

## 基于改进储备池计算的高精度扭秤动力学状态预测方法

徐鹏<sup>1,4,5</sup>, 姚镇东<sup>1,2,3,4</sup>, 强丽娥<sup>2</sup>, 王智<sup>6</sup>, 李华东<sup>6</sup>

(1. 国科大杭州高等研究院 基础物理与数学科学学院, 杭州 310024;

2. 中国科学院国家空间科学中心, 北京 100190; 3. 中国科学院大学, 北京 100049;

4. 中国科学院力学研究所 引力波实验中心, 北京 100190; 5. 兰州大学 兰州理论物理中心, 兰州 730000; 6. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 长春 130033)

**摘要:** 在空间引力波探测任务中, 超高精度惯性传感器在入轨之前必须经过地面测试与评价, 悬丝扭秤是地面测试的首选装置。为了获得悬丝扭秤的精确动力学模型, 以减小其固有系统误差, 提出了一种基于改进储备池计算(RC)的扭秤动力学预测模型。所提模型利用注意力机制强化时间序列数据的长期依赖特征, 并通过贝叶斯优化算法定位模型最优超参数空间, 提高了动力学模型的预测精度。在实验室收集的扭秤转角时序数据上验证了所提方法的有效性, 相较于传统RC的模型预测误差平均降低40%以上, 可以为惯性传感器的地面测试提供可靠的动力学参考。

**关键词:** 惯性传感器; 扭秤; 数据处理; 储备池计算; 时间序列预测

**中图分类号:** U666.1

**文献标志码:** A

## Dynamics prediction method of torsion balance based on improved reservoir computing

XU Peng<sup>1,4,5</sup>, YAO Zhendong<sup>1,2,3,4</sup>, QIANG Li'e<sup>2</sup>, WANG Zhi<sup>6</sup>, LI Huadong<sup>6</sup>

(1. Hangzhou Institute for Advanced Study, UCAS, School of Fundamental Physics and Mathematical Science, Hangzhou 310024, China; 2. National Space Science Center, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China; 3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; 4. Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Center for Gravitational Wave Experiment, Beijing 100190, China; 5. Lanzhou University, Lanzhou Center for Theoretical Physics, Lanzhou 730000, China; 6. Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033)

**Abstract:** In the space gravitational wave detection mission, high-precision inertial sensors must undergo ground testing and evaluation before being placed in orbit. The torsion balance is the preferred device for ground testing. In order to obtain an accurate dynamical model of the torsion balance, to reduce its inherent systematic error, a torsion balance dynamic prediction model based on reservoir computing (RC) is proposed. The proposed model utilizes attention mechanisms to enhance the long-term dependence features of time-series data, and employs Bayesian optimization algorithms to locate the optimal hyperparameter space, thereby improving the predictive accuracy of the dynamical model. The effectiveness of the proposed method is validated on time-series data of torsion balance angular displacement collected in the laboratory. Compared with the traditional RC methods, the prediction error of the proposed method is reduced by more than 40% on average, which can provide a reliable dynamic reference for ground testing of inertial sensors.

**Key words:** inertial sensor; torsion balance; data processing; reservoir computing; time series forecasting

**收稿日期:** 2024-02-22; **修回日期:** 2024-03-15

**基金项目:** 国家重点研发计划“引力波探测”重点专项课题(2020YFC2200603, 2020YFC2200601)

**作者简介:** 徐鹏(1979—), 男, 研究员, 博士生导师, 从事引力波探测, 实验引力, 数据处理方向的研究。

**通讯作者:** 强丽娥(1980—), 女, 研究员, 主要从事引力波探测及空间精密引力实验研究。

空间激光干涉引力波探测是基于高精度星间激光外差干涉测距<sup>[1]</sup>, 读出入射引力波信号所引起的星间惯性基准间的微小距离变化, 从而实现引力波信号的有效探测以及对引力波波源物理信息的高精度反演。对于这一探测方案而言, 星载超高精度静电悬浮惯性传感器(后文简称为惯性传感器)是其核心科学载荷。基于高精静电伺服控制、卫星无拖曳控制技术、以及超稳超静卫星平台技术, 惯性传感器系统可维持其核心测试质量在引力场中以极高的精度做自由下落运动, 从而成为空间引力波探测激光干涉链路的终端反射器或者任务的局部惯性参考基准。因此, 惯性传感器测试质量偏离局部惯性运动的残余加速度噪声水平将直接制约空间引力波探测任务在中低频段的探测灵敏度水平, 决定最终的科学成果。

目前, 空间引力波探测计划主要包括欧美联合研发的 LISA<sup>[2]</sup>计划、我国的“太极”<sup>[3]</sup>与“天琴”<sup>[4]</sup>计划, 以及下一代探测计划如 DECIGO<sup>[5]</sup>, LISAmx<sup>[6]</sup>,  $\mu$ Ares<sup>[7]</sup>等。上述探测计划要求惯性传感器残余加速度的指标在毫赫兹频段优于  $10^{-15} \text{ m/s}^2/\sqrt{\text{Hz}}$ 。此类超高精度惯性传感器系统与卫星平台的复杂动态物理环境、以及闭环控制系统构成了复杂的多自由度多物理场耦合测控动力学系统。测试质量的运动状态受到包括杂散磁场、杂散电场、温度梯度波动、真空稳定性、引力梯度耦合、平台微振动和高能粒子束充电, 以及测控不稳定性等复杂干扰因素<sup>[8]</sup>的干扰, 最终影响惯性传感器的在轨运行性能。因此, 对星载超高精度惯性传感器的组件功能、噪声模型、测控精度的地面验证<sup>[9]</sup>, 在轨运行的稳定性和可靠性的有效检验, 并最终实现在轨功能与性能指标的准确评估是其研制过程中的关键环节。

然而, 受到地面重力、物理场波动干扰、以及地面微振动等因素的制约, 地面难以实现并长期维持  $10^{-15} \text{ m/s}^2/\sqrt{\text{Hz}}@m\text{Hz}$  水平的动态惯性基准系统, 从而难以实现超高精度惯性传感器的在轨运行状态的物理模拟。目前, 围绕这一技术挑战和切实的测试需求, 国内外研究团队普遍采用高精度悬丝扭秤弱力测量系统构建高精度惯性传感器地面测试平台<sup>[10]</sup>, 实现高精度惯性传感器功能、性能指标以及噪声模型的地面等效测试验证。

