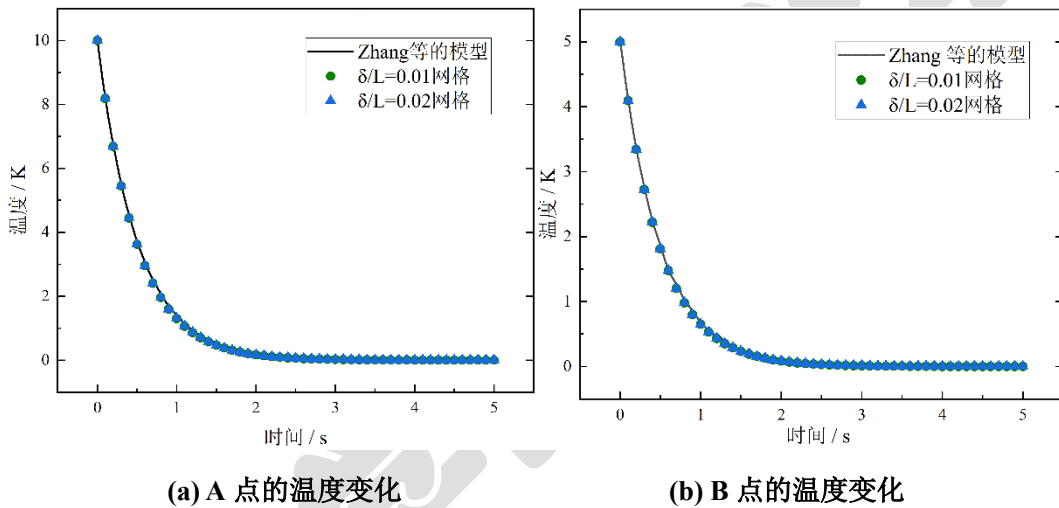


图 3 模型中 A、B 两点及网格无关性验证结果

Fig. 3 Verification results of A and B points and grid independence in the model

对模型内的 A 点和 B 点的温度随时间变化的结果进行分析验证，数值模拟的结果与文献的结果具有高度的一致性，当网格加密一倍后的结果与原尺寸计算结果差异不到 0.1%，故认为 $\frac{\delta}{L}=0.02$ 的网格参数合理，此时网格总单元数达到 60948。

3.2 点加热偏心研究分析

在设置加热时，通常是有点加热和面加热两种方式。面加热很难均匀分布难以控制大面积的均匀加热以及面之间均匀的接触热阻，存在极大的不确定性。本设计采用的点热源脉冲加热的方式需要考虑的是加热源的

偏离中心问题，在本次的设计中，热源可以保证距离圆心的偏离在 0.1mm 以内，并对热源偏心进行模拟，结果如图 4。

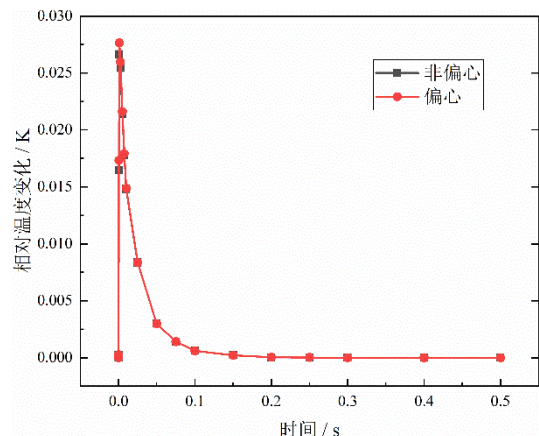


图 4 热源偏心对超导板温度分布的影响

Fig. 4 Effect of heat source eccentricity on temperature distribution of superconducting plate

在图 4 可以看到,当热源偏心 0.1mm 时,在会对超导板的温度分布产生一定的影响,在温度分布较高的区域内,超导板面积分平均温度会因偏心产生约 2% 的误差,对测温装置产生的影响可以忽略。由于本次设计温度的分辨率较高,加热初期的参考意义更大,此时偏心几乎对加热结果不产生影响。而相较于面加热的更多不

