SCIENTIA SINICA Physica, Mechanica & Astronomica

physcn.scichina.com





论文

界面不稳定性与流动转捩专题

高超声速旋转钝锥边界层稳定性与转捩研究

宋德培1.2. 于长平1*. 李新亮1.2

1. 中国科学院力学研究所, 高温气体动力学国家重点实验室, 北京 100190; 2. 中国科学院大学工程科学学院,北京 100049 *联系人, E-mail: cpyu@imech.ac.cn

收稿日期: 2023-11-10; 接受日期: 2024-03-01; 网络出版日期: 2024-09-14 国家重点研发计划(编号: 2020YFA0711801)、中国科学院战略性先导科技专项B类(编号: XDB0500301)和国家自然科学基金(编号: 12072349, 12232018, 12202457) 资助项目

钟锥体高超声速边界层转捩的预测对于高超声速飞行器的研究具有重要意义,本文通过直接数值模拟研 摘要 究了流向旋转的钝锥体边界层在高超声速来流中的转捩过程.研究结果表明,随着旋转角速度的提高,转捩起始 位置单调地向钝锥头部移动,并且旋转工况下极易发生二次失稳从而导致转捩提前.研究结果还表明旋转工况下 边界层中扰动波演化与无旋转工况存在明显差异,并且旋转工况下的模态转换更为丰富,通过频谱分析、谱本征 正交分解和动态模态分解技术,揭示了旋转工况下新的高频特征模态的产生,

关键词 高超声速,边界层转捩,直接数值模拟,钝锥

PACS: 47.27.-i, 47.27.nb, 47.27.ep, 47.27.Cn, 47.40.Ki

1 引言

对于高超声速旋转钝锥体边界层的稳定性及转捩 研究有着重要的科学及工程意义.首先,钝锥体是高超 声速研究领域中的典型构型,与尖锐的锥体相比,略微 钝化的锥体通常被认为会延迟高超声速边界层转捩. 这一现象在风洞试验和飞行试验均得到了验证[1]. 在 许多再入飞行器中,一定的头部钝度不仅可以延迟转 捩,还可以减轻由于尖锐前缘引起的高热负荷,从而保 护飞行器^[2],因而高超声速飞行器多为钝头体,其次, 在弹道导弹及再入飞行器飞行过程中,可能存在其本 身的旋转带来的一系列气动及控制问题,并且此类物 体往往带有一定攻角,旋转与带攻角流动的耦合效应

可能导致边界层流动特征的急剧变化^[3],因此高超声 速旋转钝锥边界层流动的研究具有实际的工程意义. 针对高超声速钝锥体的研究目前主要集中在边界层 感受性问题及转捩预测方面^[4]. 边界层层流-湍流转捩 的预测对于改善飞行器气动性能以及热防护至关重 要,因为转捩后湍流引起的摩擦阻力和热流远高于层 流^[5],所以边界层转捩对气动加热、阻力和飞行器操 控具有重大影响.由于旋转钝锥边界层转捩这一问题 引入横流及离心不稳定性,相较无旋转钝锥的转捩问 题更加复杂[6,7]. 对这一问题的研究有助于开发高超 声速飞行器以及进行转捩控制的研究,因此开展旋转 钝锥体的高超声速边界层转捩研究对于高超声速飞行 器的研制意义重大.

引用格式: 宋德培,于长平,李新亮. 高超声速旋转钝锥边界层稳定性与转捩研究. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2024, 54: 104703 Song D P, Yu C P, Li X L. Stability and transition of hypersonic boundary layer flow over a rotating blunt cone (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2024, 54: 104703, doi: 10.1360/SSPMA-2023-0402

© 2024 《中国科学》杂志社

www.scichina.com

研究转捩过程,首先需要对转捩发生的路径有 一个总体的认知. 总的来说, 转捩是由于层流边界 层对于多种外界扰动的非线性响应导致的^[8],在扰 动较弱的情况下,转捩过程分为3个阶段:感受性过 程、线性模态增长过程以及最终转变为湍流的非线 性Breakdown过程. 感受性过程将外界扰动转变为边 界层内部扰动并且决定了这些初始扰动的幅值、频率 及相位^[9]. 不稳定边界层扰动波的模态增长是线性的. 可以通过求解齐次线性化稳定性方程的特征值问题得 到. Breakdown过程主要是由于边界层扰动波增长到 一定幅值时的非线性二次不稳定性引起的. 随着扰动 幅度的增加,由Orr-Sommerfeld或Squire特征函数的非 正交性质引起的瞬态增长变得很重要^[10].弱的瞬态 扰动对模态增长过程提供更高的初始幅值,然而强的 瞬态扰动能直接导致非线性不稳定性的产生, 甚至导 致Breakdown过程的发生,从而绕过线性增长阶段.对 于高超声速边界层, 与转捩过程最为相关的不稳定波 为第一与第二模态[11],在不稳定波的幅值指数增长达 到一定幅度后, 流动经历非线性Breakdown成为湍流.

旋转锥体在超声速轴向来流下激波后的可压缩层 流边界层问题首先由Illingworth^[12]进行了研究,其后 其中的热传导和流动问题Koh和Price^[13]进行了研究, Tien和Tsuji^[14]对锥体转速非常慢和非常快的极限情 况进行了研究,并且发现随着转速N的增加,转捩位置 向锥体头部移动. Kobayashi和Kohama^[15]指出, 根据他 们对旋转锥体和球体的研究,旋转体上存在两种螺旋 涡: 一种是与相邻涡旋方向相同(A), 另一种则是相反 的方向(B). 在旋转球体上观察到的A型涡类似于在旋 转圆盘上发现的涡. 当总夹角和轴流速度超过一定值 时,B型涡旋在旋转锥体上转变为A型,A型和B型分别 称为同向旋转涡和反向旋转涡. Kobayashi等人^[16]实 验观察到在旋转球体和旋转锥体中类似的螺旋结构, 他们推测这种现象是横流不稳定性(同向旋转涡)的 结果. 然而, Kobayashi和Izumi^[17]通过计算和流动可视 化发现静止流体中的旋转锥体上存在反向旋转涡. Kobayashi和Kohama^[15]发现,对于在静止流体中旋转 的锥体,在总锥角0°-60°之间的锥体上观察到反向旋 转涡(离心不稳定性主导),在60°-180°之间的锥体上 则观察到同向旋转涡(横流不稳定性主导). 在有轴向 来流的情况下,这一转变角度则变得更小,也就是说 随着轴向来流速度增加,旋转锥体更容易发生横流 不稳定性. Kobayashi等人^[18]进一步研究了自由流湍流(0.04%-3.5%)轴流旋转锥上的边界层转捩,发现旋转对转捩雷诺数没有影响. 然而,临界雷诺数随着湍流强度的增加而降低,并且随着锥角的增加变得对湍流强度更加敏感.