悬丝扭秤利用高品质因数的悬丝悬挂等效的测试质量, 隔绝地面微振动对测试质量特定自由度的干扰, 同时通过真空系统、磁屏蔽、高精度温控等措施尽力屏蔽地面物理环境的干扰, 保证测试质量在绕悬丝扭转等自由度上实现高精度的无干扰自由运动状态并利用电容传感或者光学读出手段测量其运动状态, 实现

对测试质量运行状态的有效模拟, 以及针对微小干扰噪声的有效响应和测量, 从而最终实现其受到的干扰效应的重构, 以及残余加速度噪声的评估。

从悬丝扭秤的工作原理可知, 测试实验高度依赖于扭秤的动力学状态的维持、弱力信号主动调控、以及扭秤动力学演化过程的精确测量。悬丝扭秤调控、数据分析中, 惯性基准本底加速度噪声评估、以及主动调制弱力信号提取和参数反演均高度依赖于扭秤动力学模型的准确构建。然而, 悬丝扭秤本身同样受到地面复杂环境干扰的影响, 例如环境温度的波动与漂移、地磁场波动、真空度变化、实验室环境振动以及平台微小倾斜、以及控制噪声等等, 其动力学演化过程复杂。同时, 为了避免对悬挂测试质量的额外干扰, 环境监测设备无法做到在测试质量位置或紧贴于测试质量安装。因此, 即使在获得部分环境监测数据的情况下, 由于测量位置物理场数据与扭秤干扰的复杂依赖关系或传递关系(transfer function), 构建一个能够准确刻画高精度扭秤动力学演化的解析模型仍然极为困难, 为悬丝扭秤测试实验的方案优化设计、数据分析与被测模型的高精度参数反演带来了制约。

针对上述困难, 本文提出基于了数据驱动的扭秤动力学模型构建方法, 通过学习扭秤演化的历史观测数据, 直接构造高度接近真实演化的扭秤动力学模型, 实现扭秤系统自由运行情况下测量数据时间序列的高精度预测。这种方法也称为无模型动力学预测(Model-Free Dynamics Prediction), 其核心思想是无需事先建立系统的精确数学模型, 直接从观测数据中学习系统的动态行为。由于扭秤数据具有时间序列的特性, 无模型动力学预测可以简化为时间序列预测。

时间序列反映了系统的变化趋势, 时间序列预测就是根据已经观测到的系统数据, 挖掘数据的隐藏信息, 从而拟合数据变化的规律, 推演系统的未来变化趋势。时间序列预测的模型主要有传统统计模型和基于神经网络的模型。传统的统计学模型主要包括自回归模型(AutoRegressive, AR)、自回归滑动平均模型(AutoRegressive Moving Average, ARMA)、自回归综合移动平均模型<sup>[11]</sup>(AutoRegressive Integrated Moving Average, ARIMA), 这类模型在现实问题中有较多应用。

近年来, 神经网络广泛用于时间序列的领域, 神经网络通过引入隐藏层和非线性传递函数来实现复杂的非线性映射, 在很多领域如金融、能源、医疗和网络流量<sup>[12]</sup>等都取得了较好的表现。其中使用最多的是递归神经网络(Recurrent Neural Network, RNN)和长短时记忆网络(Long Short Term Memory, LSTM),

在惯性技术领域也有许多应用<sup>[13]</sup>, 文献[14]使用 LSTM 与 GAN 结合对无人机的时间序列进行异常检测, 准确率得到提高; 文献[15]将 RNN 和 LSTM 结合, 对惯性传感器的时间序列信号进行降噪, 从而提高了数据精度; 文献[16]基于 GRU 结合多头注意力机制提高了惯性传感器的人体动作识别的准确率。

针对 RNN 训练计算量大、不稳定性、收敛速度慢、容易陷入局部最优的缺点, Jaeger 等人<sup>[17]</sup>在 2005 年提出储备池计算 (Reservoir Computing, RC), 其具体实现方式是回声状态网络 (Echo State Network, ESN)。ESN 是一种简化版的 RNN, 因其简化的训练方式、较少的调控参数而被广泛应用于动力学系统的时序预测。但是由于悬丝扭秤的特性, 实验测量的时间成本较高, 扭秤的摆动周期比较长, 因此需要预测的时间步也更多, 但 ESN 的记忆能力较为局限, 在长期依赖的时间序列预测任务上表现不佳。

针对 ESN 模型存在的这些不足, 本文为了进一步提升 ESN 在时间维度上的特征提取能力, 融合注意力机制<sup>[18]</sup> (Attention Mechanisms) 捕获全局时序变量间的关联关系, 提高模型长期预测的能力; 同时使用贝叶斯优化 (Bayesian Optimization) 算法<sup>[19]</sup>寻找模型的最优超参空间, 进一步提升模型的性能, 提高模型对扭秤动力学状态的预测能力。

## 1 悬丝扭秤测量原理

悬丝扭秤的核心是扭秤单元和角度测量单元。扭秤单元通过悬丝悬挂一个测试质量块构成, 用于响应弱力信号; 角度测量单元则主要借助光学测量设备, 如自准直仪, 用于测定扭秤的偏转角度和运动周期。测试质量作为惯性基准, 其旋转自由度几乎是自由的, 扭秤可以在垂直于重力场的平面上测量力, 并且与地震噪声弱耦合。

在悬丝扭秤中, 当施加扭转力矩  $N$  时, 悬挂的测试质量会产生对应的扭转角度  $\phi$ , 该角度可通过角度测量单元获得其时间序列  $\phi(t)$ 。

在频域上, 悬丝扭秤的转角位移  $\phi(\omega)$  可以通过传递函数  $H(\omega)$  和力矩  $N(\omega)$  相互转换:

$$\phi(\omega) = H(\omega)N(\omega) \quad (1)$$

传递函数  $H(\omega)$  定义为:

$$H(\omega) = \frac{1}{\Gamma \left( 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + \frac{i}{Q} \right)} \quad (2)$$