可控因素,这个误差是在可以接受的范围内。

4 传热模块数值模拟结果分析

4.1 瞬态超导板温度及磁穿透深度分析

在超导板上表面直径 1mm 的位置处设置一加热装置,施加 0.0002355J 的能量,加热时间为 0.0001s,在结束加热时观察超导板的温度变化。选取 $t=0.0001s$ 、0.0005s、0.001s 和 0.005s 时刻的超导板温度分布图,如图 5(a)。

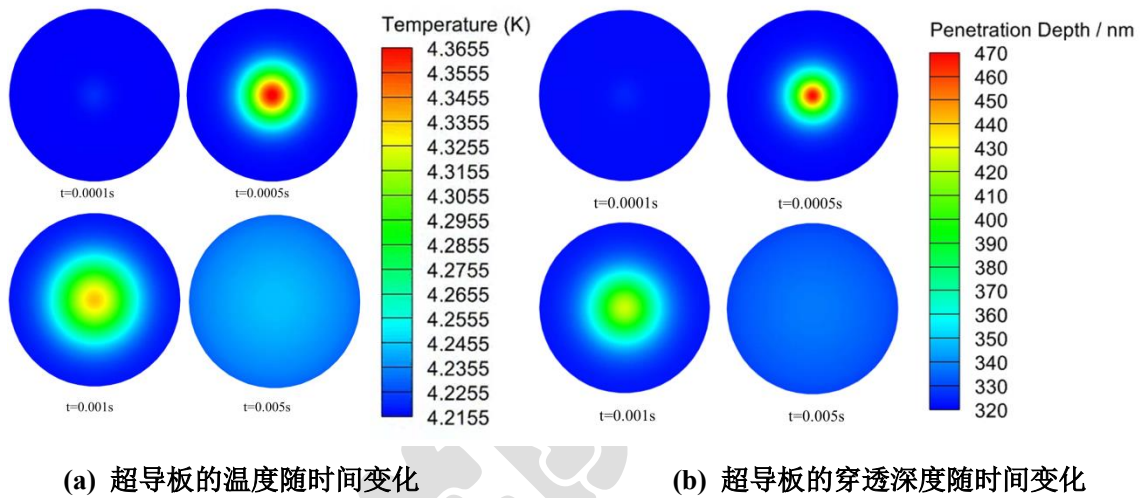


图 5 超导板温度及穿透深度随时间变化图

Fig.5 Temperature and penetration depth of superconducting plate changing with time

超导板中心加热输入能量后,温度变化如图 5(a),温度的变化导致了超导板的穿透深度变化。将对应时刻超导板温度分布数据导入后处理软件,在软件中通过计算将温度的数据转化为穿透深度的数据,如图 5(b)。

图 5(a)的超导板温度分布在系统中直接的体现是超导板穿透深度的变化如图 5(b),而由磁穿透深度与回路电感的关系由 (4) 式所反映出,回路电感的变化在超导回路中会调制回路的电流。回路的电流变化调制图 2(a) 的 SQUID 的输出信号,从而将温度变化反应到 SQUID 的输出信号,于是将此过程的输入能量与输出信号的相

对应。

4.2 加热结束的 SQUID 响应

选取初始状态至加热而后再复温的全过程输入能量带来的温度变化,如图 6(a)。

对各个时刻的超导板平面的磁穿透深度进行积分平均,而后将该积分后的值带入数值模拟软件,进行线圈电感变化的数值模拟,获取电感后再带入回路中根据超导回路的磁通量守恒和 $\phi=L \cdot I$ 推算出 SQUID 的输出信号,如图 6(b)。