对于高超声速来流下的旋转锥体,问题变得更 加复杂. 目前对高超声速边界层的层流到湍流转捩 的理解仍然远远落后于低速(不可压缩)流. 当前对 高超声速转捩的大多数理解局限于转捩早期阶段. 使用线性稳定性理论(LST)^[19]或者抛物化稳定性方 程(PSE)^[20]进行解释. 陈坚强等人^[21]指出, 高超声速 情况下,头部钝度、攻角等对转捩位置或转捩雷诺数 的影响并不是单调的,最典型的例子便是存在头部钝 度影响转捩临界雷诺数趋势反转现象,但是目前对于 产生反转的原因并不清楚. 总之, 在高超声速边界层转 捩这一问题上,还存在很多尚未认识清楚,其至存在争 论的问题. Dwyer^[3]对于马赫7.3高超声速旋转尖锥体 的旋转-攻角耦合效应进行了研究,但是受限于当时的 计算机算力和数值算法的发展,他只是对层流流动进 行了研究. 最近, Song等人^[22,23]对超声速来流下尖锥 体的旋转对转捩的影响进行了LST及NPSE研究,他们 的研究发现了旋转锥体转捩过程中的几种不同转捩模 式. 对于小转速情况,旋转修正的Mack第二模态占主 导,而随着转速增加,离心模态的影响逐渐增强,并且 随着转速增加先后出现三种不同的非线性状态:斜波 转捩、广义基频共振和离心失稳诱导的转捩.并且在 中等旋转角速度下(旋转线速度小于来流速度), eN方 法和NPSE方法预测的转捩位置发生分歧,这意味着在 中等旋转角速度及以上,传统基于线性稳定性分析的 转捩预测方法将失效. 在高超声速来流下的旋转钝锥 体转捩研究尚未见报道,并且由于在较高旋转角速度 下线性稳定性分析的失效,为了实现转捩的准确预测 和增强对相关机理的理解,对高超声速旋转钝锥体边 界层流动进行直接数值模拟(DNS)研究显得尤为必要.

本文对高超声速来流下旋转钝锥进行了直接数值 模拟研究,来流马赫数 $Ma_{\infty} = 6$,雷诺数 $Re_{\infty} = 1 \times 10^7$. 分别对无量纲旋转角速度 Ω 为0, 1×10^{-3} , 2×10^{-3} , 3×10^{-3} , 5×10^{-3} 的工况进行了计算和分析. 使用基 于DNS结果的谱本征正交分解及动态模态分解方法 对旋转锥体边界层中不稳定波的发展过程进行了分 析,讨论了旋转作用对转捩位置的影响并探讨了在有 旋转的情况下高超声速边界层转捩中的新现象.

2 数值模拟方法

2.1 控制方程及参数说明

控制方程为曲线坐标系(ξ, ϵ, ζ)下的可压缩三维无 量纲NS方程, 写为

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{U}}}{\partial \tau} + \frac{\partial \left(\tilde{\mathbf{F}} - \tilde{\mathbf{F}}_{\nu}\right)}{\partial \xi} + \frac{\partial \left(\tilde{\mathbf{G}} - \tilde{\mathbf{G}}_{\nu}\right)}{\partial \eta} + \frac{\partial \left(\tilde{\mathbf{H}} - \tilde{\mathbf{H}}_{\nu}\right)}{\partial \zeta} = \mathbf{S}, \quad (1)$$

其中, **Ũ**表示守恒变量, τ 表示时间. **F**, **G**, **H**分别为 在 ξ , ϵ , ζ 方向的无黏通量, \tilde{F}_{ν} , \tilde{G}_{ν} , \tilde{H}_{ν} 为相应的黏性通 量. 无量纲参数例如长度x、温度T、密度 ρ 、速度U是 使用单位参考长度(1 mm)以及来流参数无量纲化的. 为了模拟钝锥相对来流旋转下的流场, 以锥体为参考 系, 锥面仍施加无滑移无穿透边界条件. 这就导致了非 惯性系下科里奥利力和离心力的存在, 反映在控制方 程中, 即源项**S**. 其具体形式为

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho(\Omega^2 y + 2\Omega w) \\ \rho(\Omega^2 z - 2\Omega v) \\ \rho\Omega^2(vy + wz) \end{pmatrix},$$
(2)

其中, y, z分别为笛卡儿坐标系下的坐标, v, w为其分别对应的速度.

计算所针对的外形为头部半径1 mm、半锥 角7°的钝锥. 模拟来流马赫数 $Ma_{\infty} = 6$,单位雷诺 数 $Re_{\infty} = 1 \times 10^7$ /m,来流静温为79 K,等温壁面温 度为300 K. 将流动视为理想气体,并且使用常数 普朗特数及比热比($Pr = 0.7, \gamma = 1.4$). 黏度使 用Sutherland公式计算. 对于钝锥的旋转角速度Ω,分 别选取Ω = 0, 1 × 10⁻³, 2 × 10⁻³, 3 × 10⁻³, 5 × 10⁻³.

2.2 网格及数值方法

数值模拟通过两步进行:第一步(稳态计算),使用 基于有限体积方法的程序计算含有钝锥头部及弓形激 波的层流场,其网格如图1所示,在流向、展向以及壁 面法向网格数为 $N_x \times N_\theta \times N_z = 301 \times 181 \times 101$,壁面 法向第一层网格高度0.01,保证层流流场足够精确.这 一步伪时间推进采用LU-SGS方法,对流项空间离散使用3阶MUSCL格式.第二步(非稳态计算),首先将层流流场插值到弓形激波内小的计算域内,然后在GPU加速的高阶有限差分求解器OpenCFD-SCU中进行.