其中  $\Gamma$  是悬丝的扭转刚度常数,  $Q$  是悬丝的品质因数,  $\omega_0$  为自然共振角频率。

实验室环境下实测的扭秤转角时间序列数据如

图 1 所示。

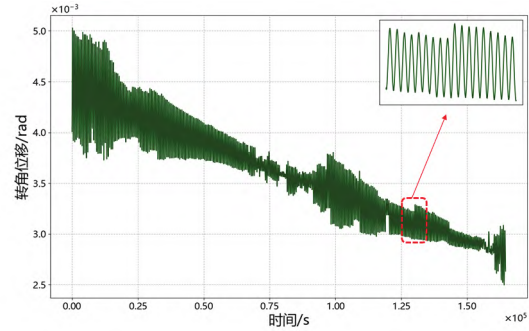


图 1 扭秤转角时序数据

Fig.1 Torsion balance angular time series data

本文实验所用的悬丝扭秤测量装置主要由悬点、悬丝、惯性传感器探头、位置与姿态调节机构、光读出设备和支架组成, 如图 2 所示。使用 55 cm 长, 直径为 50  $\mu\text{m}$ , 纯度为 99.5% 的金属钨丝将测试质量悬挂, 悬线的轴线穿过测试质量的质心。

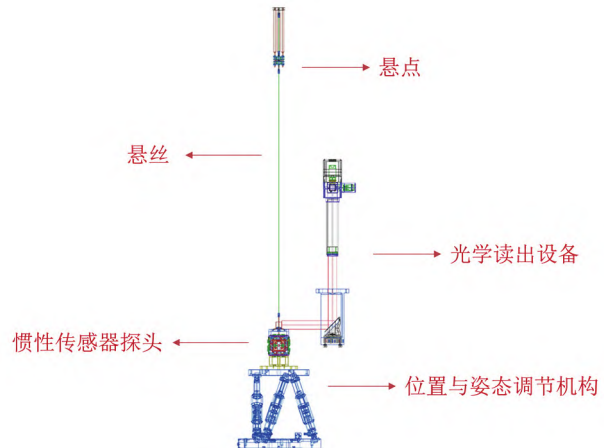


图 2 悬丝扭秤弱力测量系统结构

Fig.2 Structure of weak force measurement system of torsion balance

## 2 基于 ESN 的扭秤动力学预测模型

### 1.1 扭秤动力学预测模型框架

本文提出的扭秤动力学时序预测模型训练与预测的总体流程如图 3 所示。首先对采集到的扭秤转角时序信号进行预处理, 包括归一化处理、去除异常值并插值, 构建数据集并进行划分。其中训练集、验证集和测试集比例为 3:1:1。随后初始化 ESN 模型和注意力模块的参数, 这里将训练集  $X$  的数据平移  $t$  个时间步生成  $Y$ ,  $X$  作为模型的输入,  $Y$  作为模型的目标输出, 转变成监督学习模式输入到模型中进行训练。同时在验证集上使用贝叶斯优化算法迭代调整超参数, 与注意力机制相关的矩阵也使用相同方法优化, 目的是最小化验证集上的误差, 获得最优超参配置的模型并保存。最终在测试集上进行验证, 模型在测试集上输出预测数据, 这些数据在结构上与目标数据保持一

致, 并进行反归一化处理。通过与测试集的真实值对比, 计算设定的误差指标, 从而全面评估模型预测的准确性。

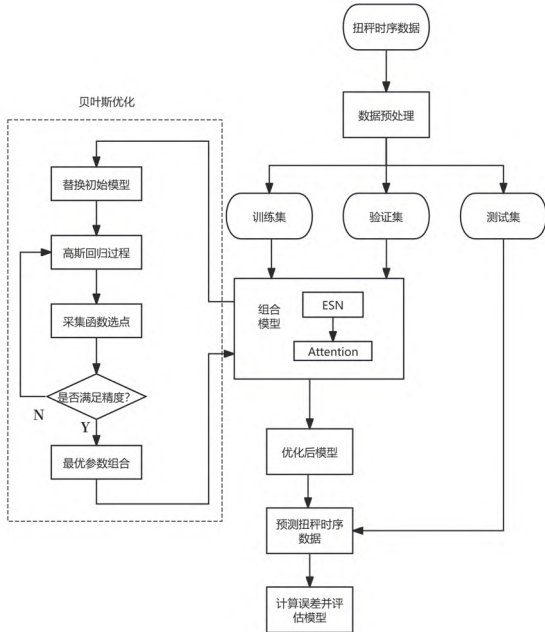


图 3 模型训练和预测总体流程

Fig.3 The overall process of model training and predicting

1.2 回声状态网络

储备池计算有两种实现形式, 分别是回声状态网络 ESN 和液体状态机 (Liquid State Machine, LSM), 本文的模型是基于 ESN。ESN 由三部分构成, 分别是输入层、储层 Reservoir、输出层, ESN 结构如图 4 所示。

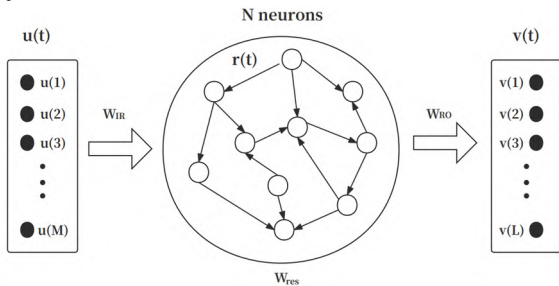


图 4 回声状态网络

Fig.4 Echo state network

ESN 的核心是其储层结构, 区别于传统的多层感知机 (Multilayer Perceptron, MLP) 的全连接神经元隐层, 储层的神经元连接状态是随机的; 并且储层中采用大量节点对数据进行高维投影, 具有强大的非线性映射能力来捕捉数据中隐含的动力学特征。

图 4 中  $u(t)$  是输入的扭秤动力学时间序列,  $r(t)$  是储层的状态向量,  $v(t)$  是目标扭秤动力学时间序列。  $W_{IR}$  是输入层到储层的权重矩阵,  $W_{RO}$  是储层到输出层的权重矩阵,  $W_{res}$  是储层内部神经元连接权重矩阵。其中  $W_{IR}$ 、 $W_{res}$  都是在初始化时随机生成并在后续保持不变, 只有  $W_{RO}$  是需要网络进行训练得到的。这里我们定