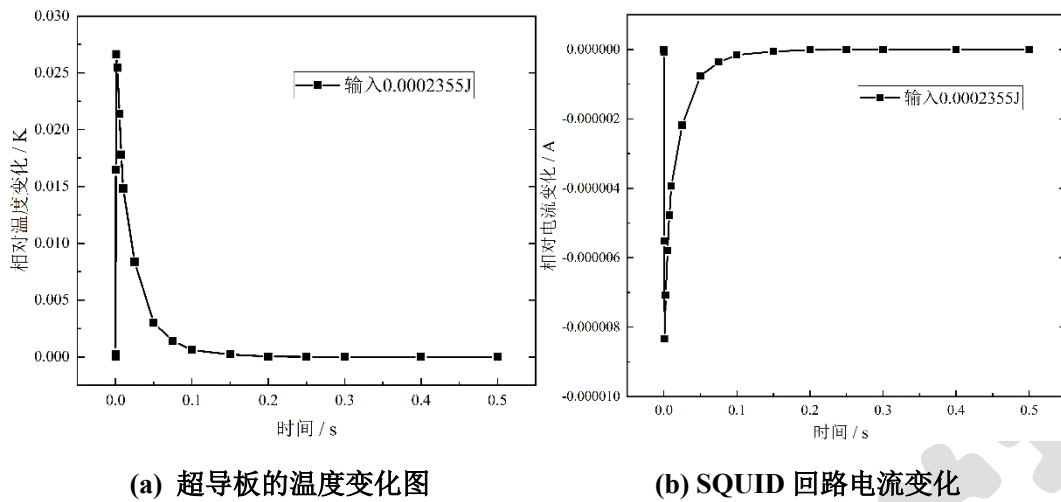


图 6 加热结束系统的温度响应与 SQUID 电流变化

Fig. 6 Temperature response and SQUID current change after heating

在图 6(a)中的 0.025K 的温度变化,将会导致 SQUID 回路电流 8×10^{-6} A 的电流变化。SQUID 拥有着超高的分辨率,其电流分辨率可以达到 10^{-12} A/ $\sqrt{\text{Hz}}$,因此,推算在 4.2152K 的液氦温度区间,设计的实验装置可以达到 $4\text{nK}/\sqrt{\text{Hz}}$ 的温度分辨率。

至此,本装置成功的将输入的能量转化成 SQUID 的输出信号。当撤去加热装置,整个系统即可作为一个分辨率高达 4nK 的低温测温装置使用,能捕捉环境 4nK 的温度变化。

5 总结

本文利用超导体磁穿透深度的温度依赖性,设计了一款超高的温度分辨率的低温测温装置。从超导体磁穿透深度的温度依赖性及其实验原理出发,分析得出:

(1) 本文给出的测温装置方案可以在液氦温区达到 $\text{nK}/\sqrt{\text{Hz}}$ 量级的温度分辨率。

(2) 采用点加热和脉冲加热的方法,可以实现高分辨率温度调节,同时避免面加热接触面热阻分布不均的问题。

(3) 本文给出的测温方案无需持续的外部激励电流,可以避免外部电源波动等为温度测量带来的噪声,

系统简洁、稳定。

参考文献

- [1] Ventura G, Risegari L. Temperature Scales and Temperature Fixed Points [M]// The Art of Cryogenics: Low-Temperature Experimental Techniques. Elsevier, 2008. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-008044479-6.50009-1>.
- [2] Moldover M R, Tew W L, Yoon H W. Advances in thermometry [J]. Nature Physics, 2016, 12(1): 7-11. DOI: 10.1038/nphys3618.
- [3] Moldover M R, Gavioso R M, Mehl J B, et al. Acoustic gas thermometry [J]. Metrologia, 2014, 51(1): R1-R19. DOI: 10.1088/0026-1394/51/1/r1.
- [4] Gegan D, Michel G W. Dielectric constant gas thermometry from 4.2 to 27.1 K [J]. Metrologia, 1980, 16(4): 149-167. DOI: 10.1088/0026-1394/16/4/002.
- [5] Kirste A, Engert J. A SQUID-based primary noise thermometer for low-temperature metrology [J]. Philosophical Transactions. Series A, Mathematical, Physical, and Engineering Sciences, 2016, 374(2064):