在非稳态计算中,将稳态计算得到的流场插值 到弓形激波内的小计算域中,以此作为初始条件,所 选取的计算域如图2所示.采用的计算网格如图3所 示.对流项采用Steger-Warming矢量分裂和7阶WENO (Weighted Essentially Non-Oscillatory)重构. 黏性项采 用8阶中心格式进行离散.对于时间推进,采用三 阶TVD型Runge-Kutta法显式推进.

本文所使用的高阶有限差分求解器OpenCFD-SCU是本课题组开发的高保真异构并行程序,程序的可靠性在以往的研究中得到了广泛验证^[24,25]. OpenCFD-SCU基于OpenCFD-SC,使用GPU加速计算,充分使用多种优化手段如内存访问合并、多流并行、计算-通信重叠等.使用相同的MPI进程数,相比CPU并行的OpenCFD-SC,OpenCFD-SCU的计算速度得到了约200倍的提升^[26].使用OpenCFD-SCU,使得我们可以对钝锥旋转角速度进行参数化研究.表1中列出了模拟所使用的网格数、GPU数量N_{GPUs}、时间步长、流体建立湍流场所需的整个模型长度上的扫掠次数N_{tr}、进行统计平均和采样的扫掠次数N_{av}以及所使用的计算域长度L_x及在壁面法向的计算域长度L_h.

为了节省计算资源,所采用的计算网格在周向并 非均匀,而是在如图4所示的一段θ_r = 120°范围内进行 了加密.这一做法已经被先前的研究证实是行之有效



图 1 (网络版彩图)稳态计算网格 Figure 1 (Color online) Mesh for the steady-state calculation.



图 2 (网络版彩图)旋转钝锥计算示意图

Figure 2 (Color online) Schematic diagram of hypersonic flow over a blunt cone.



图 3 (网络版彩图)非稳态计算网格

Figure 3 (Color online) Mesh for the unsteady-state calculation.

表1	7°半锥角旋转钝锥计算设置
----	---------------

参数	数值
$N_x \times N_{\theta} \times N_z$	$5000 \times 1000 \times 140$
$N(\times 10^9)$	0.7
L_x (mm)	1000
L_h (mm)	28.0
$N_{ m GPUs}$	160
$N_{ m tr}$	2
$N_{ m av}$	2

的^[24], 即均匀网格和局部加密网格能够给出几乎一致 的转捩位置, 并且 θ_r = 120°的加密范围满足展向两点 无关性验证^[24]. 图5给出了在无旋转情况下网格分辨 率 $\Delta x^+ \times \Delta \theta^+ \times \Delta z_w^+$ 沿流向分布, 使用湍流边界层内尺 度来衡量网格分辨率, 湍流内尺度定义为 $\lambda_+ = \nu/u_r$, 其中, ν 为流体运动黏度, u_r 为当地摩擦速度, 定义 为 $u_r \equiv \sqrt{\tau_w/\rho}^{[27]}$. 在我们感兴趣的转捩区内, 流向 及展向的网格特征尺度均保持在20个内尺度以下, 而



图 4 (网络版彩图)非稳态计算周向网格分布示意图 **Figure 4** (Color online) Schematic diagram of circumferential grid distribution for the unsteady-state computation.

壁面法向第一层网格的特征尺度约为1个内尺度.

对于边界条件, 非稳态模拟在流入边界和上边界 使用狄利克雷边界条件, 即使用层流稳态计算得出 的稳态流场作为边界条件. 入口条件下的速度分布如 图6所示, 图6(a)-(e)展示了随着旋转角速度逐渐增加, 笛卡儿坐标y方向上的速度分布. 在流出边界处采用无 反射边界和网格逐渐变粗的缓冲区, 以防止反射的扰 动波重新进入计算域. 在展向上应用周期性边界条件, 而在锥面上强制施加无滑移无穿透边界条件. 壁面保 持等温, 温度为T_w = 300 K. 在真实飞行环境以及风洞



图 5 (网络版彩图)沿流向网格分辨率分布

Figure 5 (Color online) Grid resolution distribution along the streamwise direction.



图 6 (网络版彩图)入口边界笛卡儿坐标下y方向速度分布. (a) $\Omega = 0$; (b) $\Omega = 1 \times 10^{-3}$; (c) $\Omega = 2 \times 10^{-3}$; (d) $\Omega = 3 \times 10^{-3}$; (e) $\Omega = 5 \times 10^{-3}$

Figure 6 (Color online) Velocity distribution in the *y*-direction in the Cartesian coordinates of the entrance boundary. (a) $\Omega = 0$; (b) $\Omega = 1 \times 10^{-3}$; (c) $\Omega = 2 \times 10^{-3}$; (d) $\Omega = 3 \times 10^{-3}$; (e) $\Omega = 5 \times 10^{-3}$.

实验中,来流中的扰动以及壁面的粗糙效应都可能极 大地影响转捩进程,然而如何在数值模拟中准确表示 这些因素带来的影响依然是一个难题.理想情况下,数 值模拟中采用的扰动应能够包含在风洞实验中遇到扰 动的频率和波数范围.这将允许流体从来流扰动中自 然地"选择"主频率和波数,然后产生扰动的非线性放 大和相互作用,最终导致转捩^[28].实际计算中,采用 了随机形式的扰动,这一方法在之前的研究中被证明 可以在下游产生宽波数范围的扰动,因此是较为合理 的^[24].为了模拟真实飞行条件下壁面粗糙元的作用并 促进转捩的发生,在距离入口边界5 mm处,长10 mm的 范围内,沿周向添加了随机吹吸扰动,壁面上的流向和 周向速度设为零,而壁面法向速度设置为

$$w_n = \begin{cases} A_w r, & x_a \le x \le x_b, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$
(3)

其中, A_w 为扰动幅值, 取为来流速度的2%, 该扰动幅值 较小, 近似于壁面粗糙度引起的扰动. r为–1–1的随机 数, $x_a = 5$ mm为扰动添加起始位置, $x_b = 15$ mm为扰 动结束位置.