义输入矩阵、储层状态矩阵和输出矩阵:

$$u(t) = (u_1(t), u_2(t) \dots u_M(t))^T \quad (3)$$

$$r(t) = (r_1(t), r_2(t) \dots r_N(t))^T \quad (4)$$

$$v(t) = (v_1(t), v_2(t) \dots v_L(t))^T \quad (5)$$

$M$  是输入向量的维度,  $L$  是输出向量的维度, 本文中用于实验的悬丝扭秤只有一个方向的自由度, 因此输入和输出向量都是一维的时间序列。  $N$  是储层内部神经元的数量。它的训练过程如下:

$$r(t + \Delta t) = f[W_{res} \cdot r(t) + W_{IR} \cdot u(t)] \quad (6)$$

储层的内部状态更新遵循式(6), 其中  $f(\cdot)$  为激活函数, 这里使用双曲正切函数  $\tanh$ 。该更新过程允许储层以非线性和动态的方式整合历史输入及其状态, 提供对输入特征的复杂映射。

模型训练的目标是最小化输出序列与目标序列之间的误差, 同时考虑正则化项以避免过拟合, 因此损失函数定义如下:

$$\arg \min_{W_{ro}} \left[ \sum_{t=d+1}^{N_t} |v(t) - W_{RO} \cdot r(t)|^2 + \eta |W_{RO}|^2 \right] \quad (7)$$

其中第一项相当于线性回归; 第二项是岭回归方法添加的正则化项, 为了克服求解过程中可能遇到的病态矩阵问题, 从而增强模型的稳定性,  $\eta$  为正则化参数。

用岭回归方法求解式(7), 结合 L2 范数惩罚项来确定最优的  $W_{RO}$

$$W_{RO} = VR^T (RR^T + \eta I)^{-1} \quad (8)$$

其中  $V$  是输出矩阵  $v(t)$  的集合,  $R$  是储层状态向量  $r(t)$  的集合,  $I$  为单位矩阵。得到训练好的权值  $W_{RO}$  就使用模型进行预测, 至此训练阶段结束。

在预测阶段只需要更新储层的状态矩阵  $r(t)$  即可, 并且预测时引入泄露率  $\alpha$ , 取值范围通常在  $[0,1]$  之间:  $r(t + \Delta t) = \alpha \cdot r(t) + (1 - \alpha) \cdot f[W_{res} \cdot r(t) + W_{IR} \cdot u(t)]$  (9) 泄露率  $\alpha$  控制信息在网络中的传播速度和保留程度, 以适应不同时间尺度的动态特性。当泄露率接近 1 时, 网络会更容易保持先前的状态信息, 而当泄露率接近 0 时, 网络则会更迅速地替代先前的状态。

$$u(t + \Delta t) = W_{RO} \cdot r(t + \Delta t) \quad (10)$$

最终将更新的状态矩阵前向传播到输出层, 通过式(10)输出下一个时间步的预测值。

1.3 注意力机制

注意力机制已经在自然语言处理、计算机视觉、语音识别等领域中广泛应用并展示出其优越的性能。注意力机制为处理序列数据提供了一种全新的范式。这里我们将其引入到扭秤动力学的时间序列数据的应

用中。本文使用自注意力机制 (Self-Attention), 融合了自注意力机制的 ESN-SA 模型如图所示。

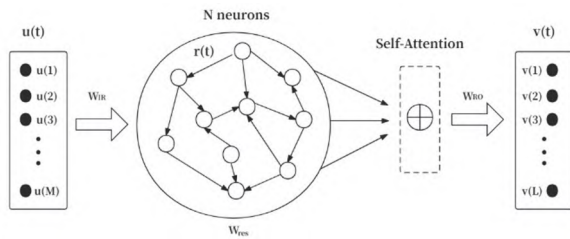


图 5 ESN-SA 模型

Fig.5 Echo state network with self-attention

自注意力机制的核心思想是针对给定的输入时间序列, 在每个元素上计算一个权重, 表示该元素在整个序列中的重要性。这种机制使得模型能够动态地关注输入序列中不同元素的信息, 以适应不同时间点的重要性。

注意力层接收储层的隐藏状态  $R = \{r(1), r(2) \cdots r(t) \cdots\}$  作为输入, 并行计算不同时间步之间信息的关联程度, 生成具有时序特征权重的储层状态表示, 注意力层具体的计算过程如下:

首先是计算第  $t$  个时刻的注意力分数, 表示其在序列中的重要程度。

$$s(t) = \varphi(W_r \cdot r(t) + W_u \cdot u(t-1) + b) \quad (11)$$

其中  $\varphi$  代表激活函数, 可以使用线性函数或者 Sigmoid 函数, 本文采用 Sigmoid 函数。  $W_r$ ,  $W_u$  为权值矩阵,  $b$  为偏移向量。下一步对注意力分数的集合  $S = \{s(1), s(2) \cdots s(t) \cdots\}$  进行缩放和 SoftMax 归一化得到注意力权重:

$$a(t) = \text{softmax}(s(t)) \quad (12)$$

$a(t)$  是  $r(t)$  对应时刻的注意力权值。最后将注意力权重与对应的状态向量相乘得到注意力权重和储层状态的加权和

$$\hat{R} = \sum_t^T a(t) \cdot r(t) \quad (13)$$

经过注意力机制处理后, 储层的隐藏状态表示为  $\hat{R} = \{\hat{r}(1), \hat{r}(2) \cdots \hat{r}(t) \cdots\}$  可以更关注时间序列中重要时刻的表示, 保留了全局信息的特征, 提高网络对输入时间序列的建模能力。因此式(10)需要改写为:

$$u(t + \Delta t) = W_{RO} \cdot \hat{r}(t + \Delta t) \quad (14)$$

#### 1.4 贝叶斯优化

ESN 模型的性能是由若干超参数共同决定的, 这里储层单元的个数  $N$ 、泄露率 (Leaky Rate)、谱半径 (Spectral Radius) 以及储备池的稀疏度都会影响模型的预测精度。这里我们使用贝叶斯优化进行超参数的选择。原理是基于高斯过程 (Gaussian Process) 作为先验模型的迭代优化方法, 通过在每一步中结合先验知识和新的观测结果, 利用采集函数选择最有可能提