20150050. DOI:10.1098/rsta.2015.0050.
- [6] DiPirro M J, Tuttle J G, Shirron P J. Development of a high-resolution penetration depth thermometer [M]// *Advances in Cryogenic Engineering*. Boston, MA: Springer. 1996: 1723-1730. 10.1007/978-1-4613-0373-2_216.
- [7] McDonald D G. Novel superconducting thermometer for bolometric applications [J]. *Applied Physics Letters*, 1987, 50(12): 775-777. DOI: 10.1063/1.98042.
- [8] Peruzzi A, Bosma R, de Groot M J, et al. ^4He interpolating constant-volume gas thermometry in the range 3.0 K to 24.5561 K [J]. *Metrologia*, 2010, 47(3): 325-333. DOI: 10.1088/0026-1394/47/3/024.
- [9] Pitre L, Moldover M R, Tew W L. Acoustic thermometry: new results from 273 K to 77 K and progress towards 4 K [J]. *Metrologia*, 2006, 43(1): 142-162. DOI: 10.1088/0026-1394/43/1/020.
- [10] Greywall D S. ^3He melting-curve thermometry at millikelvin temperatures [J]. *Physical Review B, Condensed Matter* 1985, 31(5): 2675-2683. DOI: 10.1103/physrevb.31.2675.
- [11] Lusher C P, Li J Y, Maidanov V A, et al. Current sensing noise thermometry using a low T_c DC SQUID preamplifier [J]. *Measurement Science and Technology*, 2001, 12(1): 1-15. DOI: 10.1088/0957-0233/12/1/301.
- [12] Merlone A, Moro F, Zandt T, et al. Construction and start-up of a large-volume thermostat for dielectric-constant gas thermometry [J]. *International Journal of Thermophysics*, 2010, 31(7): 1386-1395. DOI: 10.1007/s10765-010-0708-x.
- [13] Sauvageau J E, McDonald D G. Superconducting kinetic inductance bolometer [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 1989, 25(2): 1331-1334. DOI: 10.1109/20.92541.
- [14] Shirron P J, DiPirro M J. Concept for a high-resolution thermometer utilizing the temperature dependence of the magnetic penetration depth [J]. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 1993, 3(1): 2140-2143. DOI: 10.1109/77.233925.
- [15] Meissner W. Messungen mit hilfe von flüssigem helium. VI [J]. *Zeitschrift Für Physik*, 1930, 60(3): 181-183. DOI: 10.1007/BF01339823.
- [16] Chan H A. Null test of the gravitational inverse square law with a superconducting gravity gradiometer [D]. College Park, MD, USA: University of Maryland, College Park, 1982
- [17] Wasserbäch W. Electron-phonon scattering and low-temperature thermal conductivity of niobium and tantalum single crystals [J]. *Physica Status Solidi (b) Research*, 1985, 127(2): 481-492. DOI: 10.1002/pssb.2221270207.
- [18] Bodryakov V Y, Bashkatov A N. Heat capacity of tantalum in the normal and superconducting states: identification of the contributions [J]. *Russian Metallurgy*, 2013, (9): 671-675. DOI: 10.1134/s0036029513090048.
- [19] Touloukian Y S. *Thermal expansion: metallic elements and alloys* [M]. New York: IFI/Plenum, 1975.
- [20] 王迪昌, 廉曾妍, 王沛, 等. 界面平均温度和压力对 dd5 和 $1\text{cr}11\text{ni}2\text{w}2\text{mov}$ 材料接触热阻影响的实验研究 [J/OL]. *中国科学院大学学报*, 2022. DOI: 10.7523/j.ucas.2022.044

[21] Zhang H H, Han S Y, Fan L F. Modeling 2D transient heat conduction problems by the numerical manifold method on Wachspress polygonal elements [J]. Applied Mathematical Modelling, 2017, 48: 607-620.DOI: 10.1016/j.apm.2017.03.043.

中國科學院大學學報