3 分析与讨论

3.1 转捩区位置及摩阻分布

首先对比不同旋转角速度下转捩区位置,由于转捩将导致摩擦阻力的急剧增大,可以使用壁面摩 阻系数来考察转捩位置.考虑使用与壁面平行的速 度 $U_p = \sqrt{(u\cos\theta + v_r\sin\theta)^2 + v_\theta^2}$ 来计算壁面摩阻系 数 C_f ,其中,u为速度的流向分量, v_r , v_θ 分别为径向和 周向速度分量, θ 为半锥角.壁面摩阻系数定义为

$$C_f \equiv \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2},\tag{4}$$

其中, ρ 为来流密度, U_{∞} 为来流速度. τ_w 为壁面剪切 应力,使用壁面平行速度 U_p 及动力黏度 μ 计算则表示 为 $\tau_w = \mu \left(\frac{\partial U_p}{\partial v}\right)_{v=0}$.

时均摩阻 \bar{C}_f 沿流向分布如图7所示.可以明显观察到随旋转角速度的增加,转捩位置单调地向锥体头部移动,并且最大平均摩阻也随之增加.另外,由图中可以看出,随着锥体在展向的扩展,其表面湍流有层流化的趋势,然而对于 $\Omega \ge 2 \times 10^{-3}$ 工况来说,转捩峰后的摩阻下降被延迟,尤其是对于大旋转数情况下尤为明显.

图8给出了钝锥表面沿流向的时均摩阻分布.可以 清楚地看到随旋转角速度的增加,钝锥表面条带结构 的倾角增加. 当旋转角速度达到 $\Omega = 5 \times 10^{-3}$ 时,旋转 速度与流向速度的比值达到O(1)量级. 倾角接近45°, 近壁流动带有强烈的横流干扰.

图9对比了无旋转工况下和旋转角速度为Ω = 5×10⁻³工况下的瞬时摩阻分布.大致可以将转捩过 程分为3个区域:以准二维T-S波为主导的线性增长区、 波包逐渐形成的二次失稳区以及快速Breakdown导致



图 7 (网络版彩图)不同旋转角速度下沿流向锥体表面时均 摩阻分布

Figure 7 (Color online) Time-average surface friction coefficient distributions in the streamwise direction under different angular velocities.



图 8 (网络版彩图)不同旋转角速度下锥体表面沿流向时均 摩阻分布. (a) $\Omega = 0$; (b) $\Omega = 1 \times 10^{-3}$; (c) $\Omega = 2 \times 10^{-3}$; (d) $\Omega = 3 \times 10^{-3}$; (e) $\Omega = 5 \times 10^{-3}$

Figure 8 (Color online) Time-average surface friction coefficient distribution in streamwise direction under different angular velocities. (a) $\Omega = 0$; (b) $\Omega = 1 \times 10^{-3}$; (c) $\Omega = 2 \times 10^{-3}$; (d) $\Omega = 3 \times 10^{-3}$; (e) $\Omega = 5 \times 10^{-3}$.

条带结构产生的转捩区.可以观察到,两种工况下线性 增长区的长度大致相同,但是在大旋转工况下,经历二 次失稳的过程非常短暂,这可能是因为具有强烈剪切 和拐点的背景流动对于二次失稳非常敏感,导致产生 的二次不稳定波在非常短的距离内幅值增长迅速,最 终导致波的破碎与转捩提前.



图9 (网络版彩图)锥体表面沿流向瞬时摩阻分布. (a) $\Omega = 0$; (b) $\Omega = 5 \times 10^{-3}$

Figure 9 (Color online) Instantaneous surface friction distributions along the flow direction on the cone surface. (a) $\Omega = 0$; (b) $\Omega = 5 \times 10^{-3}$.

3.2 边界层中扰动波的发展

为了理解旋转工况下的转捩提前的原因,需要考虑扰动波在边界层中的发展与无旋转工况下有何区别.这里通过线性稳定性分析(LST)研究了边界层中扰动波发展的规律并通过谱本征正交分解(SPOD)探讨了不同旋转角速度下的扰动波发展历程.

尽管线性稳定性理论在较高旋转角速度下可能失效,仍可以使用它来检验在转捩早期出现的准二维波 是否为Mack第二模态,以及找出第二模态的特征频率. 使用DNS结果得到的平均流场,可以使用LST理论进 行分析,在平行流假设下,扰动ۇ可以表示为如下的行 波形式:

$$\tilde{\phi} = \hat{\phi}(y) \exp(i(\alpha x + \beta r_0 \phi - \omega t)) + \text{c.c.},$$
(5)

其中, $\hat{\phi}$ 为扰动幅值, α 为流向波数, β 为展向波数, ω 为 频率, $r_0 = x \sin \theta$ 为壁面半径.

在式(5)中, *α*, *β*和ω都可以是复数, 当只有ω = ω_r + i ω_i 为复数, 流向和展向波数均为实数时, 考察的是扰动发展的时间模式, 频率的虚部表示扰动增长率. 当只有流向波数 $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ 为复数时, 考察的是扰动发展的空间模式, $-\alpha_i$ 表示扰动增长率. 首先考虑空间模式, 即在参数空间(β, ω)中搜寻增长率- α_i 最大的模态. 在旋转存在情况下的LST形式可参考文献[22], 此处不再赘述. 使用有限差分法求解O-S方程的特征值问题, 即可得到最不稳定模态对应的展向波数及频率. 由于第二模态为二维波, 则其展向波数 $\beta = 0$.

通过分别对*x* = 200 mm及*x* = 400 mm处基本流 进行LST分析,得到的最不稳定模态展向波数均为0, 对应的最不稳定波频率则分别为382和308 kHz,因此 在转捩前期为第二模态主导.图10展示了无旋转工 况下*x* = 200 mm和*x* = 400 mm处的通过LST得到的 第二模态速度脉动*u*′与DNS的对比,可以看到在两个 位置处结果均吻合良好.这一结果验证了DNS计算 结果的正确性以及在转捩前期出现的准二维波确实 是Mack第二模态.