高目标函数值的候选点进行评估。通过不断迭代, 贝叶斯优化能够在较少的步骤内搜索目标函数的全局最优解。这里采集函数选择期望提升 (Expected Improvement) 函数。设超参数的集合  $X = x_1, x_2 \cdots x_n$ ,  $F(x)$  表示关于超参数集合  $X$  的目标函数, 贝叶斯优化通过找到  $x \in X$  从而找到目标函数全局的极值点。

$$x^* = \arg \max_{x \in X} F(x) \quad (15)$$

具体优化过程如表 1 所示, 首先需要经过训练的 ESN 模型和超参数集合的范围, 将其预测值与验证集的真值进行比较, 使用验证集的均方误差作为目标函数。贝叶斯优化旨在最小化目标函数, 通过迭代调整超参数, 直到找到最优的超参数集合。

表 1 贝叶斯算法优化 ESN-SA 参数流程

Tab.1 The process of Bayesian algorithm for optimizing ESN-SA parameters

算法: 对 ESN-SA 的贝叶斯参数优化

1. 输入: 训练集和验证集, 目标函数 **target**, 目标函数预期值  $Y$ , 参数集合取值范围  $x$
2. **if** 初始化 **then**
3.  $x_{old}$  为已知的所有点中最优值
4. **if**  $\text{target}(x_{old}) < Y$  **then**
5. **return**  $x_{old}, \text{target}(x_{old})$
6. **else pass**
7. **end if**
8. **else**  $x_{old} \leftarrow$  随机初始化
9. **end if**
10. **while**  $\text{target}(x_{old}) > Y$  **do**
11. 未知点的均值和协方差  $\leftarrow$  高斯过程求解
12.  $x_{new} \leftarrow$  采集函数寻找极值点
13.  $x \leftarrow \text{append}(x, x_{new})$
14.  $Y \leftarrow \text{append}(Y, \text{target}(x_{new}))$
15. **end while**
16. **return**  $x_{new}, \text{target}(x_{new})$
17. 输出: ESN-SA 模型的最优超参数集合

### 3 实验验证与结果分析

本节将采集真实的扭秤时序数据作为数据集, 验证本文模型的预测效果。此外, 作为对照, 本文使用多种常见的时间序列预测算法在相同的扭秤数据集上进行训练并预测, 通过多个指标综合评估所有算法的性能和精度, 最终对实验结果进行对比分析。

#### 1.5 实验数据集

为了评估本文所提出的预测模型的性能以及验证其有效性, 实验使用自准直仪实测的扭秤测量平台的

转角数据。本文使用的实验数据选取北京时间 2023 年 3 月 25 日 11:51:59 开始到 2023 年 3 月 27 日 9:35:52 结束以及 2023 年 5 月 23 日 14:26:39 开始到 2023 年 5 月 25 日 9:25:16 结束的两份扭秤转角位移数据, 采样频率为 5 Hz, 进行数据预处理, 生成两份时间序列作为数据集进行实验。处理后的数据集分别记作 Data325 和 Data523。表 2 描述了数据集的具体信息。

表 2 数据集统计表  
Tab.2 Statistics of all datasets

数据集	维度	样本量	采样率/Hz	数据类型
Data325	1	823,170	5	float
Data523	1	773,590	5	float

1.6 对比方法以及评价指标

这里选择时间序列领域内表现较好的模型以及 ESN 的扩展模型作为对比算法:

1. ESN: 本文的基础模型, 专为高效处理低维度时序数据而设计, 具有固定的随机储层和可训练的输出层。
2. LSTM: 特殊的 RNN 变体, 专门设计用于解决传统 RNN 中的长期依赖问题, 通过门控单元实现对信息的记忆和遗忘。
3. GRU: 门控循环单元(Gated Recurrent Unit, GRU)也是一种 RNN 的变体, 结构类似 LSTM 但更加简化, 参数更少, 计算更快速, 易于训练。
4. Deep ESN: Deep ESN 是 ESN 的一种扩展, 借助深度学习的思想, 通过在储层之上添加多个储层串行来形成深度结构。每个额外的储层都可以视为对前一层输出的进一步处理。本文实验中使用 5 层堆栈式结构。

用以上每种方法都进行相同的实验, 生成与测试集相同长度的时间序列数据, 然后和测试集真值对比, 使用以下指标来评估各算法的性能:

1. 均方根误差

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (16)$$

2. 归一化均方根误差

$$NRMSE = \frac{RMSE}{\max(y) - \min(y)} \quad (17)$$

3. 对称平均百分比误差

$$SMAPE = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{(|y_i| + |\hat{y}_i|) / 2} \quad (18)$$

其中  $y_i$  表示测试集的真值,  $\hat{y}_i$  表示同一时间步的预测值,  $n$  为测试集的样本数量。这些指标都显示了预测值和真值的差异, 它们都是在时间序列预测领域常用

的评价指标, 可以较为全面地反映出预测算法的性能。

1.7 实验结果及分析

在进行预测之前, 需要通过贝叶斯优化来调整本文模型的超参数。超参数的取值对网络的性能影响很大, 必须为它们设置合适的值。训练本文模型需要指定 4 个全局超参数, 分别是: 储层单元数量  $N$ 、泄露率  $LR$ 、谱半径  $SR$  和储备池的稀疏度。这些超参数的搜索范围如表 3 所示, 最终在超参数的域空间中得到最优超参数组合。

表 3 超参数空间

Tab.3 Hyperparameter space

超参数	范围下界	范围上界
储层单元 $N$	10	200
泄露率 $LR$	0.10	0.50
谱半径 $SR$	0.50	1.50
储备池稀疏度	0.10	0.40

图 6 展示了贝叶斯优化算法搜索调整 ESN-SA 模型超参数的迭代过程, 其中最大迭代次数设置为 80。可以看出随着算法对超参数的不断调整, 模型的预测误差逐渐降低。这说明了贝叶斯优化算法能够有效探索超参数空间, 逐渐引导模型性能向最优化方向发展。

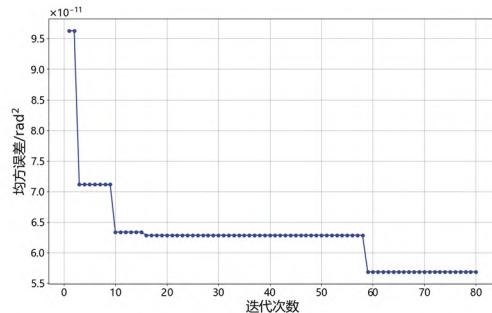


图 6 贝叶斯优化模型超参数的过程

Fig.6 The process of optimizing model hyperparameters with Bayesian optimization

经过迭代优化后, 确定了模型性能最优化的超参数组合为储层单元  $N=79$ 、泄露率  $LR=0.1098085$ 、谱半径  $SR=0.90455481$ 、储备池稀疏度=0.253。作为对比的 LSTM、GRU 算法使用人工经验调整的参数, ESN 和 Deep ESN 中储层的超参数都和本文模型完全一样。

图 7、图 8 展示了 ESN-SA 模型在两个数据集上的预测结果, 其中实验的真实转角数据用蓝线(Target)表示, 而模型的预测值以红线(Prediction)展示。从图 7、图 8 中可以明显看到, 本文模型的预测曲线与真实的时序曲线吻合度较高, 有效地捕捉了扭秤转角的周期性变化及其动力学特性。这表明模型成功地学习了扭秤运动的周期性规律, 并且能够准确预测其动态行为。

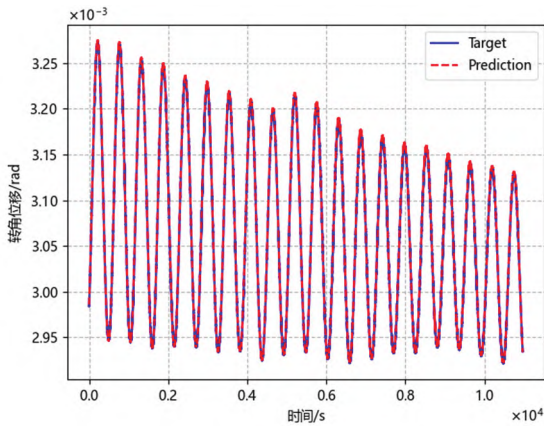


图 7 Data325 的扭角时序数据真实值和预测值  
Fig.7 The true values and predicted values of the torsional time series from Data325

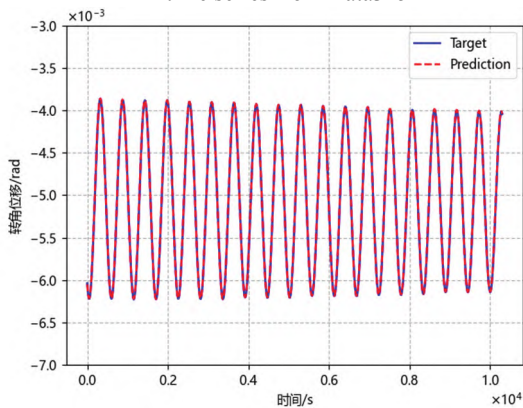


图 8 Data523 的扭角时序数据真实值和预测值  
Fig.8 The true values and predicted values of the torsional time series from Data523

从图 9、图 10 的结果可以看出，我们的模型相较于基准 ESN 模型的预测误差大幅减小，其残差水平达到了  $10^{-6}$  rad 的数量级，在长时间序列数据上的预测性能有很大提升，说明 Attention 机制有效地增强了模型的记忆能力，成功捕获了时间序列的全局趋势性特征和局部的波动，减少了预测的误差，也验证了我们改进模块的有效性。

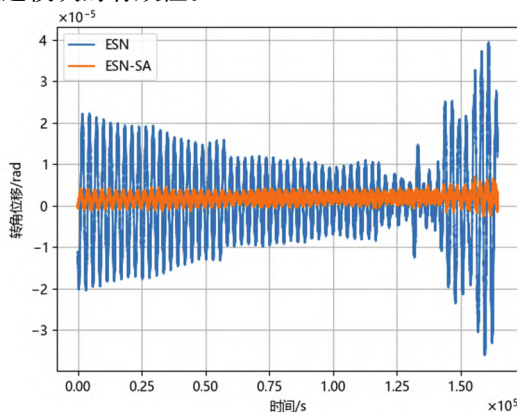


图 9 Data325 ESN-SA 和基准 ESN 的预测误差对比  
Fig.9 Comparison of prediction errors between our model and baseline ESN on Data325

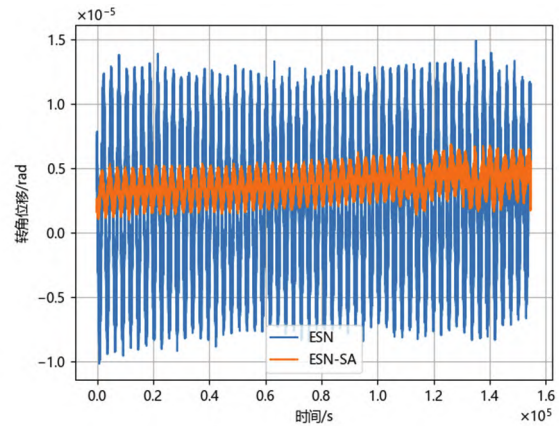


图 10 Data523 ESN-SA 和基准 ESN 的预测误差对比  
Fig.10 Comparison of prediction errors between our model and baseline ESN on Data325

接下来对五种方法进行对比，使用上文设定的三个评价指标，结果如表 4 所示。

表 4 在 Data325 上不同方法的评价指标  
Tab.4 The evaluation metrics for different methods on Data325

方法	RMSE/rad	NRMSE	SMAPE
ESN	$1.064 \times 10^{-5}$	0.013735	0.285%
LSTM	$3.672 \times 10^{-5}$	0.047444	1.067%
GRU	$9.272 \times 10^{-5}$	0.119790	3.168%
DESN	$4.260 \times 10^{-5}$	0.054951	1.172%
本文算法	$2.060 \times 10^{-6}$	0.002657	0.061%

表 5 在 Data523 上不同方法的评价指标  
Tab.5 The evaluation metrics for different methods on Data523

方法	RMSE/rad	NRMSE	SMAPE
ESN	$5.930 \times 10^{-6}$	0.002487	0.101%
LSTM	$9.157 \times 10^{-5}$	0.038402	1.595%
GRU	$8.545 \times 10^{-5}$	0.035834	1.526%
DESN	$9.512 \times 10^{-5}$	0.039890	1.603%
本文算法	$3.894 \times 10^{-6}$	0.001633	0.077%