图11展示了从*x* = 200 mm到*x* = 400 mm壁面处压 力脉动在不同频率下的增长情况.可以看到DNS结果 与LST分析得到的峰值和频率吻合较好,出现差异的 主要原因是LST分析引入了平行流假设,而这一假设



图 10 (网络版彩图)不同站位处LST最不稳定模态对应的速度脉动u'与DNS结果对比. (a) x = 200 mm; (b) x = 400 mm Figure 10 (Color online) Comparison of the velocity fluctuation u' corresponding to the most unstable mode between LST and DNS at different positions. (a) x = 200 mm; (b) x = 400 mm.

在DNS计算时并不能完全成立,并且由于DNS计算 采用的扰动为随机扰动,将不可避免地引入一些 三维效应.接着,考察在引入旋转后壁面压力脉 动随着向下游发展的增长情况.壁面压力脉动 在 $x = 400 \text{ mm} \pi x = 200 \text{ mm} \pm 200 \text{$



图 11 (网络版彩图)无旋转工况下DNS与LST得到的x = 400 mm和x = 200 mm处壁面压力脉动比对比

Figure 11 (Color online) Comparison of wall pressure pulsation ratios at x = 400 mm and x = 200 mm obtained by DNS and LST under non-rotating conditions.



图 12 (网络版彩图)不同旋转角速度下DNS得到的x = 400 mm和x = 200 mm处壁面压力脉动比对比

Figure 12 (Color online) Comparison of wall pressure pulsation ratios at x = 400 mm and x = 200 mm obtained by DNS under different rotation angular velocities.

长未有明显影响.因此,可以认为旋转工况下观察到的 转捩提前和第二模态的关联很小,这种二次失稳波很 快转变为湍流的过程更可能是由于旋转基本流对于二 次失稳的抵抗力更弱引起的.

图13展示了周向截面上两种工况下的压力分布. 可以发现对于非旋转工况,第二模态扰动波在传播过 程中表现出间歇性,在转捩前第二模态扰动波幅值反 而降到一个比较低的水平,但是对于旋转工况,这一现 象却并不明显. 由图14可以看到,温度脉动在演化过程中沿边 界层边缘发展出倾斜的细长结构,这与Hartman等 人^[29]观察到的结构类似.通过下面的SPOD分析,可 以发现这其实是Mack第二模态.图14(a)与(b)对比,温 度脉动发展早期并无明显差异.直到倾斜细长结构开 始失稳,两者显现出明显差异.对于无旋转工况,边界 层内温度脉动失稳后,温度脉动的正负交替结构消 失,在边界层外缘和壁面间形成恒定的正温度脉动, 与Hartman等人^[29]观察到的现象一致;在更下游区域,



图 13 (网络版彩图)不同旋转角速度下钝锥近壁面压力分布. (a) $\Omega = 0$; (b) $\Omega = 5 \times 10^{-3}$ **Figure 13** (Color online) Pressure distribution near the wall of an blunt cone at different angular velocities. (a) $\Omega = 0$; (b) $\Omega = 5 \times 10^{-3}$.



图 14 (网络版彩图)流向截面上使用来流温度 T_{∞} 归一化后的瞬时温度脉动T'分布. (a) $\Omega = 0$; (b) $\Omega = 5 \times 10^{-3}$ **Figure 14** (Color online) Distribution of instantaneous temperature fluctuation T', normalized by the incoming flow temperature T_{∞} , over the cross-section. (a) $\Omega = 0$; (b) $\Omega = 5 \times 10^{-3}$.

此结构破碎, 流动进入安静区, 对应Mack第二模态幅 值的减弱, 最终流动破碎成为湍流. 对于有旋转工况, 倾斜细长结构失稳后并未形成恒定的正温度脉动, 可 能与横流带来的扰动有关; 不同于无旋转工况, 倾斜结 构并未破碎消失, 而是合并发展出更大尺度的温度脉 动正负交替结构并最终导致转捩. 这里也未观察到流 动安静区的形成, 与通过图13得到的结论相吻合. 通过 对比不同旋转角速度下的SPOD结果(图15–18), 可以 发现这里的大尺度脉动结构对应于低频的SPOD模态, 而无旋转情况下转捩前的安静区则可能是低频的极低 波数模态.

为了进一步研究边界层中扰动发展的特征,使用 谱本征正交分解(SPOD)对流向-壁面法向截面进行模 态分解. SPOD即频域空间中的本征正交分解(POD). 相比传统POD得到的模态, SPOD的模态不仅是空间 正交的,而且是时间正交的,这使得SPOD模态在解释 湍流时空相关性方面更有优势^[30].本文所采用的时 间序列为流向-壁面法向截面,采样间隔为无量纲时间0.5,样本总数为1000.为了进行SPOD,首先将流场序列Q = [q1,q2,...,qN]进行分块来满足每个块中序列长度为2ⁿ以进行离散傅里叶变换.其中,q_i为第i个瞬态流场,N为流场样本的总数.本文所采用的分块数为30,每个块中序列长度为64,块与块之间重叠数为32.首先对所有块进行时间上的离散傅里叶变换,得到频域空间下的频率序列并进行重排,改为按照频率分组:

$$Q^{k} = [q_{1}^{k}, q_{2}^{k}, ..., q_{n\text{fft}}^{k}] \to Q_{l}' = [q_{l}^{1}, q_{l}^{2}, ..., q_{l}^{n\text{block}}].$$
(6)

之后,可以对Q[']进行标准的POD.具体实施细节可以参考文献[31].

图15展示了在无旋转情况下温度场的SPOD结果. 图15(b)中显示了各模态在所有频率上的模态能量分布.

模态能量λ_i分布曲线随着模态数j的增加由黑色





Figure 15 (Color online) SPOD results of the temperature field under non-rotating condition. (a) Distribution of energy for each mode at 250 kHz; (b) energy distribution across different modes; (c)–(f) first mode of SPOD at four distinct frequencies.