可以看出本文模型的在两组数据集上的 RMSE、NRMSE、SMAPE 三个误差指标都小于其他算法，表现出了更好的预测性能，并且本文模型相比于 LSTM 和 GRU 算法所需的训练参数更少，所以训练速度更快，只稍慢于基准 ESN。和基准 ESN 相比，改进后的模型预测误差平均减少了 40% 以上。

借助传递函数  $H(\omega)$  使用式(1)，将扭秤的转角位移转换为作用在扭秤上的力矩  $N(\omega)$ ，绘制了两个数据集预测结果的幅度谱密度 (Amplitude Spectral Density, ASD) 谱图，如图 11~12 所示。ASD 谱图清晰展示了预测数据的噪声水平与原始数据大致相同。

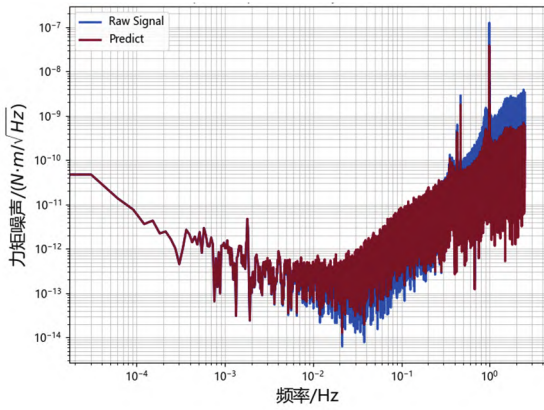


图 11 Data325 的幅度谱密度

Fig.11 Amplitude spectral density of Data325

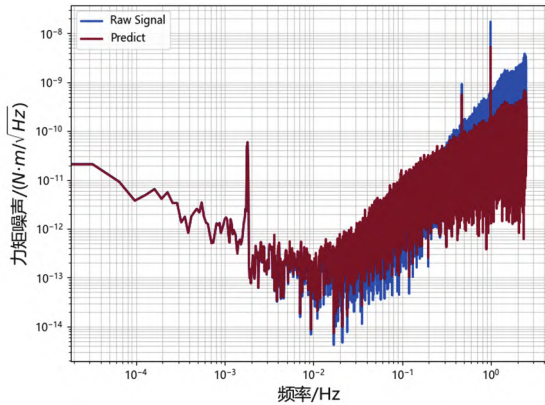


图 12 Data523 的幅度谱密度

Fig.12 Amplitude spectral density of Data523

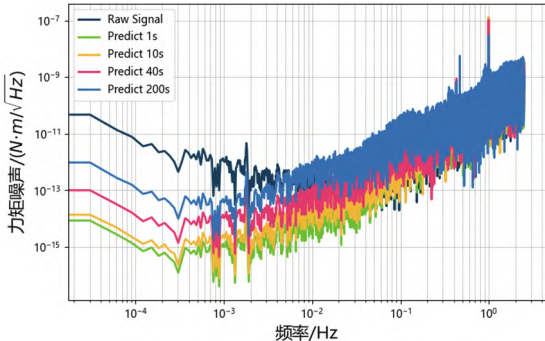


图 13 不同预测时间的残差功率谱密度

Fig.13 The residual amplitude spectral density at different prediction times

图 13 展示了观测数据和不同预测时间的残差幅度谱密度图。从图 13 可以看出,模型不仅捕捉到了扭秤周期性运动的规律,同时也合理地保留了其中的不规则噪声成分。并且随着预测时间的增加,残差的总体水平也呈上升趋势。在预测时间较短时,残差在低频部分远低于观测信号本身,整体残差水平也低于观测信号。然而,当预测时间达到 200 s 时,残差水平已经超过观测信号,表明模型在预测较长延后时间数据时存在一定的不足。这也进一步说明,本文模型在较短时间内具有很高的预测准确性,但在预测长时间延迟的数据时表现稍差。

综合上述实验结果,相较于常见的长短时记忆网

络 (LSTM) 和门控循环单元 (GRU) 等时间序列预测模型,本文提出的 ESN-SA 模型在多个性能指标上均展现出显著优势,充分证明了其实用性;与基准 ESN 对比,各项误差指标平均降低 40% 以上,进一步验证了对 ESN 改进的有效性。从数据结果的时序图以及谱图来看,在两个不同数据集上的残差水平均在  $10^{-6}$  rad 的数量级,低于实测原始数据的平均峰峰值 ( $10^{-3}$  rad);在灵敏频段,残差的 ASD 水平方面,小于扭秤的本底噪声。

#### 4 结论

为了提高悬丝扭秤动力学模型预测精度,本文提出了一种基于改进储备池计算的数据驱动扭秤动力学预测方法。通过引入注意力机制以及贝叶斯算法对 ESN 进行改进优化,显著增强了网络对长期数据依赖性的捕获能力以及预测性能。在实验室的实测扭秤转角时序数据上得到了验证,模型可以准确地预测扭秤的动力学状态,能够作为高精度扭秤动力学演化的参考模型,为后续扭秤测试实验的方案优化设计、数据分析与被测模型的高精度参数反演提供了新的思路和方法。另外本文的模型参数少,训练速度快。由于模型十分轻量化,它可以更高效地在 FPGA 硬件上运行,提供快速而实时的推理能力。这样的部署方式不仅能够充分利用 FPGA 并行计算的优势,同时还减少了对大型计算资源的需求,使得模型在嵌入式系统等资源有限的环境中仍然可以表现出色。

在后续研究中,计划结合在轨惯性传感器的动力学数据,进一步验证本方法的适用性和精确性。将深化数据驱动方法在精密测量技术领域的应用潜力,特别是在复杂动力学建模和预测中的应用,从而为未来空间探测任务和精密测量提供坚实的技术基础。

#### 参考文献 (References):

- [1] 姚鑫, 李嘉敏, 王国永, 等. 面向星间激光干涉测距的高精度小型化验证系统[J]. 中国激光, 2022, 49(09): 207-211.  
Yao X, Li J, Wang G, et al. High-precision and miniaturized verification system for interstellar laser interferometric ranging[J]. Chinese Journal of Lasers, 2022, 49(09): 207-211.
- [2] Armano M, Audley H, Auger G, et al. The LISA pathfinder mission[C]//Journal of Physics: Conference Series. USA, May 18-24, 2014.
- [3] 罗子人, 张敏, 靳刚, 等. 中国空间引力波探测“太极计划”及“太极 1 号”在轨测试[J]. 深空探测学报, 2020, 7(01): 3-10.  
Luo Z, Zhang M, Jin G, et al. Introduction of Chinese spaceborne gravitational wave detection program “Taiji” and “Taiji-1” satellite mission[J]. Journal of Deep Space



- Exploration, 2020, 7(01): 3-10.
- [4] Mei J, Bai Y, Bao J, et al. The Tian Qin project: current progress on science and technology[J]. Progress of Theoretical and Experimental Physics, 2021, (5): 5A-107A.
- [5] Hou S, Li P, Yu H, et al. Lensing rates of gravitational wave signals displaying beat patterns detectable by DECIGO and B-DECIGO[J]. Physical Review, 2021, D 103: 044005.
- [6] Martens Waldemar, Michael Khan, Bayle J B. LISAmox: Improving the gravitational-wave sensitivity by two orders of magnitude[J]. arXiv preprint arXiv:2304.08287 (2023).
- [7] A Sesana, N Korsakova, MA Sedda, et al. Unveiling the gravitational universe at  $\mu$ -Hz frequencies[J]. Experimental Astronomy, 2021, 51: 1333-1383.
- [8] Yin H, Tan D, Hu M, et al. Measurements of magnetic properties of kilogram-level test masses for gravitational-wave detection using a torsion pendulum[J]. Physical Review Applied, 2021: 014008.
- [9] Schumaker B L. Disturbance reduction requirements for LISA[J]. Classical and Quantum Gravity, 2003, 20(10): S239.
- [10] Ciani G, Chilton A, Apple S, et al. A new torsion pendulum for gravitational reference sensor technology development[J]. Review of Scientific Instruments, 2017, 88(6): 064502.
- [11] Wilson G T. Time series analysis: forecasting and control, 5th Edition[J]. Journal of Time Series Analysis, 2016, 37(5): 709-711
- [12] Bi J, Zhang X, Yuan H, et al. A hybrid prediction method for realistic network traffic with temporal convolutional network and LSTM[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2021, 19(3): 1869-1879.
- [13] 熊智, 陈芷心, 丁一鸣, 等. 基于分布式协同导航的行人三维惯性 SLAM 方法[J]. 中国惯性技术学报, 2022, 30(02): 195-201+209.
- Xiong Z, Chen Z, Ding Y, et al. 3D pedestrian inertial SLAM algorithm based on distributed collaborative navigation system[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2022, 30(02): 195-201+209.
- [14] 王凤芹, 高龙, 徐廷学, 等. 基于 LSTM-GAN 的无人机飞行数据异常检测算法[J]. 中国惯性技术学报, 2022, 30(2): 264-271.
- Wang F, Gao L, Xu T, et al. Anomaly detection algorithm for unmanned aerial vehicle flight data based on LSTM-GAN[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2022, 30(2): 264-271.
- [15] Jiang C, Chen S, Chen Y, et al. A MEMS IMU denoising method using long short term memory recurrent neural networks (LSTM-RNN)[J]. Sensors, 2018, 18(10): 3470.
- [16] 路永乐, 修蔚然, 孙旗, 等. 基于多头自注意力机制和 Bi-GRU 的人体动作识别算法[J]. 中国惯性技术学报, 2023, 31(01): 1-6.
- Lu Y, Xiu W, Sun Q, et al. Human activity recognition algorithm based on multi-head-self-attention mechanism and Bi-GRU[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2023, 31(01): 1-6.
- [17] Jaeger H, Haas H. Harnessing nonlinearity: predicting chaotic systems and saving energy in wireless communication[J]. Science, 2004, 304(5667): 78-80.
- [18] Prasetyo BS, Adytia D, Aditya IA. Time series forecasting of electricity load using hybrid CNN-BiL STM with an attention approach: a case study in Bali, Indonesia[C]//2023 International Conference on Data Science and Its Applications (ICoDSA). Indonesia, August 9-10, 2023: 460-464.
- [19] Trierweiler Ribeiro G, Guilherme Sauer J, Fraccanabbia N, et al. Bayesian optimized echo state network applied to short-term load forecasting[J]. Energies, 2020; 13(9): 2390.

(上接第 603 页)

- [5] Huang L, Li Q, Qin Y, et al. Structural design and optimization of a resonant micro-accelerometer based on electrostatic stiffness by an improved differential evolution algorithm[J]. Micromachines, 2022, 13: 38.
- [6] Liu H, Zhang Y, Wu J. Closed-loop control and output stability analysis of a micromechanical resonant accelerometer[J]. Micromachines, 2022, 13: 1281.
- [7] Zotov Sergei A, Simon Brenton R, Trusov Alexander A, et al. High quality factor resonant MEMS accelerometer with continuous thermal compensation[J]. IEEE Sensors Journal, 2015, 15(9): 5045-5052.
- [8] Zhai D, Liu D, He C, et al. A resonant accelerometer based on ring-down measurement[C]//2015 Transducers-2015 18th International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems (TRANSDUCERS). USA, June 21-25, 2015: 1125-1128.
- [9] Wang Y, Zhang J, Yao Z, et al. A MEMS resonant accelerometer with high performance of temperature based on electrostatic spring softening and continuous ring-down technique[J]. IEEE Sensors Journal, 2018, 18(17): 7023-7031.
- [10] G. Langfelder, M. Bestetti, M. Zucchini, et al. Frequency-modulated MEMS accelerometers for wide dynamic range and ultra-low consumption[C]//2019 IEEE SENSORS. Canada, October 27-30, 2019: 1-4.
- [11] M. Bestetti, C. R. Marra, M. Leoncini, et al. Sinusoidal modulation of FM accelerometers with integrated oscillator and frequency digitization[C]//2019 IEEE 32nd International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS). Korea (South), January 27-30, 2019: 704-707.
- [12] C. Padovani, R. Natri, L. Gaffuri Pagani, et al. Continuous mode-reversal FM accelerometer with 60-g FSR, 10- $\mu$ g/K drift, and VRE rejection[J]. Journal of Microelectromechanical Systems, 2022, 31(6): 857-866.