图 16 (网络版彩图)旋转角速度Ω = 1×10⁻³下温度场SPOD结果. (a) 250 kHz下各模态能量占比; (b) 各模态能量分布; (c)–(f) 在4个不同频率下的SPOD第一模态

Figure 16 (Color online) SPOD results of the temperature field in the case of rotational angular velocity $\Omega = 1 \times 10^{-3}$. (a) Distribution of energy for each mode at 250 kHz; (b) energy distribution across different modes; (c)–(f) first mode of SPOD at four distinct frequencies.



图 17 (网络版彩图)旋转角速度 $\Omega = 3 \times 10^{-3}$ 温度场SPOD结果. (a) 250 kHz下各模态能量占比; (b) 各模态能量分布; (c)-(f) 在4个不同频率下的SPOD第一模态

Figure 17 (Color online) SPOD results of the temperature field in the case of rotational angular velocity $\Omega = 3 \times 10^{-3}$. (a) Distribution of energy for each mode at 250 kHz; (b) energy distribution across different modes; (c)–(f) first mode of SPOD at four distinct frequencies.



图 18 (网络版彩图)旋转角速度Ω = 5×10⁻³下温度场SPOD结果. (a) 250 kHz下各模态能量占比; (b) 各模态能量分布; (c)–(f) 在4个不同频率下的SPOD第一模态

Figure 18 (Color online) SPOD results of the temperature field in the case of rotational angular velocity $\Omega = 5 \times 10^{-3}$. (a) Distribution of energy for each mode at 250 kHz; (b) energy distribution across different modes; (c)–(f) first mode of SPOD at four distinct frequencies.

向白色渐变. SPOD第一模态拥有最高的能量,并且在频率f = 250 kHz处明显高于其他模态. 图15(a)显示在此频率下, SPOD第一模态捕获约15%的流动能量. 这表明在此频率下存在低阶动力学. 图15(c)-(f)展示了SPOD第一模态在4个频率上的温度场. 在250 kHz的频率上,可以清楚观察到先前所观察到的边界层外缘中的细长倾斜结构,并注意到壁面存在与其同步的Mack第二模态. 在下游,转捩发生后这一模态迅速衰减,这一行为可能代表着Mack第二模态向低频模态的转化. 观察到在更低的频率上,低频模态被激励,其幅值迅速增加,并且转捩前主要存在于边界层内的温度脉动在转捩后迅速向边界层外散射.

图16–18分别展示了在 $\Omega = 1 \times 10^{-3}$, 3 × 10⁻³, 5 × 10⁻³下的SPOD结果. 注意到随旋转数的增加, 250 kHz附近存在的特征频率并不发生改变, 但是整 体的模态能量分布曲线更加集中, SPOD第一模态所捕 获到的能量比例也随之下降, 在 $\Omega = 5 \times 10^{-3}$ 工况下, SPOD第一模态捕捉到约10%的流体能量. 这意味着随旋转角速度的增加, 系统的低阶动力学特征变得更加难以识别. 在3个旋转角速度下, 同样观察到了Mack第二模态向低频模态的转化, 并且随旋转角速度的增加, SPOD第一模态在低频区的空间分布波数也随着增加. 对比图15和18在0 kHz的温度分布, 可以非常明显地观察到这一点. 另外由于离心力作用的引入, 低频温度脉动的分布也随旋转角速度的增加而趋于垂直于壁面.

综上所述,在存在旋转的情况下,边界层中不稳定 波的发展与无旋转钝锥存在明显差异,转捩发生时扰 动向低频模态的演化受到旋转引入的横流及离心作用 的影响,使得在引入旋转后系统的低阶动力学特征更 快消失,所激励的高波数的低频脉动也导致转捩提前 发生.

3.3 扰动发展的频谱特性

图19对比了在Ω = 0,3×10⁻³,5×10⁻³工况下在3个



图 19 (a)–(c) 沿流向3个站位处无旋转工况下的锥面压力频谱; (d)–(f) 沿流向3个站位处 $\Omega = 3 \times 10^{-3}$ 工况下的锥面压力频谱; (g)–(i) 沿流向3个站位处 $\Omega = 5 \times 10^{-3}$ 工况下的锥面压力频谱. 不同位置的锥面压力: (a), (d), (g) *x* = 500 mm; (b), (e), (h) *x* = 600 mm; (c), (f), (i) *x* = 900 mm

站位处(x = 500 mm, x = 600 mm, x = 900 mm)物面压 力脉动的频谱.可以观察到对于无旋转工况,在第一 个站位处,存在明显的Mack第二模态波,其频率约250 kHz. 随着向下游的发展,一个极低频波(VLFW)发展 出来,并且Mack第二模态诱导出更宽频的扰动波.最 终转捩为湍流时, 第二模态消失, 物面压力频谱体现 出低频的宽频特征.对于存在旋转的工况,在第一个 站位处也存在相同频率的第二模态,并且随着旋转角 速度的增加,观察到第二模态的初始幅值也随着增加, 并且在第二个站位处,更高的旋转角速度下Mack第二 模态诱导的宽频特征和VLFW更加显著. 当流动最终 转捩为湍流后,3个工况下第二模态均消失并转变为 低频宽频特征,并且随着旋转角速度的提高,一个约 为300-400 kHz的特征频率逐渐产生.事实上,第二模 态向低频模态的转换已经被许多研究证实,但是在旋 转工况下出现的新的特征频率尚未见报道,其产生的 机理尚有待进一步研究.

为了进一步探讨旋转工况下的流场模态组成, 使用动态模态分解(DMD)对最大旋转角速度Ω = 5×10⁻³下周向截面瞬时压力分布时间序列进行了 分析. DMD所得到模态只对应单一频率,这使得我 们可以更加合理地捕捉流场中的特定频率所对应的 模态^[31]. 所采样的截面沿流向站位与压力脉动频谱 分析所使用的采样点位置一致,即x = 500 mm, x = 600 mm和x = 900 mm处. 在进行DMD分析时,所采用 的并不是整个流向截面,而是周向加密区内中心区一 段周向角度为 $\theta = 60^{\circ}$ 的范围,这样选取采样截面可以 使得分解结果不受加密区外解析不足的扰动波的影 响. 采样无量纲时间间隔为0.5, 样本总数为1000. 为了 进行DMD分析,首先需要将流场周向时间序列分为两 组:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Psi}_{0} = \begin{bmatrix} v_{1} & v_{2} & \cdots & v_{N-1} \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{\Psi}_{1} = \begin{bmatrix} v_{2} & v_{3} & \cdots & v_{N} \end{bmatrix}, \end{cases}$$
(7)

其中, v_i 为第i个瞬态流场,N = 1000为瞬态流场样本的 总数. DMD假设相邻时间序列 Ψ_0 与 Ψ_1 之间存在线性 映射关系 $\Psi_1 = A\Psi_0$,那么通过求解矩阵A的特征值和 特征向量便可获取流场动力学过程的特征信息如特征 频率和特征模态等.由于矩阵A为高维矩阵,因此直接 计算特征值和特征向量较为困难.在这里采用了奇异 值分解对矩阵A做低维近似,具体的实施细节可以参考文献[32].

图20(a)为第一个站位处模态增长率g_j与模态幅 值|α_j|之间的关系,可以看到在转捩前期,有部分小幅 值模态增长率大于0,属于不稳定模态.图20(b)给出了 各模态所对应频率及幅值.这里可以观察到横向传播 的第二模态特征频率及其所对应的DMD模态.

随着流动向下游发展,在第二个站位处到达转捩 前期,由图21(a)可以看到不稳定模态数量减少,幅值最 高的模态对应频率约300 kHz,同时在其倍频点也存在 一个较高幅值的模态.从图21(c)中观察幅值最高模态 的特征,可以发现第二模态的基本特征已经消失,压力 脉动向边界层外发展.

随着流动继续向下游发展,到第三个站位处,流动 进入完全湍流.由图22(b)可以看到,VLFW的幅值得到 明显增长,并且在频率约为400 kHz及其倍频点处同样 存在较高幅值的模态.由图22可以看到,VLFW模态的 特征主要是向边界层外散射的压力脉动,而另外两个 模态则主要聚集在边界层内.由此推测,在转捩过程中 不仅发生了第二模态向低频模态的模态转换,还激发 了一系列特征频率及其倍频频率在边界层内的特征 模态.

4 结论

通过直接数值模拟,进行了高超声速来流下($Ma_{\infty} = 6$,单位雷诺数 $Re_{\infty} = 1 \times 10^7$ /m),头部半径 $R_n = 1$ mm的旋转钝锥转捩过程的参数化研究.分别考虑了无量纲旋转角速度 Ω 为0, 1×10^{-3} , 2×10^{-3} , 3×10^{-3} , 5×10^{-3} 的5个工况.DNS结果表明,在所考虑的参数范围内,随着旋转角速度的增加,转捩起始位置单调地向钝锥头部移动,壁面摩阻峰值单调增加.通过对比无旋转和有旋转工况发现,在旋转工况下,第二模态扰动波更加难以抵抗二次失稳,发生二次失稳后其幅值会迅速增长并最终破裂,导致转捩提前.在无旋转工况下,可以观察到转捩前的安静区,即第二模态向低频模态的转换,但是在旋转工况下该现象并不明显.不同于无旋转钝锥边界层中扰动发展的特征,在旋转工



图 20 (网络版彩图)旋转角速度 $\Omega = 5 \times 10^{-3}$ 下x = 500 mm处DMD模态增长率(a)、模态能量分布(b)和压力脉动特征模态(c) Figure 20 (Color online) At x = 500 mm at the rotation angular velocity $\Omega = 5 \times 10^{-3}$, DMD modal growth rate (a), modal energy distribution (b), and pressure pulsation characteristic mode (c).



图 21 (网络版彩图)旋转角速度 $\Omega = 5 \times 10^{-3}$ 下x = 600 mm处DMD模态增长率(a)、模态能量分布(b)和压力脉动特征模态(c) **Figure 21** (Color online) At x = 600 mm at the rotation angular velocity $\Omega = 5 \times 10^{-3}$, DMD modal growth rate (a), modal energy distribution (b), and pressure pulsation characteristic mode (c).



图 22 (网络版彩图)旋转角速度 $\Omega = 5 \times 10^{-3}$ 下x = 900 mm处DMD模态增长率(a)、模态能量分布(b)和压力脉动特征模态(c) **Figure 22** (Color online) At x = 900 mm at the rotation angular velocity $\Omega = 5 \times 10^{-3}$, DMD modal growth rate (a), modal energy distribution (b), and pressure pulsation characteristic modes (c).

况下,边界层中的温度脉动在失稳后将继续发展为大 尺度脉动结构直至转捩,针对这一现象使用谱本征正 交分解进行了解释.通过对沿流向3个不同站位处锥 面压力脉动的频谱分析,在旋转工况下不仅观察到了 第二模态向低频模态的转换,还观察到了一个300-400 kHz的特征频率,从而在完全湍流区形成低频区的宽频分布以及新的特征频率附近的宽频分布.通过动态模态分解(DMD)更加证实了这一结论,即在旋转工况下存在更加明显的第二模态向更高频率特征模态的转换.

参考文献

- 1 Malik M, Spall R, Chang C L. Effect of nose bluntness on boundary layer stability and transition. In: Proceedings of the 28th Aerospace Sciences Meeting. Reno, 1990. 112
- 2 Cleary J W. Effects of angle of attack and bluntness on laminar heating-rate distributions of a 15 cone at a Mach number of 10.6. NASA Technical Note, 1969
- 3 Dwyer H. Hypersonic boundary layer studies on a spinning sharp cone at angle of attack. In: Proceedings of the 9th Aerospace Sciences Meeting. New York: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1971
- 4 Zhong X, Wang X. Direct numerical simulation on the receptivity, instability, and transition of hypersonic boundary layers. Annu Rev Fluid Mech, 2012, 44: 527–561
- 5 Spalding D B, Chi S W. The drag of a compressible turbulent boundary layer on a smooth flat plate with and without heat transfer. J Fluid Mech, 1964, 18: 117–143
- 6 Garrett S J, Hussain Z, Stephen S O. The cross-flow instability of the boundary layer on a rotating cone. J Fluid Mech, 2009, 622: 209–232
- 7 Hussain Z, Garrett S J, Stephen S O. The centrifugal instability of the boundary-layer flow over slender rotating cones. J Fluid Mech, 2014, 755: 274–293
- 8 Saric W S, Reed H L, White E B. Stability and transition of three-dimensional boundary layers. Annu Rev Fluid Mech, 2003, 35: 413–440
- 9 Saric W S, Reed H L, Kerschen E J. Boundary-layer receptivity to freestream disturbances. Annu Rev Fluid Mech, 2002, 34: 291–319
- 10 Schmid P J. Nonmodal stability theory. Annu Rev Fluid Mech, 2007, 39: 129–162
- 11 Chokani N. Nonlinear evolution of Mack modes in a hypersonic boundary layer. Phys Fluids, 2005, 17: 014102
- 12 Illingworth C R. XLII. The laminar boundary layer of a rotating body of revolution. London Edinb Dublin Philos Mag J Sci, 1953, 44: 389-403
- 13 Koh J C Y, Price J F. Nonsimilar boundary-layer heat transfer of a rotating cone in forced flow. J Heat Transfer, 1967, 89: 139–145
- 14 Tien C L, Tsuji I J. A theoretical analysis of laminar forced flow and heat transfer about a rotating cone. J Heat Transfer, 1965, 87: 184–190
- 15 Kobayashi R, Kohama Y. Spiral vortices in boundary layer transition on a rotating cone. In: Laminar-Turbulent Transition. International Union of Theoretical and Applied Mechanics. Berlin, Heidelberg: Springer, 1985. 573–580
- 16 Kobayashi R, Kohama Y, Kurosawa M. Boundary-layer transition on a rotating cone in axial flow. J Fluid Mech, 1983, 127: 341–352
- 17 Kobayashi R, Izumi H. Boundary-layer transition on a rotating cone in still fluid. J Fluid Mech, 1983, 127: 353-364
- 18 Kobayashi R, Kohama Y, Arai T, et al. The boundary-layer transition on rotating cones in axial flow with free-stream turbulence. JSME Int J, 1987, 30: 423–429
- 19 Mack L M. Boundary-layer linear stability theory. AGARD Rep, 1984, 709: 1–3
- 20 Herbert T. Parabolized stability equations. Annu Rev Fluid Mech, 1997, 29: 245-283
- 21 Chen J Q, Yuan X X, Tu G H, et al. Recent progresses on hypersonic boundary-layer transition (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2019, 49: 114701 [陈坚强, 袁先旭, 涂国华, 等. 高超声速边界层转捩的几点认识. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2019, 49: 114701]
- 22 Song R, Dong M, Zhao L. Effect of cone rotation on the nonlinear evolution of Mack modes in supersonic boundary layers. J Fluid Mech, 2023, 971: A4
- 23 Song R, Dong M. Linear instability of a supersonic boundary layer over a rotating cone. J Fluid Mech, 2023, 955: A31
- 24 Zhu Y, Li X, Guo T, et al. Direct numerical simulation of slender cones with variable nose bluntness based on graphics processing unit computation. Phys Fluids, 2023, 35: 074112
- 25 Zhang J, Guo T, Dang G, et al. Direct numerical simulation of shock wave/turbulent boundary layer interaction in a swept compression ramp at Mach 6. Phys Fluids, 2022, 34: 116110
- 26 Dang G, Liu S, Guo T, et al. Direct numerical simulation of compressible turbulence accelerated by graphics processing unit: An open-source high accuracy accelerated computational fluid dynamic software. Phys Fluids, 2022, 34: 126106
- 27 Pope S B. Turbulent flows. Meas Sci Technol, 2001, 12: 2020–2021

- 28 Vadlamani N R, Tucker P G, Durbin P. Distributed roughness effects on transitional and turbulent boundary layers. Flow Turbul Combust, 2018, 100: 627–649
- 29 Hartman A B, Hader C, Fasel H F. Nonlinear transition mechanism on a blunt cone at Mach 6: Oblique breakdown. J Fluid Mech, 2021, 915: R2
- 30 Towne A, Schmidt O T, Colonius T. Spectral proper orthogonal decomposition and its relationship to dynamic mode decomposition and resolvent analysis. J Fluid Mech, 2018, 847: 821–867
- 31 Schmidt O T, Colonius T. Guide to spectral proper orthogonal decomposition. AIAA J, 2020, 58: 1023–1033
- 32 Tong F L, Li X L, Duan Y H. Dynamic mode decomposition of shock wave and supersonic boundary layer interactions in a compression ramp (in Chinese). Acta Aeronaut Astronaut Sin, 2017, 38: 81–92 [童福林, 李新亮, 段焰辉. 超声速压缩拐角激波/边界层干扰动力学模态分解. 航空 学报, 2017, 38: 81–92]

Stability and transition of hypersonic boundary layer flow over a rotating blunt cone

SONG DePei^{1,2}, YU ChangPing^{1,2,3*} & LI XinLiang^{1,2}

¹State Key Laboratory of High-temperature Gas Dynamics, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;
²School of Engineering Science, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China *Corresponding author (email: cpyu@imech.ac.cn)

Predicting the hypersonic boundary layer transition of a blunt cone is crucial for advancements in hypersonic aircraft research. This work studies the transition process of a blunt cone subjected to a rotating flow direction amid a hypersonic incoming flow using direct numerical simulation. Reportedly, as the rotation angular velocity increases, the transition starting position moves monotonically toward the blunt cone head. Furthermore, under rotation conditions, secondary instability may occur, precipitating an early transition. The evolution of disturbance waves in the boundary layer under rotating conditions differs significantly from that under non-rotating conditions and mode conversion under rotating conditions is rich. Using spectrum analysis and dynamic mode decomposition, we uncovered the generation of new high-frequency characteristic modes under rotating conditions.

hypersonic, transition, direct numerical simulation, blunt cone

PACS: 47.27.-i, 47.27.nb, 47.27.ep, 47.27.Cn, 47.40.Ki

doi: 10.1360/SSPMA-2023-0402